

1775



~~MA. ix 32~~

Æ R A R I I
PHILOSOPHIÆ
MATHEMATICÆ
TOMVS SECVNDVS,

I N Q V O

Liber Sextus (secundus ex nostrâ Methodo)
elementaris de planis applicatus, &c.

E T

*Epinomis Exodiorum horariorum, Sandalium,
Cythara, Microcosmus, Arcus, Tympanum.*

Indices viginti –

– Communes huic Secundo, ac Tertio Tomo
vide in fine Tertij Tomi.



BONONIÆ, Typis Io. Baptistæ Ferrarii cum facultate Superiorum.
Anno. M. DC. XLIII.



V. D. Andreas Cuttica Sacrae Poenitentiariae Rector, pro Eminentiss. ac
Reuerendiss. Card. Ludouisio Arch. Bonon. & Principe.

Imprimatur F. Io. Baptista Spadius Magister, pro Reuerendiss. P. Inquisit.
Bonon.

Ego Cæsar à Bosco in Prouinciâ Venetâ Præpositus Prouincialis, pote-
state ad id mihi factâ ab Adm. Reuer. Patre Vicario Nostro Generali
Carolo Sangrio, facultatem concedo, vt Opus, quod inscribitur: *Erra-
rij Philosophiæ Mathematicæ. &c. Tomus secundus*, à P. Mario Bettino
Bononienfi è Societate Nostra conscriptum, & trium Doctorem Viro-
rum Nostræ Societatis iudicio approbatum Typis mandetur, si ita ijs,
ad quos pertinet, videbitur.

In quorum fidem has literas manu nostra subscriptas, & sigillo nostro mu-
nitas dedimus. Bononiæ die 6 Iulij anni 1645.

Cæsar à Bosco.

Locus † Sigilli.

IN DOCTRINIS GLORIFICATE

DOMINVM.

Isaïæ cap. 24.

Apud Cornel. à lap. in eum locum: Optimè, & plenissimè S. Thomas, Lyranus, & Sanchez, monètur hic, inquiunt, viri apostolici vt glorificent Deum percurrendo orbem, docendoq; omnes gentes, etiam Indos in antris, & speluncis habitantes. &c. *Sept. Vatablus, & Pagnin. pro:* in doctrinis, *vertunt:* in vallibus. *alii,* in speluncis.

REGISTRVM.

a b c A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z Aa Bb Cc
Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vv Xx Yy Zz

Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn

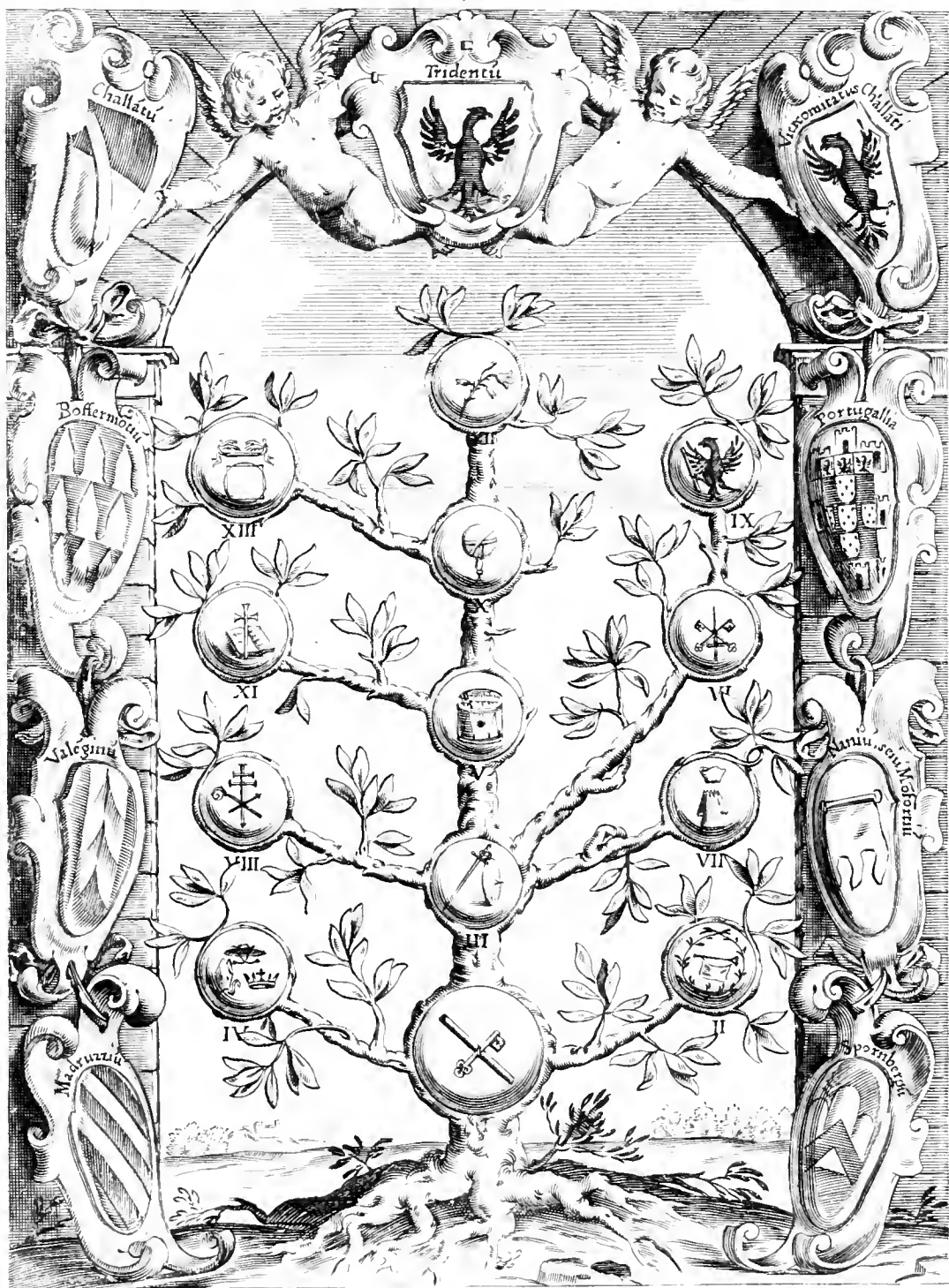
✝ A B C D E F G

Omnes sunt duerniones, præter G quæ est ternio.

E R R O R E S

Grauioris momenti aut nullos, aut correctos habes, Amice Lector.





TOMI SECVNDI Æ R A R I I

Philosophiæ Mathematicæ

PARS PRIMA.


A Definitionibus ad Propositionem 16.

Elementorum Geometricorum

Liber Secundus *ex nostra methodo*,
sextus ex veteri.

DEFINITIONES.

I.

 Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiusmodi sunt propof. 4. triangula ABC, DCE.*

§. I.

SCHOLION I.

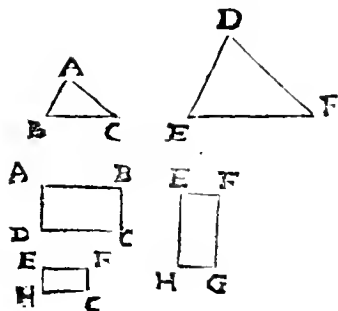
De figuris non solum similibus, sed etiam similiter descriptis.

Figuræ aliqua dicuntur non solum similes, sed etiam similiter descriptæ super aliqua recta lineâ. Quemadmodum in hoc li. 6. propof. 18. Quid sit figuræ esse non solum similes, sed etiam similiter descriptas accipe à Clauio ad cit. prop. 18.

A

Di-

*Que figure
re sint et-
iam simili-
ter de-
scripta.*



Dicuntur autem rectilinea super lineas rectas descripta esse similia, & similiter posita, quando anguli æquales constituuntur super ipsas rectas lineas, & tam reliqui æquales anguli, quàm latera proportionalia sepe ordine se se consequuntur. Ut triangula ABC, DEF non solum erunt similia, sed etiam super rectas BC, EF similiter descripta, si anguli B, C æquales fuerint angulis E, F; & ita sit AB ad BC, ut DE ad EF. &c. At supra rectas BC, DE non dicuntur similiter esse descripta (quamquam similia sint) cum anguli B, C non sint æquales angulis D, E. Similiter rectangula AC, EC similia, dicuntur similiter esse descripta super rectas DC, HC, quoniam ut AD ad DC; ita est EH ad HC, &c. At vero rectangula AC, EG non dicuntur similiter descripta super rectas DC, HG, quamvis sint similia, ut manifestum est. Eadem tamen similiter erunt descripta super rectas DC, EH, vel super rectas AD, HG.

SCHOLION II.

Hæc definitio est, quatenus per eam indicatur quæ nam rectilineæ figuræ similes iustificentur, & quas habere debeant conditiones. Quatenus verò pertinet ad veritatem demonstratam, quod scilicet figuræ rectilineæ æquiangulæ sint etiam proportionalium laterum circa æquales angulos, hoc est, sint similes, hoc modo fit propositio, quæ demonstratur in, & ex 4 prop. huius.

II.

Reciproce figuræ sunt, quando in vtraque figurâ, antecedentes, & consequentes rationes sunt. Ut propof. 14. sunt figuræ ADBF, BECG, in quibus antecedentes sunt DB, GB, consequentes BE, BF. & propof. 15. triangula ABC, ADE, in quibus antecedentes sunt CA, AE; consequentes AD, AB.

§. I.

P R A X I S -

 ... Definitionis secundæ in æquiponderantijs
philosophiæ Machinariæ.

VIdemus in *Ap. 4. Prog. 2*, *hypothesi 2*, ubi docemus sequentia: In philosophia Machinaria hypotesis est, quam fulcit etiam physica passim experientia, ex Aristotele *Mechan. quæst. 3*, ubi habet: Quod motum pondus a fulcimine, longitudo patitur ad longitudinem & Archimedes post *Ar. prop. 6*, & *7* de æquiponderantibus: Magnitudines in gravitate commensurabiles æquiponderant, si permutatim suspendantur in distantijs secundum gravitatis rationem constitutis. Post hos Guidubaldus *prop. 1* de veste: Potentia sustinens pondus vestis appensum eandem ad ipsum pōdus proportionem habet, quam vestis distantia inter fulcimentum, ac ponderis suspensionem ad distantiam a fulcimento ad

potentiam interiectā. Id est breuiter, ac geometricè loquēdo: Vt distantia ad distantiam, sic pondus ad pondus, vel ad potentiam

Vt distantia ad distantiam, sic pondus ad pondus, vel ad potentiam reciprocè &c.



sive ad potentiam. Vt scilicet iuxta definitionem 2 huius sexti li. Euclidis, ex alterutra parte vestis ab hypomoclio diuisi quasi in gemina figura, sint antecedentes, & consequentes rationum termini. Exempli causa in primâ formâ vestis, vt AC ad BC (distantia ad distantiam) sic B pondus ad A potentiam.

S C H O L I O N I.

Circa reliqua duo genera vestium exempla reciprocationis, & alia notantia vide in cit. *Ap.* Satis hæc hic nunc ad Euclidem pro Tyronibus.

§.II.

VSVS, & applicatio

Defin. secundæ Eucl. pro theorica stateræ, ac libræ in commercijs, & iustitia commutativa.

IN rerum aliquarum venalium commercijs tota iustitiæ commutativæ ratio videtur posita esse in reciprocatione geometrica huius 2 defin. applicatâ, & efficiente æquilibrium in stateris, & libris, quibus venalia aliqua è pondere spectantur. Vide nos in cit. Ap. 1. Prog. 2. prop. 3 & Lemm. & corollar. Nos conuersam Archimedi hanc facimus: Quæ æquponderant habent se reciprocè. vide ibi apud nos explanationem.

In iustitia commutativa æquifodina quomodo sit æquis geometricæ reciprocationis.

In venalibus ponderosis, ac ponderandis queritur ut petenti, atq; ementi detur quantitas determinata rei venalis, ac ponderosæ. Ea vero quantitas exploratur, & inuenitur per æquponderantiam, quæ fit per reciprocationem ponderum, & distantiarum inæqualium in stateris; in libra verò per reciprocationem distantiarum, & ponderum æqualium. Vide huius applicatæ reciprocationis theoricen, ac demonstrationes unâ cum suis figuris in cit. prop. 3. ubi iucundum est nosse, quid faciat satis, & geometricè debitum, ac suum cuiq; tribuat Iustitia, qua lances pingitur sustinere. &c. Interim habes hic indicatum quanti ponderet geometrica Euclidianæ definitionis reciprocatio.

§.III.

SCHOLION II.

De rectangulis æqualibus reciprocis.

IN corollarijs prop. 2. Prog. 10, Ap. 3 ostendimus usum geometricum huius 2. definitionis. Hic exemplum omittimus, quia supponit ea corollaria 16 prop. huius lib. 6

In schol. verò 2 post cit. prop. 2 nostram dum dicimus posse aliter à nobis demonstrari propos. 14 huius lib. 6. Eucl. intellige eam demonstrationem non esse apponendam nisi post 16. prop. Eucl.

III

Extrema ac media ratione linea recta secari dicitur, quando est ut tota ad maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. *Hæc sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2, in qua linea AB in H extrema, ac media ratione secta est, sitque ut recta AB ad maiorem portionem AH, ita maior ad minorem BH. Demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

IV

Altitudo cuiusque rectilinearæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. *Ut propo. prima triangularum AHB, ABD, ADL altitudo est perpendicularis AC.*

V

Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Ut ex proportionibus dupla, & tripla componitur sextupla: nam denominator duplæ 2 ductus in denominatorem triplæ 3, facit 6. sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.*

His appone, seu præpone definitiones ante librum 5, quas habes in 3 parte huius 2 Tomi.

§.I.

SCHOLION I.

Explicata, & asserta quinta definitio.

Pater Christophorus Griembergerus in suo Euclide ad hanc defin. sic: Ratio duarum magnitudinum dicitur composita ex tot rationibus, quot inter easdem continuantur. hoc est si (in appositis literis ABCD) inter A, C intercedat B, portio

Proportio composita quæ nam.

portio A ad C dicitur composita ex ratione A ad B, & B ad C, siue huiusmodi rationes sint eadem (vt requirit definitio 10 lib 5) siue non. Eademq; ratio A ad D componi dicitur ex rationibus A ad B, B ad C, & C ad D, propterea quod dictæ rationes inter terminos A, D, continuentur per interiectos terminos B, C.

2 Aliquibus non admodum probatur hæc quinta definitio, & supposititia, nec legitima geometricorum horum elementorum, ac potius theorema demonstrandum, quàm definitio reputatur. Mibi verò qui eam improbant non probantur. Nec est pro Philosophia Geometrica, cui pro inconcussis fundamentis hæc elementa supponuntur, eorum si-
Antiquisima hæc definitio.

Definitio-
nes geom-
etricæ ali-
qua docet
quid rei
significe-
tur.

Veritas
rei per de-
finitionem
significat
in astru-
tionem.

Exempla
predictio-
num.

dem tam facile eleuare, aut firmitudinem concutere. Patet ex ijs, quæ Theon affert elucidandæ, & confirmandæ huic 5 definitioni, eam ceteris huius geometricis elementis antiquitate parem esse, ac antiquis Geometricæ Philosophiæ Scriptoribus, & Doctores tot sæculis fuisse probatam. Nam quod id demonstratione firmata videatur, nihil id officit, quo minus etiā sit definitio. Nec insolens est in Geometricæ Philosophiæ his elementis inter definitiones collocari aliqua, quæ suis locis demonstranda sunt. Definitio enim tantum aperit quia rei significetur, vt hic quid intelligendum sit præ ratione composita, scilicet eam, quæ proditur à denominatore productio ex denominatoribus intermediarum proportionum inter se multiplicatis. Quod vero eiusmodi composita proportio fiat ex multiplicatione denominatorum intermediarum recte etiam demonstratione peculiari confirmatur.

3 Quemadmodum in definitione 11 lib 2. similes circularum portiones definiuntur eæ, quæ capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistant. At quid consistit Tyroni eas circularum portiones ex inclusione angulorum æqualium esse similes? Ideo breuiter etiam demonstratione, à nobis in 3 parte huius 2 toni, cum ad eam ventum erit, demonstrabitur. Sed nimirum Geometricæ Doctores defin. 11 satis fuit promere, ac definire quid intelligatur in Geometricæ Philosophiæ per nominatas similes circularum portiones, indicari nempe illas, in quibus anguli æquales, &c. Paria prædictis habes etiam à nobis indicata in schol. 2. ad definitionem 1 huius, de figuris rectilincis similibus.

Paribus modis etiam ante l. 5, molli illi geometricè inferendi à proportionibus permutatis, perturbatis conuersis, compositis, diuisis, ordinatis, &c. ponuntur inter definitiones, quatenus in eius libri rectilinculo exponitur quid rei significetur per verba modis illos argumentandi significantia. Tamen singula illa geometricè inueniuntur formæ, vt constet eorum veritas, & firmitudo, peculiari geometrica demon-

Sira-

Stratione confirmantur in theoremate li 5. Ac quemadmodum interpretibus Geometricis satis est inductione in numeris ostendere, & exponere utcumq; earum definitionum veram enuntiationem ante theoremata earum confirmatoria; sic prudentes veteres Geometrici elementarij Philosophi sufficere arbitrati sunt in hac quinta definitione docere sub nominibus numerarias operationes indicantibus quid sit composita proportio

4. Ac prudenter eadem opera indicant modum conficiendi, atque agnoscendi compositam proportionem, simulq; ostendunt compositam proportionem confici, atque intelligi debere pro multiplicatione, & producto (non pro adregatione, vel compositione, vel summa ex additione) facto per multiplicationem intermediarum proportionum. & c.

Hic igitur etiam sub forma arithmetica operationibus, & cognitionibus compositarum proportionum perutili indicatur, & explicatur id, quod deinde Euclides usurpat in geometrico exemplo demonstrationis ad propos. 23 huius lib. 6. Ibi alia huc spectantia apud nos legito. Quare ob praedicta censemus hic non discedendum a veterum Geometrarum sententia, qui hanc definitionem hic asseruerunt, explicarunt, ac deinde etiam (ut dictum est in defin. 11. lib. 3. & in alysi li. 5.) demonstratione peculiari confirmarunt, sine detrimento definitionis & c.

*Definitio
5. prudenter docet
modum conficiendi,
& cognoscendi
compositam
proportionem.*

§. II.

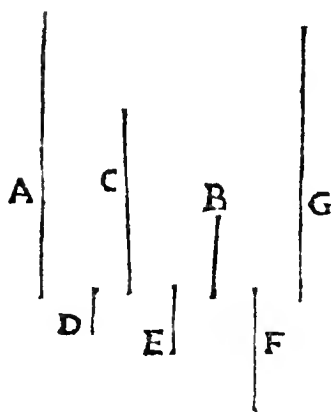
SCHOLION II.

Demonstratio explicatoria, & confirmatoria
Theorematis, siue Problematis, per defin.
5 huius lib. 6 significati.

Quoniam constat per definitionem significari compositam proportionem eam esse, quae producitur ex multiplicatione denominatorum intermediarum proportionum, nunc demonstranda res ipsa est significata, idest productum ex ea multiplicatione denominatorum intermediarum proportionum esse denominatorem compositae proportionis. Omitto demonstrationes alio-

rum antiquorum Theonis ad hanc defin. ac Vitellionis lib. 1. prop. 13 Optic. ac etiam ipsius Eutocij, quam alibi habet lib. 2 Arch. de sph. & cylind. theor. 4, ac appono eius eam, quæ est ad proposit. 11. li. 1 Conic. Apollonij. Eam, inquam, bona fide ut apud suum Authorem iacet, apponendam hic censeo, quia & breuior, & apertior ab eo est, quam ab alijs, qui suo arbitratu eam permutarunt. Ante, ac post eam verba aliqua sunt Eutocij, quæ verbis huius defin. 5, lucem afferunt, & tuentur morem magnorum Geometrarum veterum utentium arithmeticis probationibus etiam in Geometricis demonstrationibus. Cuius rei exemplum aliquod est etiam apud ingeniorum Phanicem Archimedem. Igitur Eutocius primò explicat quid à definitione 5 significetur nomine quantitatum in proportionibus. Per quantitatem intellige numerum, a quo proportio ipsa denominatur. In multiplicibus quidem quantitas erit numerus integer, in reliquis verò habitudinibus necesse est quantitatem numerum esse, & partem, seu partes, nisi forte quispiam velit etiam *ἀρρήτους*, videlicet quæ exprimi non possunt, habitudines esse, quales sunt magnitudines irrationalium.

Addit deinde suppositionē, quæ apud nos erit loco lemmatis explicata post Eutocij demonstratiōē. Suppositio est: In omnibus habitu dinibus ipsa quantitas multiplicata in consequentē terminū producit antecedentem. Mox demonstratiōem sic instituit. Cuius figuræ nos tantum numeros ad euidentiorem pro Tyronibus cognitionem addidimus. Sit igitur proportio A ad B,



& sumpto termino quolibet intermedio C, sit proportionis AC quantitas D, proportionis autem CB quantitas sit E: & D multiplicans E producat F. Dico F proportionis AB quantitatem esse: hoc est, si F multiplicet B, produci ipsum A. Itaque multiplicet F ipsum B, & producat G. Quoniam igitur D ipsum quidem E multiplicans, producit F, multiplicans autem C, ipsum A producit; erit F ad A, ut E ad C. Rursus cum B multiplicans

E faciat C, & multiplicans F faciat G, erit ut E ad F, ita C ad G: & permutando ut E ad C, ita F ad G. Sed ut E ad C, ita erat F ad A, ergo G ipsi A est æqualis: & idcirco F multiplicans B producit A.
pro-

proportionis igitur AB, F quantitas necessario erit.

Addit excusationem apologeticā suā demonstrationis, quæ possit etiā nos, aut alios tueri, si quid simile in nostris demonstracionibus aliquando reperiatur. Non perturbentur autē qui in hæc inciderint, quod illud ex Arithmetice demonstratur: antiqui enim huiusmodi demonstrationibus sepe uti consueverūt, quæ tamen Mathematicæ potius sunt, quàm arithmetice, propter analogiam. Adde quod quæsitum arithmeticum est; nam proportionēs, proportionum quantitates, & multiplicationes, primo numeris, secundo loco per numeros & magnitudinibus insunt, ex illius sententiā qui ita scripsit: ταυτα γαρ τα μαθηματα δεκαδνται ειναι αδ: αριθμ. hoc est: hæc enim mathematicæ disciplinæ germanæ esse videntur.

*Antiqui
Philosophi
Geometricæ
et si
sunt ali-
quando
numerus
et in
geometri-
ca deca-
duntur.*

§. III.

LEMMA.

MORE veterum Geometrarum hoc lemma post demonstrationem adpono. Verum esse id assumptum de denominatore proportionis, qui multiplicatus in consequentem terminum proportionis producit antecedentem, patet, quia denominator proportionis indicat quoties terminus consequens proportionis sit in antecedente, multiplicatio autem est, ut docuimus de ea in Ap. nostro 11, proportionata additio, ac numerus alium multiplicans, & ea multiplicatione productum maioris numeri efficiens, indicat quoties numerus multiplicatus sibi additus conficiat maiorem alterum numerum: siue (quod idem est) indicat quoties numerus multiplicatus sit in producto; quod idem est ac indicare quam proportionem habeas multiplicandus ad multiplicatum, & productum; estque eius proportionis terminus minor alter, alter maior, quorum ille, iuxta prædicta, per denominatorem numerum (ut multiplicantem,) multiplicatus producit alterum maiorem.

In exemplo numerico: Quotiam 12 ad 3 habent proportionē quadruplam, idem denominator 4 proportionis quadruplæ, indicans quoties 3 terminus consequens proportionis contineatur in 12, & multiplicans per se, id est per 4, id est quater addens sibi ipse 3, producit 12 terminum antecedentem. Recte igitur Eutocius usus est hoc verissimum supposito.

§.IV.

SCHOLION III.

Adiumenta praxi facilitandæ circa inuentio-
nem compositę proportionis aliter etiam
à nobis definitæ.

*Sine pro-
lixioribus
saris est
nunc tyro-
nibus usus
compositę
proportionis
ex
tribus vel
tribus
proportionibus.*

Non est quod Tyro turbetur, atq; absterreatur aliquorum
abundantia circa proportionum compositiones, ac sciat
pro Geometricæ philosophiæ theorematibus, vel proble-
matibus satis esse usum compositę proportionis ex dua-
bus, vel tribus intermedijs proportionibus, nec sibi nunc opus esse ul-
teriore ingenij, atque intelligentiæ laborem protendere ad plures
proportiones componendas. Nam Geometre, ut videbis ad 23 prop.
huius, utuntur proportionem composita laterum in parallelograminis,
quorum bina latera bis inter se comparata duas tantum afferunt pro-
portiones, quæ deinde per tertiam inter extrema dicuntur componi.

Quemadmodum duplicata proportio pro planis, triplicata pro so-
lidis figuris vsui est Geometris Philosophis, ut videbis ad 20. prop.
huius, nec ulterius in Geometricis vsibus fit extensio per quadruplica-
tam, & plures alias proportiones; sic & in composita proportionem
est duabus, ut plurimum proportionibus. Componere autem duas pro-
portiones in numeris non est tantæ difficultatis, quantum præferunt
qui componunt proportionem ex pluribus intermedijs.

2 Ad cognitionem distinctiorem, & facilitatem sequentium hic
praxem nerit Tyro omnem duplicatam, triplicatam, & ulteriorem
aliam proportionem esse etiam compositam, at non omnem compo-
sitam proportionem esse duplicatam, triplicatam &c. Duplicata, tri-
plicata, &c. fit & ipsa ex multiplicatione a nominatorum inter se,
qui sunt in intermedijs proportionibus, ver gr. in dupla proportione
2, 4, 8 proportio 2 ad 8, quæ est duplicata, fit ex multiplicatione
eiusdem denominatoris 2 in se, qui est inter 2, 4, & inter, 4, 8. scili-
cet 2 in 2 est producent 4 denominatorem duplicatę inter 2, & 8. Sed
differt hæc compositio (de qua in defin. 10. lib. 5.) à propriè dicta c m-
po.

*Omnis
duplicata &
triplicata,
&c. est
etiam compo-
sita.
proportio,
et non e
contra.*

posita proportione, quæ in hac 5 definitione huius lib 6 ponitur, quod compositio duplicata, triplicata, &c. proportionum, est ex multiplicatione denominatoris (in exemplo allato) ipsius 2 bis, vel ter assumpti: at propria hic compositio est ex multiplicatione inter se denominatorum diversi generis proportionum, & maioris, & minoris inqualitatis, &c.

3 Ut autem inveniatur denominator composita proportionis, sequenda sunt exempla & Euclidis geometricum, (quod videbis a nobis expositum a 23 huius) & proportionum duplicata, triplicata, &c. Nā ut in his ordinantur, & connectuntur per numeros proportionis, sic & in composita agendum. Vide exempla apud nos ad 23. Hic saltem ratiō est: Proportiones sunt 15 ad 5, & 20 ad 10: continuanda sunt istæ duæ proportionēs, & connectendæ in tribus numeris etiam minoribus, facilioris operationis gratiā, velut in his: 12, 4, 2, vel 6, 2, 1, quorum primus ad secundum est ut 15 ad 5, & secundus ad tertium ut 20 ad 10. Ac denominatores 3 primæ proportionis, & 2 secundæ multiplicati inter se dant denominatorem 6 proportionis compositæ ex duobus intermediis, habentq; extremi duo 12, 2, vel 6, 1 sextuplam proportionem.

Ceterum duæ difficultates anxios habent Tyrones in hac praxi componendarum proportionum. Altera est circa inuentionem, & continuationem numerorum, ac minorum, in iisdem proportionibus, in quibus sunt dati numeri, quorum bini varias habent inter se proportionēs, ex quibus proportio composita producenda est. Altera difficultas est dum denominatores intermediarum proportionum sunt numeri vel fracti, vel cum integris fracti, qui in multiplicationibus negotium faciunt Tyronibus. In multiplicibus enim proportionibus, ut monuit etiam Eutocius, denominatores sunt numeri integri: non scilicet in non multiplicibus.

Utriq; difficultati, quā licet, remedium affero ex praxi arithmetica, cuius rationem videbis ad 23 huius. Ac quod quidem attinet ad inuentionem, & continuationem proportionum diuersarum in numeris, etiam minimis, vide Euclidem lib. 8. propos. 4.

4 Quod autem attinet ad effugium, & continuationes datarum proportionum in alijs numeris, & fractionum in denominatoribus proportionum intermediarum, multiplica inter se datarum proportionum antecedentes terminos, item & inter se consequentes terminos multiplica; tum productorum maius partem per minus, & quoties erit denominator proportionis compositæ ex proportionibus intermediis. Sumto numeri 3, 2, 4, 3, quarum antecedentes proportionum sunt

Diffic.
tia pro-
prie dictæ
compositæ
proportio-
nis a co-
positis ex
duplica-
tis triplici-
catæ &c.

Modus
inueniendæ
denomina-
torum
compositæ
proportio-
nis.

Ratio dæ
difficul-
tatis in
proportio-
nis 5 de-
finitione.

3, & 4, consequentes 2, & 3. Duc 3 in 4, fiunt 12, & ex ductu 2 in 3, fiunt 6: productum maius 12 diuisum per perductum 6 dat quotiētem 2 denominatorem proportionis duplæ compositæ ex proportionibus sesquialtera inter 3, & 2, & sesquitercia inter 4, & 3. Sunt 5, 3, 2, 4, quorum primus ad secundum habet quatuoruplam proportionem, tertius ad quartum subduplam. Ex multiplicatione antecedentium 5, 2 fiunt 10, ex consequentium 1, 4 multiplicatione fiunt 4: ex partitione producti maioris 10 per minus 4 si quotiens 2 1/2 denominator proportionis compositæ duplæ sesquialteræ ex quintupla, & subdupla.

*Altera
nostra de-
finitio cō-
positæ pro-
portionis.*

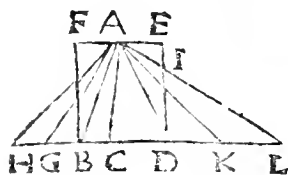
Itaq; liceat etiam aliter, cum similitudine tamen huius quintæ definitionis definire proportionem cōpositam sic: Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando antecedentium, & consequentium producta per diuisionem efficiunt aliquam proportionem, iuxta exemplam modò allatam in antecedentibus operationibus arithmetis.

Alia ad cognitionem, ac usum compositæ proportionis vide in Euclidis exemplo, propos. 23 huius, atq; ibidem hallucinationes, quæ vitandæ sunt.



Propos. I. Theor. I.

Triangula, & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter se sunt vt bases.



Sint triangula ABC, ACD, parallelogramma EBC, CF habentia altitudinem eandem perpendicularē, nempe ex A in BD ductam. Dico esse & triangulum ABC ad triangulum ACD, & parallelogrammum EBC ad parallelogrammum CF, vt est basis BC ad basim CD. Producatur enim BD vtrinq; in HL, sintque basi BC æquales

les BG, GH; basi verò CD quæcunque DK, KL, & iungantur AG, AH, AK, AL. Cumque BC, BG, GH æquales sint, æerunt & triângula AGH, AGB, ABC æqualia. Quia n^a multiplex ergo est basis HC baseos BC, tam multiplex est triângulum AHC triânguli ABC. Eadem de causa quam multiplex est LC basis ipsius CD, tam multiplex est triângulum ALC triânguli ACD. Et si basis HC basi CL æqualis sit, erit & triângulum AHC triângulo ACL æquale; Et si superet HC ipsam CL, superabit & triângulum AHC triângulum ACL, & si minor minus. Cum ergo quatuor sint magnitudines, duæ bases BC, CD, & duo triângula ABC, ACD; acceptaq; sint baseos quidem BC, & triânguli ABC æque multiplicia, basis HC, & triângulum AHC; baseos verò CD, & triânguli ACD alia vtrunque, nempe basis CL, & triângulum ALC; demonstratumque sit si HC excedat CL, & AHC excedere ALC; & si æqualis, æquale; & si minor minus; ^b erit vt basis BC ad basim CD, ita triângulum ABC ad triângulum ACD. Et cum triânguli ABC ^c duplum sit parallelogrammum EC; triânguli verò ACD duplum parallelogrammum FC, & ^d partes eodem modo multipliciũ eandem habeant proportionem, erit vt triângulum ABC ad triângulum ACD, ita parallelogrammum BC ad parallelogrammum FC. Et quia demonstratũ est esse vt basim BC ad basim CD, ita triângulum ABC ad triângulum ACD; vt vero ABC ad ACD, ita EC ad CF; ^e erit vt basis BC ad basim CD, ita parallelogrammum EC ad parallelogrammum CF. Triângula ergo & parallelogramma, &c. Quod oportuit demonstrare.

a propof.
38.1.

b def. 5. 5.

c prop. 41
1.

d prop. 15
1.

e prop. 11.
5.



SCHOLION I.

EX usu geometrico centri gravitatis aliter, breuissime, ac facillime demonstratam habes hanc 1 propof. & huic similes in lib. 1. 35, 36, 37, 38, & de solidis parallelepipedis, porismatibus, Cylindris, conis ex lib. 11, 12, 13 Elem. apud nos in fine 3 partis hu. 2 To. in Epilogo Geometrico § 1, 2, 3, 11, 12, 13, 22, 23.

§. I.

SCHOLION II.

Nodus geometricus circa veritatem huius 1 Propof. solutus. Fallacia circa figurarum rectilinearum similitudinem, ac Theoriæ ad nodi solutionem, & ad lucem pro 25 propositione huius lib. 6.

Videtur hæc prima propositio contradicere propositionibus 19, & 20 huius lib. 6. Nam in hac 1 propof. affirmatur triangula, & parallelogr. eiusdem altitudinis habere inter se eam proportionem, quam inter se habent eorum bases, scilicet acceptæ in simplici, non in duplicata, vel triplicata, &c. proportionem. At vero in 19. propositione affirmatur specia-
lim de triangulis similibus ea inter se habere proportionem duplicatam laterum, siue basium homologarum. Quod & uniuersè affirmatur in propof. 20. de polygonis omnibus similibus. Exempli gratia in figura huius 1 propof. finge rectam siue basim DL trianguli DAL (siue



etiam parallelogrammi super ea exhibitæ) esse dupl. basis CD trianguli CAD, & rectanguli CE; item ipsam CD esse dupl. basis IC trianguli BAC, & rectanguli CF; est, per hanc 1, triangulum DAE dupl. trianguli CAD, & CAD dupl. trianguli EAC; ut & rectangulum CE dupl. rectanguli CF, & per 19, &

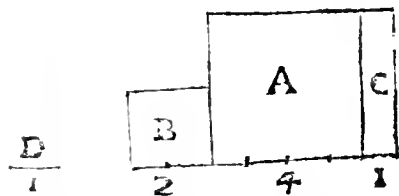
Et 20 erit (exemplum esto in recto angulo, siue parallelogrammo) rectangulum CE ad CF, ut est DL, ad BC, hoc est, ut est proportio primæ DL ad tertiam BC duplicata (id est bis sumpta, & unita proportio ipsius DL ad DC cum proportione ipsius CD ad BC) id est, ut est DL, quadrupla ipsius BC; sic triangulum, & parallelogrammum super DL erit quadruplum trianguli BAC, & parallelogrammi CF. Unde igitur earum hac propositionum consonantia? An in propof. 19, & 20 affirmatio est solum de triangulis, & polygonis similibus? At quæ maior similitudo figurarum, quam in hac 1 propositione, nempe triangulorum cum triangulis, parallelogrammorum cum parallelogrammis, & figurarum in eadem specie inter se comparatarum?

2 Respondco, ac distingo. Apud Philosophos Geometricos, præter similitudinem figurarum in eadem specie, similitudo etiam est proprie geometrica, quam habes in 1 defin. ante hunc lib 6. Similes enim figure similitudine geometrica ex sunt, quæ habent etiam singulos angulos æquales, & latera circa æquales angulos proportionalia. Itaque licet in figura huius 1 propof. sint triangula, & parallelogrammata inter se specificè, id est in eadem figurarum specie similia, non sunt tamen geometricè similia, neque enim triangula ACD ADK, AKL habent aut angulos unius trianguli æquales singulis alterius, aut latera proportionalia, ut patet oculo geometricè inspectanti, &c. At licet parallelogrammata, præsertim rectangula, seu BA, CE habeant angulos æquales, non habent tamen latera proportionalia. Neque enim est ut FB ad BC, sic ED ad CD, propter inæqualitatem ipsarum BC, CD ad æquales FB, ED relatarum. Euclides igitur in prop. 19, & 20 affirmat tantum de similibus geometricè polygonis proportionem duplicatam laterum; in 1 verò hac propositione similitudo tantum specificæ est figurarum, à qua non habent nisi simplicem proportionem laterum &c.

Conciliatæ propositiones 1, 19, 20, huius.

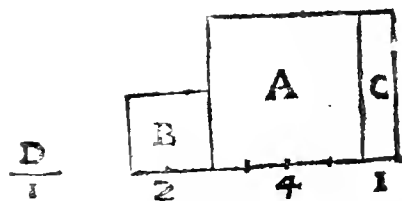
Duplex figurarum similitudo.

Quænam proprie similitudo geometrica figurarum.



3 Ac sanè mirè iucundum est geometricè philosophando inspicere in exemplo applicatæ figuræ quemadmodum propositiones, quæ dissidere inter se videbantur, tamen conveniant. Nam dato quadrato A super basi quadrata in partes æquales, &

altero quadrato B super basi dimidia basis quadratæ. itemque applicato rectangulo C equali quadrato B, & ductâ lineolâ, tertiâ proportio-



tionali idest unius partis
qualis est basis quadrati
B duarum, & quadrati A
quatuor, inuenies etiam ba-
sim rectanguli C esse equa-
lẽ tertiæ proportionali D.
Itaq; idem est si dicas cum
prop. 19, & 10, ut prima,
idest basis quadrati A ad

tertiam D, ita idem quadratum A ad quadratum B, hoc est quadruplũ
est A ipsius B, seu duplicatam habet proportionem suæ basis ad basim
ipsius B, hoc est bisduplam, siue quadruplam, qualis est 4 ad 1 D;
idem, inquam, est ac si cum hac 1 propos. affirmes quadratum A ad
rectangulum C, inter easdem parallelas constitutũ, hoc est ad B aequa-
le ipsi C, habet proportionem, quam basis ipsius A ad basim ipsius C,
idest A est quadruplum ipsius C, ut basis ipsius A est quadrupla basis
ipsius C, quæ est pariter tertia proportionalis, ut est D. Sic ergo con-
spirant amice eæ propositiones.

4. Ex prædictis etiam videas quando B è simili geometricè ipsi A
transformatur in C æquale, ac geometricè dissimile eidem A, si ex C
reformandum est in B, videas, inquam, necessitatem inueniendæ mediæ
proportionalis inter bases, seu lineas 4, & 1, ut super determinata
basi constructum habeat ad A, nō solum similitudinem geometricam,
sed etiam eandem proportionem, quam habebat in C; mediæ enim pro-
portionalis 2 tribuit ipsi quadrato B ut habeat se ad quadratum A,
sicut basis 4 ad tertiam proportionalem D 1; quemadmodum eandem
habebat in C basis 1 ad basim 4. Ex qua eadem proportionem 1 ad 4 de-
monstrantur, per 11 Quinti, æqualia B, C.

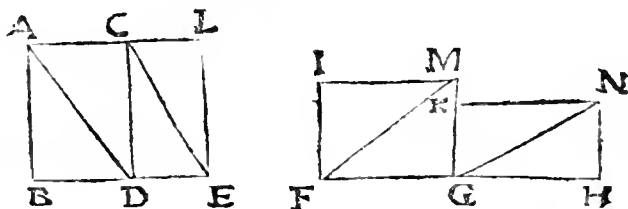
Atq; hoc est quod proficitur, & præstat propositio 25 huius, nempe.
dato rectilineo, verbi gratia ipsi A simile, & alteri dato C æquale B
constituere. Quod fit, inuenta mediæ 2 inter duas 4, & 1. Videbis suo
in loco ad eam propos. 25. Hic tantum pro re nata indicandum incidit
quasi corollarium.



§.II.

COROLLARIUM I.

Triangula, & parallelogramma eandem, vel
æquales bases habentia, inter se sunt
vt altitudines.



Quod Commandinus theorema ponit, & demonstratione peculiari demonstrat, nos corollarium deducimus ex demonstratione ab Euclide in hac 1 propof. Quoniā, n. aequalibus existentibus altitudinibus AB, CD , probatum est eandem esse proportionem inaequalium basium BD, DE , quæ e^a parallelogrammorum BC, DL , vel triangulorum BAD, DCE , si eadem parallelogrammata ita disponantur, vt æquales altitudines BA, CD fiant bases æquales seu FG, GH , & bases inæquales BD, DE cedant in altitudines, sitq; FI æqualis ipsi BD , & GK ipsi DE , patet demonstrationem factam valere pro vtraq; figura, cū tantū mutata sit eorundem parallelogrammorum situatio, vsdem manentibus lateribus, & permutatis altitudinibus in æquales bases, & basibus in altitudines eſiq; eodem modo vt BD ad DE , sic FI (ipsi DB æqualis, immo eadē) ad KG ipsi DE æqualem, immo eandem. &c.

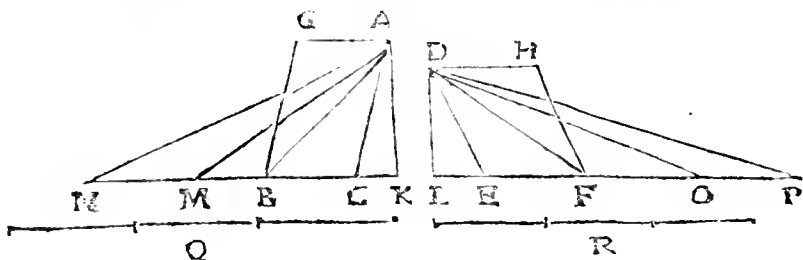
Pari modo dicendum de triangulis FMG, GNH . &c. Itemque de obliquis parallelogrammis, & obtusangulis triangulis, quorum altitudines metiuntur perpendiculares. &c.

§.III.

SCHOLIION III.

Cōrollarij præcedentis alia demonstratio geometrica, præter Euclideam.

Commandini demonstratio quia & ipsa (ut Euclides in demonstratione huius pri. propositionis) exhibet Tyroni usum definitionis (quàm usu, & intelligentiâ Tyronibus familiarem peruelim) quæ est ante lib. 5, de æquemultiplicibus, &c. & quia confirmat ea quæ docemus in 1. To. Ararum huius ad propof. 45, § 4, & 5, & coroll. 1, & in Ap. 3. Progym. 8, præsertim in



Schol. ultimo, propterea non videtur hic omittenda. Sint duo triangu-
la ABC, DEF, & duo parallelogramma, CG, EH, quæ æquales ba-
ses habent BC, EF: trianguli autem ABC, & parallelogrammi CG
altitudo sit AK, & trianguli DEF, & parallelogrammi EH alti-
tudo DL. Dico ut AK ad DL, ita esse & triangulum ABC ad trian-
gulum DEF, & parallelogrammum CG ad EH parallelogrammum.
Producantur BC, EF, & ponantur basi BC æquales quocunq; BM,
MN; & basi EF æquales quocunq; FO, OP, iunganturq; AM, AN,
DO, DP: quot verò magnitudines sunt in CN æquales basi CB, tot
sumantur in linea Q æquales ipsi AK altitudinis; & quot sunt in EP
æquales basi EF, tot sumantur in linea R æquales altitudini DL. Ita-
que quoniam triangu- la ANM, AMB, ABC sunt in æqualibus basi-
bus constituta, & æquali altitu- line; etiam inter se æqualia erunt,
ex antec. coroll. Et eadē ratione triangu- la DEF, DFO, DOP erunt in-
ter se æqualia. Quotuplex igitur est linea Q ipsi AK, totuplex est tri-
gu-

gulu ANC trianguli ABC; & quotuplex est linea R ipsius DL, totuplex est triangulum DPE trianguli DEF: & si Q sit æqualis R, & triangulum ANC triangulo DPE æquale erit, ex præmissa; erit namq; altitudo AK, cuius tripla est Q æqualis altitudini DL, cuius ipsa R est tripla: Si vero Q sit maior, quàm R, & triangulum ANC maius erit, quàm triangulum DPE, & si minor minus; triangulorum enim æquales bases habentium quæ maiore sunt altitudine, etiam maiora sunt, alioqui sequeretur totum parti æquale esse. Cum igitur quatuor sint magnitudines, vi scilicet duæ altitudines AK, DL, & duo triangula ABC, DEF: & sumpta sint æquemultiplicia altitudinis quidem AK, & trianguli ABC; altitudinis vero DL, & trianguli DEF alia utcumq; multiplicia: & ostensum sit, si linea Q superat R, & triangulum ANC superare triangulum DPE, & si æqualis, æquale, & si minor, minus: erit vt altitudo KA ad altitudinem DL, ita triangulum ABC ad triangulum DEF; sed trianguli ABC duplum est CG parallelogrammum, & trianguli DEF duplum parallelogrammum EH; partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit parallelogrammum CG ad parallelogrammum EH, vt ABC triangulum ad triangulum DEF. Sed ostensum est vt altitudo AK ad altitudinem DL, ita esse triangulum ABC ad triangulum DEF. Vt igitur AK ad DL, ita est parallelogrammum CG ad EH parallelogrammum. Quare triangula, & parallelogramma in æqualibus basibus constituta eandem inter se proportionem habent, quam eorum altitudines, quod demonstrare oportebat. Vide § 12 in Epilogo in fine 3 partes hu. to. 2, ubi aliter tertio nos ex centro gravitatis demonstramus hoc theorema.

§. def. 5.

41. pri.

15. Quæti
in 3. par.
hu.

§. IV.

PARADOXYM.

De finito etiam minimo non solum æquali, sed etiam multipliciter maiore, quàm sit quantum aliquod extensione infinitum.

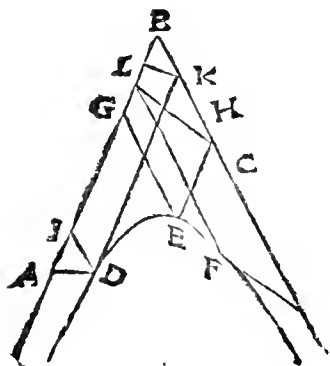
Quemadmodum ex proposit 35, 36, 37, 38, lib. 1. patuit posse parallelogrammum, vel triangulum aliquod, licet minimum,

esse æqualia parallelogrammis, vel triangulis extensione infinitis intra easdem parallelas super iisdem, vel æqualibus basibus; ita ex hac patet parallelogrammum, vel triangulum, licet minima, posse esse duplicia, triplicia, vel in alia proportionem maiora parallelogrammis, vel triangulis extensione infinitis intra easdem parallelas super basibus duplo, triplo, vel in alia proportionem minoribus. Circa quæ paradoxa non pluribus immoror, quia faciliè cognoscuntur ab animo etiam leuiter aduertenti verba propositionis.

§. V.

COROLLARIUM II.

De triangulis inter hyperbolen, & asymptoton inter se æqualibus.



Inreposita hic figura quoniam, iuxta indicatam ad 35 propos. lib. 1, § 2, & 11, & demonstrata in analecto 10 ad nostra Apiana, inter hyperbolen DEF, & rectas asymptotas ABC parallelogrammata AK, DE; BE, CF. &c. descripta sunt omnia inter se æqualia, nec sequuntur proport. basium; ergo & qualibet eorum dimidia triacula erunt etiam ipsa inter se æqualia licet super

inaeq. basibus. Quare Corollarij loco sit propositio: Inter hyperbolen, & asymptoton omnia triacula habentia vnum latus, vel in asymptoto, vel parallelum asymptoto, sunt inter se æqualia, etiam basibus, vel altitudinibus inæqualibus.

Ex quibus hic dictis, & adductis patebit ad 29. huius nouus, & pulcherrimus modus describendi hyperbolen etiam intra asymptotos.

COROLLARIUM III.

Paradoxum autem in § 4 licet applicare etiam parallelogrammis inter asymptotos, quorum quodlibet vel minimum erit duplū cuiuslibet trianguli extensione etiam infiniti inter hyperbolen, & asymptoton.

SCHOLION IV.

Omitto, ne nimis minuta persequi videar, indicare problema: Dato parallelogrammo, vel triangulo æquale vel maius, vel minus etiā infinitā extensione statim describere. Quod facile soluitur ex hac prima prop. 1, productis oppositis, ac parallelis lateribus dati parallelogrammi, vel ducta per verticem parallela basi dati trianguli, ac diuisis, vel auctis pro lubita proportionē basibus, super quibus intra easdē parallelas licet obliquare parallelogrammata, vel triangula in infinitum, maiora tamen, vel minora dato iuxta proportionē basium.

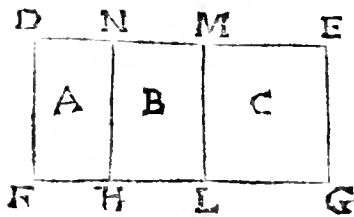
§.VI.

LEMMA.

Datis quocunque rectis lineis, vel angulis, vel arcubus, quam inter se proportionem habeant illicò agnoscere in Circinò proportionum.

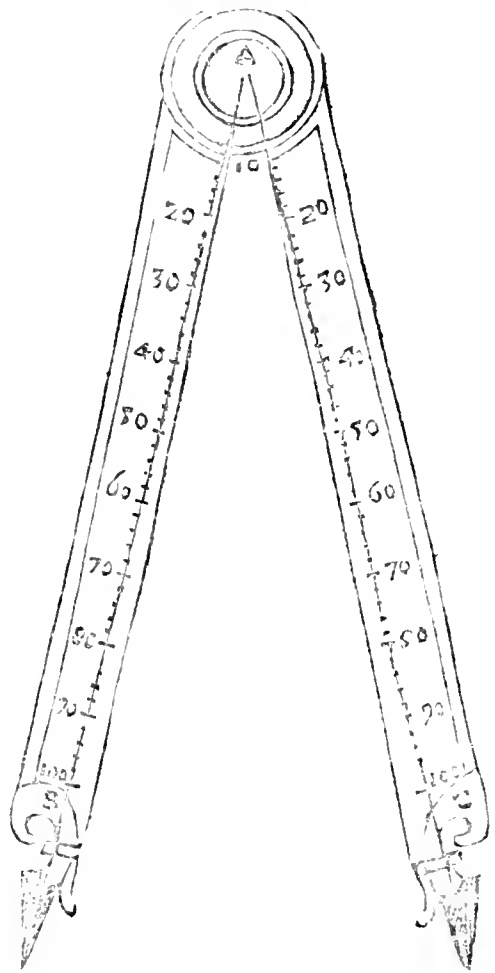
Huius lemmatis praxis vsui futura est in sequentibus non solum ad hanc 1. propos. sed etiam ad alias huius lib. 6, veluti ad 19, 20, 23, &c. & implicite iam indicata est in vsu circinì proportionum ad 9, & 10 propos. lib. 1. Nam

eadem est cum propositionibus ibi indicatis. Datis duabus rectis, scire quota sit altera alterius pars, vel quot alterius diuisæ partes altera obtineat. Igitur finge quot libet datas rectas inter se inæquales, exemplum ponamus ex appositæ figuræ tribus FH, HL, LG. Datarum ma-



iorē LG interpone inter numeros (circini proportionum, ubi diuisa est recta in 100 partes equales, ut habes in appositæ figuræ) in quos velis eam rectam esse diuisam, puta inter 100, & 100, deductis circini partium cruribus ad intervallum eiusdem rectæ. Deinde accipe intervallū veriusque LH, HF, & immotā diductione circini proportionum, vice inter quos numeros præcise aptentur, finge alterā cadere inter 20, &

30, alterā inter 20, & 20. Habent ergo tres datæ proportionē inter se, quam numeri 100, 30, 20; aut ac maiores per minores numeros, & quotientes æquon. habent proportionēs. Rectæ LG max. ma 100 ad rectam mediam HL 30 erit proportio tripla resquenter, ut 1. Eiusuē LG 100 ad minimā FH 20, erit in quo 1 erit 5 proportio quintupla. Atque HL 30 ad FH 20 erit in quon. te 1 2/3 proportio se, puta tria.



PROPOSITIO I.

23

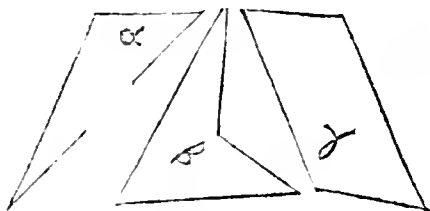
Et eodẽ modo aptatis quotlibet alijs rectis (minoribus ipsa inter 100 & 100 interposita) inter numeros laterales circini, statim ij numeri, prodent quantitatem, & proportionem aptatæ ad quamlibet interpositam inter alios quoslibet numeros laterales. Praxis huius, & aliarum ex hoc circino, demonstrationem vide suo loco ad 3 propos. huius lib. 6.

In altera vero facie eiusdem circini, ubi gradus 90 quadrantis notati sunt, proportionali modo erit operandum si aueas scire quam proportionẽ habeant inter se dati vel anguli, vel arcus quadrantis. Pro qua re vide ad 9, & 10 bu. in loco.

§. VII.

PROBLEMA I.

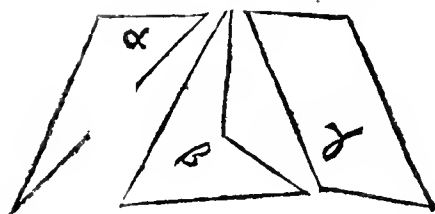
Datis quibuslibet, & quotlibet figuris rectilineis, quam inter se proportionem habeant facillimẽ inuenire.



Problemũ hoc inde terminatum, atq; vniuersalissimum est non solum de similibus, sed etiã de dissimilibus, &

irregularibus figuris rectilineis. Nam similia quã habeant proportionem prodetur, aliter, quã hic, ad 20 propos. nempe per duplicatam laterum, &c. At data duo, vel plura rectilinea irregularia, & dissimilia quam habeant proportionem cognoscere, ac quidem facillimẽ, & ex hac 1 propos. nondum apud alios memini me uicere

Itaq; problema sic expedito. Si scire aueas quã inter se proportionẽ habeant rectilinea α , β , γ , verte ea in tria parallelogramma eiusdem altitudinis, siue intra easdem parallelas (in fig. antec.) DE, FG, & per propositionis 15 li. 3, vel per modos aliquos ex ijs, quos docuimus de triangulis rectangulis, trapezijs, &c. ex partium facili transpositione ad Prop. 4, 13, 45, &c. L. eandẽ uide eorum bases EH, HL, LC quas inter se



se proportiones habeant, iuxta antecedens lemma in praxi ē circino proportionum, easuē enim habeant, per hanc 1, inter se proportionem recti-

linea α , β , γ constitutis parallelogrammis A, B, C equalia. Modus hic individualis cognoscendi quamnam precisē proportionem habeant bases, ille est, quem inuimus, ac polliciti sumus in § 4 ad prop. 45. l. 1.

SCHOLION III.

ALITER

Data rectilinea scire quam inter se proportionem habeant.

Hoc problema, quod soluimus ex propositione, ac demonstratione hac 1 Eucl. per proportionem basium, licet etiam expedire ex corollario 1, siue ex propositione, ac demonstratione Commandini per proportionem altitudinum in triangulis, & parallelogrammis. Itaque data qualibet, & quolibet rectilinea si vel in triangula, vel in parallelogrammata equalia super basibus aequalibus transmutaris, acceptae proportionem altitudinum indicabunt proportionem arearum rectilinearum. Proportionem vero altitudinum habes in promptu ex circino proportionum in lemma antecedenti.

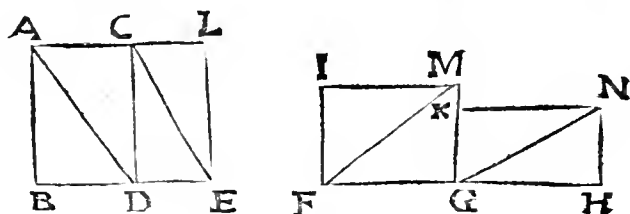
§. VIII.

COROLLARIUM IV.

Figurarum comparatas quantitates nosse, figuras augere, imminuere in data proportionem ex 1 hac propof. Eucl.

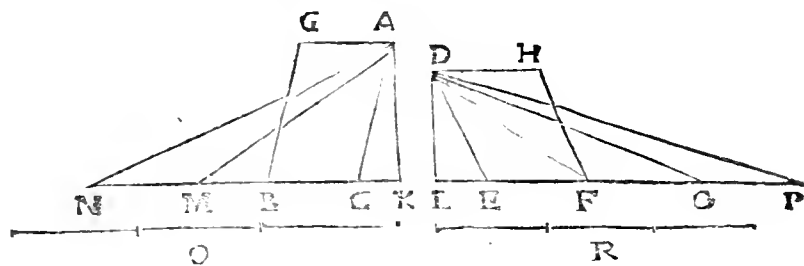
Translatis rectilineis in equalia triangula, vel parallelogrammata, qua sint vel equalium altitudinum, vel equalium basium

sum, facile scies comparatas eorum rectilinearum quantitates, scilicet quanto aliud sit maius, vel minus, nempe in æqualibus triangulis, vel parallelogrammis. Nam (in exemplo corollarij primi) quã-



to triangulum FMG est maius triangulo GNH? (quod GNH propter minorem perpendicularẽ GK, est minus ipso FMG, per demonstrata in antecedentibus, &c.) Metire igitur, & confer ipsas perpendiculares MG, KG. Eodemq; modo quanto sit maius parallelogrammum IG ipso KH; vel quanto minus triangulum altero, vel parallelogrammum altero. Nam iuxta perpendicularium divisionem, ac partes, &c. sic triangulorum, & parallelogrammorum areae.

2 Si data trianula, vel parallelogrammata super æqualibus basibus velis imminuere vel augere in data proportionẽ, verb. gra. ut alterum alterius sit duplum, triplum, &c. subtriplum, &c. diuide perpendiculares ad datam proportionem, & perpendicularis altera, ver.



g. triplo minor dabit in extremo divisionis, ver. gr. (in apposita figura ex Commandino) inter L, & D dabit punctum, a quo triangulum super basi EF erit tripla pars ipsius ABC. Sic per idem punctum tripla divisionis in perpendiculari DL, ducta parallela basi EF, & iuncta duabus parallelis conficiet parallelogrammum, quod sit tertia pars ipsius CG.

Ita vero quod dictum est in altera figura EH cum respectu ad C poterit in eadem vicia figura fieri ver. gr. imminuendo, vel augendo per.

perpendicularem KA , ut iuxta eam augeantur, vel imminuantur triangulum ABC , & parallelogrammum CG . Eruntque præcedentes operationes in Geometriâ practicâ institutæ modo non vulgato ex antecedentibus.

§. IX.

SCHOLION V.

De figuris rectilineis, præter triangula, & parallelogrammata augendis, minuendis in data proportionem. De rectilineis proportionalibus.

E Transmutatione figurarum rectilinearum in æqualia triangula, vel parallelogrammata, & eorum constitutione, vel inter æquales altitudines, vel super æqualibus basibus, & e basium, vel altitudinum auctione, imminutione, proportionem, iuxta antecedentia quidem licet scire auctiones, imminutiones, proportionem figurarum, sed non in propria figura; ut autem etiam redeant in suam figuram præcisè, ac perfectè demonstratam, opus est usus aliquarum posteriorum in hoc lib. 6. propositionum, atq; ideo ad eas apertius reservanda sunt prædicta problemata, in primis ad 25. propos. huius. Vide etiam in fine nostrarum commentationum ad 10 propositionem huius indicatos amplissimos usus, ad quos traduci potest hæc 1. prop.

§. X.

V S V S

Proposit. 1. In Geodesia pro figurarum planarum, & agrorum divisionibus in data proportionem.

IN Tomo nostro huius Aerarij ad propositionem 34. li. 1. Elem. §. 2, 6, 11, 13, 14. & ad propos. 38, 39, 43, 5, 6 docuimus usus

earum propositionum in Geodesia pro solis bipartitionibus vel simplicibus, vel multiplicatis figurarum planarum, vel agrorum quantum ferebant ex propositiones, & suppositum in antecedentibus eius lib. pri. problema de bipartitione rectæ lineæ; hic ubi Euclides uniuersalem habet propositionem non solum de æqualitate triangulorum, & parallelogrammorum inter easdem parallelas, ac super æqualibus basibus, sed uniuersè affirmat esse inter se triangula, & parallelogramma ut sunt earum bases etiam diuise, & c. nos etiam uniuersalia proponemus problemata pro non sola bipartitione, sed pro quacunque partitione figurarum aliquarum inter easdem parallelas; quæ tamen partitio supponit partitionem lineæ demonstratam ad lubitam proportionem, de qua in prop 9, & 10 huius lib. 6. Acca propositio vim habet à sequenti proxima, ac secunda propositione huius. Ad condimentum, & ornamentum huius primæ, vel libentius Tyrones reliquas huius libri aggregantur, erit pretium operæ uti hac facili, & paulo post docenda lineæ lubitæ diuisione, iuxta morem anticipationis in praxibus, & problematibus.

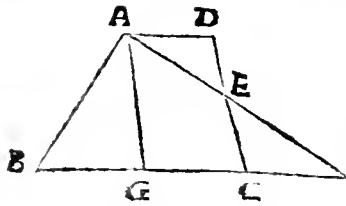
Vt verò faciliora pro Tyronibus nostra sint problema, ea includemus intra aliquas determinationes, extra quas vagari licebit pro neffioribus per plures, & difficiliore ambages, iuxta exempla apud Machometem Bagdedinum, Commandinum, Clavius in lib. 6. Geom. Practica.

§. XI.

PROBLEMA II.

A Trapezio duorum laterum parallelorum ex angulo imperatâ partem ad datam proportionem facillimè auferre, modò diuisio cadat intra alterutrum laterum parallelorum.

SIt duorum laterum AD , BC parallelorū trapezium AC diuidentum ex angulo, ve gr A ita, ut prima pars diuisionis sit, v. gr. una tertia totius trapezij. Bisarietur DC in E , & ex A per E



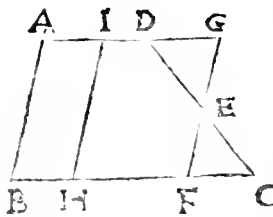
ducatur recta occurrens in F lateri producto BC . Deinde totius BF accipiatur tertia pars in G puncto intra latus BC , iuxta determinationem à nobis propositam. Iuncta AG , dico AGB esse tertiam partem trapezii BD . Est enim triangulum ABF aequale trapezio BD per ea quæ à nobis demonstrata sunt in § 11

ad prop. 41. Eucl. in 1^o To. nostri huius Axiom. Est autem eiusdem trianguli APF tertia pars triangulum ABG , per hanc 1 huius 6. li. Ergo etiam AG est etiam tertia pars trapezii BD . Quod erat faciendum, & demonstrandum.

§. XII.

PROBLEMA III.

A Trapezio ex punctis in alterutro duorum laterum parallelorum imperatam partem auferre ad datam proportionem per lineam parallelam alteri duorum laterum non parallelorum, modo cadat diuisio intra latus alterutrum parallelum.



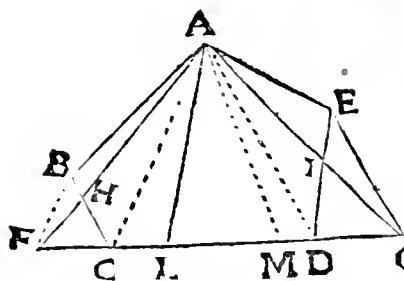
Trapezii AC pars, verbi gr. tertia sit accipienda per lineam parallelam lateri, v. g. AB non parallelo alteri lateri DC ex puncto aliquo I in latere AD parallelo alteri lateri BC , iuxta conditiones propositas. Alterutrum laterum non parallelorum DC bisurietur in E , & per E agatur lateri AB parallela FE occurrens in G lateri AD producto. Accepta deinde tertia par-

partelateris BF in H , & ductà HI parallelà lateri AB , erit parallelogrammum BI tertia pars trapezii AC accepta per parallelam, &c. ex punctis, &c. iuxta proposita. Est enim parallelogrammum AF equale trapezio AC , per demonstrata a nobis in § 12 ad propos. 41 libri 1 Elem. in To. 1 nostri huius Aerarij. Est èrò parallelogrammum BI (super BH acceptà tertià ipsius BF) tertia pars totius parallelogrammi EG , per hanc 1 propos. lib. 6. Elem. Ergo idem BI est etiam tertia pars trapezii AC , accepta iuxta conditiones propositas, &c.

§. XIII.

PROBLEMA IV.

A dato Pentagono etiam irregulari imperatam partem ad datam proportionem auferre per lineam ex angulo deductam, modo diuisio cadat intra basim oppositam angulo &c.



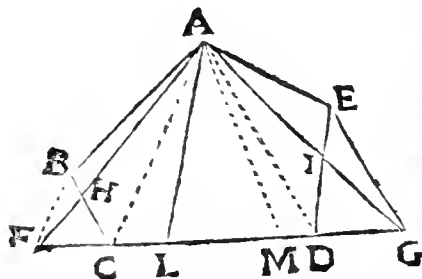
Datum sit Pentagonum etiam irregulare $ABCDE$, à quo auferenda sit tertia, vel qualibet in alia proportionem pars per lineam ab angulo, puta A , deductam in basim CD . Ab A ad C , & D ducantur due rectæ, quibus parallelæ agantur ex B , & E rectæ occurrentes producto lateri CD in F , & G . Iungantur AF AG . Accipiantur ipsius FG tertia pars in L , iunctaq; AL , dico spatium pentagonicum sub rectis AB , BC , CL , LA esse tertiam partem totius pentagoni $ABCDE$. Nam, per demonstrata a nobis in § 2 ad Prop. 38. lib. 1 Elem. in To. 1 nostri huius Aerarij, triangulū AFG est æquale pentagono $ABCE$, & per 37.1. FHC , BHA sunt inter se equalia (ablato communi BHF , & AHC cōmune, ergo triangulū AFL est æquale pentagonico

Ipse

PROPOSITIO I.

spatio $ABCL$; at AFL est tertia pars ipsius AFG , per hanc primam prop. huius lib. 6, ergo & $ABCL$ est tertia pars totius pentagoni $ABCDE$.

COROLLARIUM V.



Quin immo, diuisa FG in tres partes in punctis L , & M utrisq. cadens inter latera CD pentagoni $ABCDE$, & iuncta M , est diuisum in tres partes equales pentagonum $ABCDE$, quemadmodum & triangulum AFG . &c.

§.XIV.

COROLLARIUM VI.

Eadem opera impensa in constructionibus, & demonstrationibus precedentium problematum habes diuisionem trianguli, & parallelogrammi ad datam proportionem ex usu huius & propos. Eucl. ac sine determinatione. Nam diuisio est libera in lateribus, & basibus siue ab angulo trianguli, siue a punctis in altero laterum oppositorum in parallelogrammo.

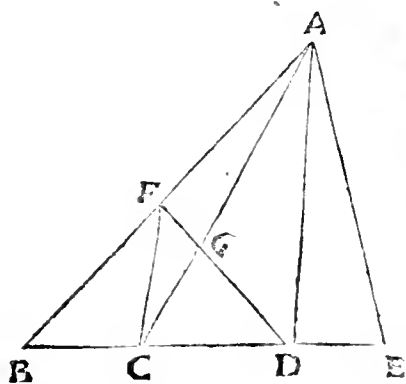
Ceterum ut in triangulis, non solum ab angulo, sed & a puncto vel in latere, vel intra triangulum, dato habeas non solum imperatam partem, sed & totum triangulum diuisum in æquales partes datæ proportionis, accipe sequentia ab Orontio in lib. 3. de rer. Math. hæc. desid.



§. XV.

PROBLEMA V.

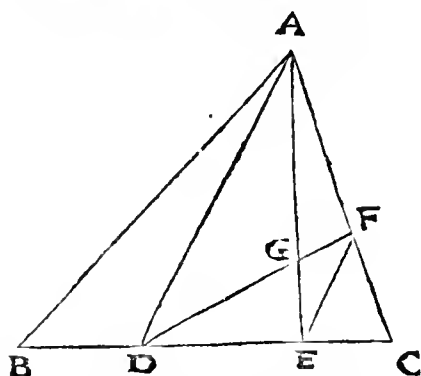
A dato cuiusvis lateris oblati trianguli puncto, rectam ducere lineam, quæ ordinatam partem ab ipso triangulo discindat.



S It datum triangulum ABE, & in aliquo ipsius trianguli latere utpote BE, designatum punctum D. Sitq; propositum tertiam, v.g. partem ab eodem abscindere triangulo, sub recta videlicet, quæ per D punctum fuerit delineata. Secetur itaq; ab ipso latere BE pars tertia BC Et connexis AD, & AC li-

neis rectis, per C recta ducatur ipsi AD parallela, per 31 primi elementorum, & connectatur denique recta DF, quæ secet AC rectam in puncto G. Aio itaque rectam DF abscindere tertiam partem ab ipso triangulo dato ABE, utpote triangulum DBF. Triangulum enim ADF, & DCA in eadem basi, atq; in eisdem confidunt parallelis: æquum est propterea triangulum ADF ipsi triangulo DCA, per 27 ipsius primi elementorum. Subducto igitur communi triangulo AGD, reliquum triangulum AFG reliquo GCD est æquale. Quod si utrique æqualium triangulorum addatur commune trapezium FGCB, confurget triangulum DFB æquale triangulo AEC. Et quoniam ABC, & ABE triangula sub eodem sunt vertice: Se habent igitur ut bases, per primam sexti elementorum. Basis porro BC est tertia pars ipsius BE, per ipsam constructionem, & triangulū igitur ABC est tertia pars ipsius trianguli ABE. Et proinde: triangulum

gulum DFB eiusdem trianguli ABE pars itidem est tertia, quæ enim sunt inuicem æqualia, eiusdem sunt æquæ minora per septimæ communis sententiæ conuersionem. Recta igitur linea DF, abscindit tertiam partem DFB ab ipso triangulo dato ABE. Quod oportuit fecisse,



Haud alter datam quamuis aliā partē ordinatam ex ABC triangulo dato sub ipsa recta DF discindere licebit, etiam ubi datum punctum D inter B, & E puncta fuerit designatū. Vt ex ea quæ se-

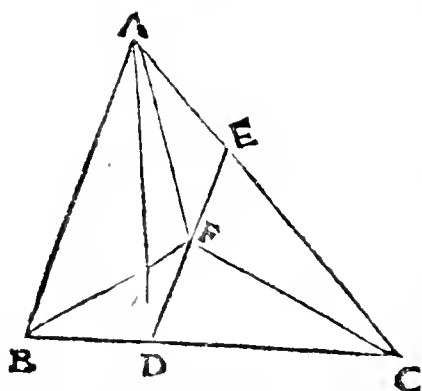
quitur figuræ dispositione vel facillè deprehenditur: in qua punctum datum in latere BC est D, & CE recta eiusdem lateris pars quarta. Descriptis enim veluti supra dictum est AD, DF, FE, & EA lineis rectis, manifestum est rursus triangu- la AGF, & DGE fore inuicem æqualia: & triangulum consequenter AEC triangulo DFE æquale;uncto videlicet communi trapezio FGEC. Et cum triangulum AEC sit quarta pars ipsius dati ABC trianguli, erit propterea triangulum DFC eiusdem trianguli ABC pars itidem quarta,

§. XVI.

PROBLEMA VI.

Intra datum triangulum punctum inuenire, à quo in singulos ductæ lineæ rectæ, triangulum ipsum in tria, & inuicem æqualia diuidant triangu- la.

SIt oblatū triangulum ABC, & ab vno illius latere, vtpote BC, tertia pars abscindatur BD. Consequenter per ipsum punctum D, ipsi AB lateri parallela ducatur DE, per 3. pri-
mi



elementorum: quæ bifariam diuidatur in puncto, *F*, per decimam eiusdem primi elementorum. *A*io, itaque punctum *F* esse illud, quod quærebatur. Connectantur enim *AD*, *AF*, *FC* lineæ rectæ: erunt igitur *ABD*, *AFB* triangula in eadem basi *AB*, atque in eisdem parallelis *AB*, &

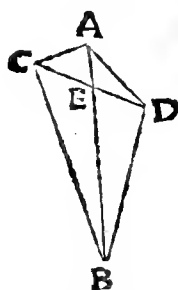
EB: & proinde inuicem æqualia, per 37 primi elementorum. Triangulum porro *ABD* se habet ad totum triangulum datum *ABC*, ut *BD* basis ad basim *BC*, per primam sexti eorundem elementorum. Atqui *BD* basis est tertia pars ipsius *BC*, per ipsam constructionem: & triangulum igitur *ABD*, atq; ipsum penderit *AFB* triangulum tertia itidem pars est eiusdem trianguli dati, *AFC*, *BFC* reliqua duo tertia eiusdem *ABC* trianguli comprehendunt: quæ cum sint inuicem æqualia, quodlibet eorundem triangulorum vnum tertium efficit ipsius dati trianguli *ABC*. Quod autem *AFC*, & *BFC* triangula sint ad inuicem æqualia, sit manifestum. Triangulum namq; *DFC*, triangulo *CFE*, per primam sexti elementorum est in primis æquale: se habent enim ad inuicem, ut bases *DE*, & *FE*, quæ, per ipsam constructionem, sunt æquales. Triangulum insuper *AEF* triangulo *FBD* itidem coæquatur, per 37 primi eorundem elementorum: sunt enim in eisdem basibus inuicem æqualibus *DE*, & *FE*, atq; in eisdem parallelis *AB*, & *ED* consistentia: Totum propterea *AFC* triangulum toti triangulo *BFC* coæquatur. Diuisum est itaque triangulum datum *ABC* in tria triangula inuicem æqualia, sub tribus rectis lineis a puncto *F* in singulos prodeuntibus angulos. Quod faciendum receperamus.



§. XVII.

THEOREMA I.

Si duo triangula æqualia habeant vnum latus commune, & in diuersas partes vergant. Recta oppositos angulos connectens a latere illo communi bifariam secatur.



a 1 sexis

b 11 quæ-
ti 3. par.
huit.

c 12 quæti
3. par. hu.

S Int æqualia duo triangula ABC, ABD habentia latus AB commune, & in diuersas partes vergentia. Dico rectam CD oppositos angulos C, D iungentē secari in E bifariam a latere communi AB . a Quoniam enim est tam triangulum ACE ad triangulum ADE , quam triangulum BCE ad triangulum BDE , ut CE ad ED , b erit triangulum ACE ad triangulum ADE ut triangulum BCE ad triangulum

BDE . c Igitur erunt quoque duo triangula simul ACE , hoc est totum triangulum ABC , ad duo triangula simul ABE, BDE , id est ad totum triangulum ABD , vel ACE ad ADE , hoc est, ut CE ad ED . Cum ergo triangula ABC, ABD ponantur æqualia; erunt quoque rectæ CE, ED æquales, ac proinde CD in E secata est bifariam, quod erat ostendendum. *Clas. Geom. pract. li. 6. prop. 6.*

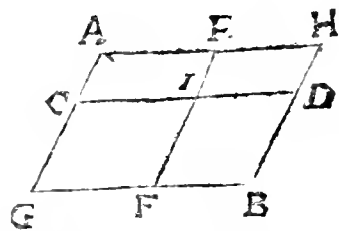
§. XVIII.

THEOREMA II.

In parallelogrammo duæ rectæ lateribus parallelogrammi parallelæ, ac mutuo se secantes

diui-

diuidunt parallelogrammum in quatuor parallelogrammata proportionalia, etiam permutata.



Pullo autem dabitur hoc theorema quā aliqui alij. In parallelogrammo AB duæ rectæ CD, EF parallela lateribus AG, GE, seseque in I secantes ductæ sint. Dico parallelogrammata ita inter se habere, ut quemadmodum CE ad EF, sic GI ad IB; ac præterea esse ut FC

ad CE, ita FD ad DE. Quoniam enim ex hac 1 prop lib 6, ut CI ad ID, sic CE ad ED; & rursus ut CI ad ID, sic CF ad FD; ergo per 11 quinti erunt ut CE ad ED, sic GI ad IB. Pari ratione, quoniam ut FI ad IE, sic FD ad DE, & FC ad CE; ergo ut FD ad DE, sic FC ad CE. Quare etiam sunt in eadem proportionem permutata ea parallelogrammata, id est non solum sunt antecedentes ad consequentes in eadem proportionem, CE antecedens ad suum consequens ED; & CF antecedens ad suum consequens FD; seu etiam permutando, non tam ex vi propof. 16 quinti, quàm ex vi sola huius 1 propof. lib. 6, & 11 quinti, sunt in eadem proportionem antecedens GI ad antecedens IA & consequens FD ad consequens DE, quia in eadem proportionem sunt cum yisdem FI, IE. Igitur in parallelogrammo, &c. quod erat demonstrandum.

SCHOLION V.

Vide & ad condimentum, & ornatum huius pri. propof. apud nos in Apiar. 3, Prog. 10 propof. 10. & coroll.



§. XIX.

SCHOLIUM VI.

De triangulis, & parallelogrammis incommensurabilibus.

Quoniam triangula, & parallelogrammata inter easdem parallelas habent inter se proportionem basium. hinc amplifica propositionem Euclidis etiam ad miraculum incommensurabilium in Geometria, & agnosce si bases fuerint incommensurabiles, triangula, & parallelogrammata super his basibus etiam esse inter se incommensurabilia iuxta schol. antiquum geometricum ad finem lib. 6.

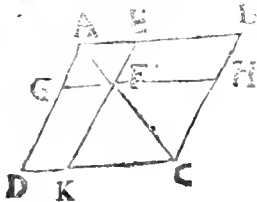
Sed hac ac re vide plura apud nos ad propos. 20 huius §. 9. nu. 2.

§. XX.

THEOREMA III.

In parallelogrammis alterutrum complementum est medium proportionale inter parallelogrammata circa diametrum.

Pro hoc theoremate quod etiam aliter demonstrabimus ad 24 huius, apponatur hic eius 24 proposit. figura. In qua dico in parallelogrammo DB alterutrum complementum DF, vel FE esse medium proportionale inter parallelogrammata GE, KH circa diametrum AC. Quoniam enim, per præcedens theorema 2 sunt inter se parallelogrammata ut GE ad FH, ita GK ad KH, & per 43, li. 3. comple-



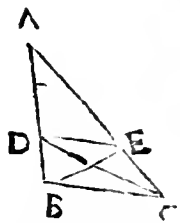
plementa DF, FE sunt æqualia, ergo vt GE ad EH , ita EH ad HK , vel vt EG ad GK , ita GK ad KH .

Ex hoc theoremate Problema, quo facile constituitur inter duo rectilinea medium proportionale, vide ad citatam 24 huius apud nos.



Propos. II. Theor. II.

Si uni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, recta sectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.



Lateri BC trianguli ABC ducta sit parallela DE . Dico esse, vt BD ad DA , ita CE ad EA . Ductis enim BE, CD ,^a erit triangulum BDE æquale triangulo CDE ; habent enim eandem basim DE , & sunt in iisdem parallelis DE, BC . Aliud autem triangulum est ADE .^b Æqualia autem ad idem eandem habent proportionem: erit ergo vt BDE triangulum ad ADE , ita CDE triangulum ad idem ADE triangulum.^c Sed vt BD ad DA , ita est BD ad DA . cum enim in eadem sint altitudine, quam perpendicularis ex E in AB ducta ostendit, inter se erunt vt bases. Ob eandem causam, vt est triangulum CDE ad ADE ; ita est CE ad EA :^d vt ergo BD ad DA ; ita est CE ad EA . Sint iam trianguli ABC latera AB, AC proportionaliter secta, sitq; vt BD ad DA , ita CE ad EA . Ducta ergo DE , dico illam ipsi BC paralle-

^a prop. 37

^{1.}

^b prop. 7.5

^c prop. 1.6

^d prop. 1.5

^{5.}

lelam esse, ijsdem enim constructis, cum sit vt BD ad DA, ita CE ad EA; ^e atqui vt BD ad DA, ita est triangulum BDE ad triangulum ADE. Et vt CE ad EA, ita triangulum CDE ad idem ADE; ^f vt ergo triangulum BDE ad triangulum ADE, sic triangulum CDE ad triangulum ADE; vtrumque ergo triangulorum BDE, CDE ad triangulum ADE eadem habet proportionem; aequalia ergo sunt, suntque in eadem basi DE. ^h At triangula aequalia eandem habentia basim in ijsdem sunt parallelis, ergo DE parallela est ipsi BC. Si ergo vnilateri, &c. Quod oportuit demonstrare.

§. I.

S C H O L I O N I.

Veritas Euclidianæ 2 proposetiam ex curuis lineis circulatorum, parallelis, & non parallelis, proportionaliter secantibus latera triangulorum. &c.

IN triangulo rectilineo sectio fit proportionalis dum laterum non solum a recta, sed etiam a curuis, & circularibus lineis sine parallelis, sine non parallelis.

Vide apud nos in *Apiar.* 1, *Prælib.* 2, *Prop.* 2, *corollar.* 4, & 5. habes cum figuris exempla, quæ nos deducimus, sine diducimus ex occasione geometricæ Araneæ.



§. II.

SCHOLION II.

Indicati vsus prop. 2. pro inuentionibus linearum proportionalium tertiæ, & quartæ, atq; etiam plurium in eadem proportionem.

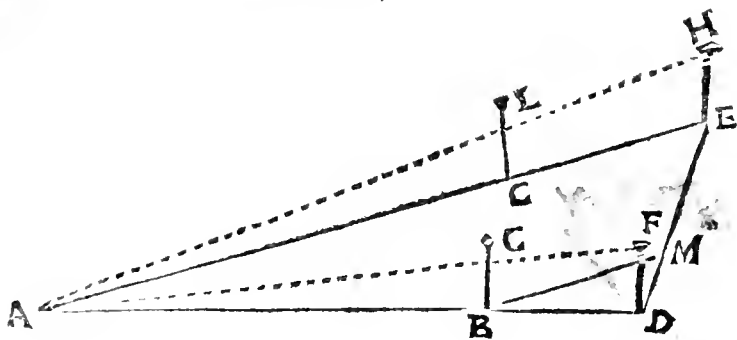
Itemet Euclides in propof. 11, & 12 utitur hac 2 propof. ad inueniendas proportionales lineas tertiam, & 4. Ac nos etiam hac eadem utemur inferius ad plures lineas in eadem proportionem continuandas: Quare si quis velit, poteft hanc fecundam condire vsibus earum propofitionum, ac inuentionum, vt & nos Euclidi, & Euclides ipse sibi fit condimento. Ac paradoxum est (vt dicemus & ad 4, & ad 8 propof.) doceri tacite ab Euclide inuentiones linearum proportionalium (faltem tertiæ, & quartæ ex hac 2 propof.) antequam eas expreffius doceat in propof. 11, 12, 13. Veruntamen modum illum plures continuandi lineas in eadem proportionem fatius duxi apponi suo loco, uidet 12 propofitioni. Vnde, si quis velit, poteft eum huc transferre condimenti locos; ideo hic faltem tantum indicaui.

§. III.

V S V S, & Praxis

Propof. 2 Eucl. in dimensionibus longitudinum inaccessarum.

Omnes Geometra passim utuntur 4 propof. huius pro dimensionibus inaccessis longitudinum, latitudinum, altitudinum, profunditatum, &c. Nos hic nouo modo ad eas dimension-



mensiones utemur hae secunda propof. ac quidem facillimè sic. Inaccessum fit *A*, propter aliquam vallem, exempli gr. in interiacentem inter *AB*, *AC*, sitq; area *BDEC* in eminentiore colle. Fige hastā perpendicularem in *B*, & recede ita in *D*, ut linea visualis ab oculo in *F* iungat tria puncta *F*, *G*, *A*. Deinde a *D* recede per angulum libitum usq; ad *E* libitam distantiam. Rursus ab oculo in *H* linea visualis iungat *H*, *L* hastam alterā (perpendicularem in *C*) & *A*. Lateri *AE* (sive *AD*) parallelam *BM* eluc ex *B*.

Signabis visibiles *BD*, *EC* lineas, & ipsam *BM*. Quoniam in triangulo *DAE* lateri *AE* ducta est parallela *BM*, erunt, per hanc 2 propof. Euclid. secta proportio inter latera *DA*, *DE* in punctis *B*, & *M*, ergo ut *DA* ad *DE* mensurabiles, ac nota, ita *DB* item nota ad *BA* ignotam distantiam notificatam per hanc 2 propof. Eucl.

Modus hic est desumptus a nostro *Apiar.* 2 *Progy.* 2 propof. 8 Vbi plura vide in coroll. 1 ex eā, & in Schol. ad eam. Vide ad hunc usum etiam corollar. 2 § 3 ad propof. 9. inferius.

SCHOLIUM III.

In accessas profunditates, & altitudines metiri
e 2 propof. huius.

IN citato *Apiar.* vide applicationem, & usum huius 2 prop. Eucl. pro altitud. & profund. &c. in coroll. 2 citat. prop. 8.

§. IV.

SCHOLIUM IV.

Applicatio, & vsus indicatus eiusdem 2 propof.
Eucl. ad dimensiones vmbrarum globi
lunaris, & globi terreſtris.

Vide in cit. 2 Apiar. Coroll. 3. ex cit. propoſit 8. ibi habes figuram, applicationem, demonstrationem, & notationes pro exacta ea operatione Aſtronomica ex uſu 2 huius propoſ. Eucl.

Quæ quia ſupponit diametros ſolis, lune, terre & eorum globorum diſtantias notas (quas res paulo inferius videbis apud nos in uſibus 4 prop. huius Eucl.) ideo nunc hic ſat eſt ſaltem indicare Tyronibus geometricis quàm aliè etiam ad aſtronomica nos proueāt hæc 2 prop. Eucl. Vide ſuo loco ad 4 prop. unde tibi demonſtretur id quod hic indicatur. Accipe hic interim in ſequentibus Theorema apud noſtrum Villalpandum in to. 3 in Ezechielem, quod ſolutionem habet ab uſu 2 huius elementaria propoſitionis, & cuius inſcriptio longior eſt, quàm demonſtratio.

§. V.

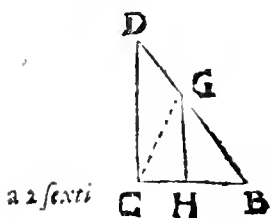
THEOREMA I.

Si in triangulo rectangulo ex quolibet acutorū
angulorum interuallo lateris adiacentis arcus
circuli deſcribatur ſecans baſim, & ex
puncto ſectionis demittatur perpendicularis
in latus prædictum, idem latus erit media
proportionalis inter baſim trianguli, & ſe-
gmentum lateris contentam inter perpendi-
cularem, & angulum acutum.

F

Sit

PROPOSITIO II.



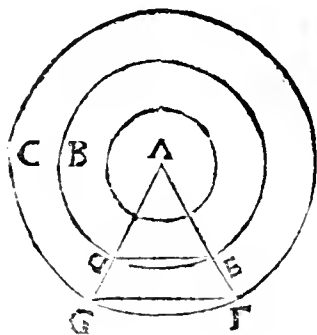
a 2. senti

S It triangulum rectangulum BCD, & centro B, interuallo BC descriptus sit arcus CG secans basim BD in G, ex quo demissa sit perpendicularis GH. Dico latus BC mediā esse proportionalem inter BD, BH. Cum enim GH sit parallela ipsi DC, a erit vt BD ad BG, hoc est ad BC, ita BC ad BH. Quod erat demonstrandum.

§. VI.

THEOREMA II.

In circulis concentricis rectæ lineæ à communi centro ductæ, quæ secant peripherias, proportionaliter à peripherijs secantur.



S Int concentrici BDE, CGF, &c. à communi centro A ductæ sint AF, AG secantes in punctis D, E, F, G: dico ipsas in istis punctis proportionaliter secari.

Iunctis enim DE, FG. Quoniam in triangulis ADE, AFG latera AD, AE, AF, AG ab eodem centro ad eandem circumferentiam sunt æqualia, per def. 15, erunt ea triangula isoscelia, & per §. 1. anguli ad bases erunt inter se æquales. Est autem angulus ad A communis, & per corollarium primum 32 pr. tres anguli cuiuslibet trianguli simul sumpti æquales sunt tribus cuiusq; trianguli simul sumptis, ablato ergo communi A, remanebunt duo reliqui D, & E simul sumpti æquales duobus F, & G simul sumptis, per axiom. 2. ergo & dimidia erunt inter se æqualia, per axiom. 7, nempe angulus ADE ipsi AGF externus interno &c. ergo per 28. pr. rectæ DE, FG sunt parallelæ; ac proinde in triangulo AFG latera AF, AG secantur in D, & E (etiam à peripherijs) proportionaliter, iuxta hanc 2. hu. Quod erat demonstrandum. Ap. 1. Prel. 2.

Pto.

Propof. III. Theor. III.

Si trianguli angulus bifecetur, rectaq; angulum fecans fecet & basim, habebunt basis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et si basis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad basim ducitur recta linea trianguli angulum bifecabit.



E Sto triangulum ABC, & angulus BAC bifecetur rectâ AD. Dico esse vt BD ad DC, ita BA ad AC. Ducatur CE per C parallela DA, cui BA producta in E occurrat. Et quia in parallelas AD, EC recta AC incidit, erunt anguli ACE, CAD æquales, sed CAD, BAD ponuntur æquales; erunt ergo & BAD, ACE æquales. Rursus cum in parallelas AD, EC incidat BE, erit angulus externus BAD æqualis interno AEC; ostensus est autem & ACE ipsi BAD æqualis: erit ergo & ACE æqualis ipsi AEC; unde & latera AE, AC æqualia erunt. Et quia trianguli BCE lateri EC ducta est parallela AD, ferit vt BD ad DC, ita BA ad AE; est autem AE ipsi AC æqualis: est ergo vt BD ad DC, ita BA ad AC. Sed esto iam vt BD ad DC, ita BA ad AC, iuncta q; sit AD. Dico angulum BAC bifecari rectâ AD: iisdem enim constructis, cum sit vt BD ad DC, ita BA ad AC: & vt BD, ad DC, ita BA ad AE (est enim lateri EC trianguli BCE ducta parallela AD) erit vt BA ad AC, ita BA ad AE; æqualis ergo est AC ipsi AE. Quare & angulus AEC angulo ACE æqualis erit. sed AEC externo BAD est æqualis; & ACE alterno CAD; erit ergo & BAD æqualis ipsi CAD: ergo BAC rectâ AD bifecatur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod oportuit demonstrare.

a propof. 29.1.
b 4.1.
c propof. 29.1.
d 4.1.
e prop. 6.1.
f prop. 2.6.
g prop. 7.1.
h prop. 2.6.
i prop. 9.1.
k prop. 6.1.
l prop. 9.1.
m prop. 29.1.

§. I.

V S V S propof. 3, & Praxis —

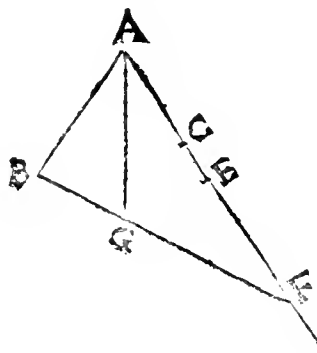
— Infueta diuidendi datum angulum in duos æquales.

V Sus erit conuerfa, seu fecunda partis propofitionis huius tertia in demonftrationibus Geometricis, fi quando fit opus probare angulum aliquem in triângulo eſſe diuiſum in duas partes æquales. Si enim baſis diuiſæ partes ita inter ſe habeât, vt inter ſe reliqua triânguli duo latera, erit angulus æqualiter biſectatus.

Angulũ
diuidere
in duo
æqualia
aliter
quã per
9. lib. 1.

2 Præterea habes hic ad praxim modum in duo æqualia diuidendi angulum, diuerſum à modo prop. 9 lib. 1. Inuẽtã enim baſi ſub angulo dato, & cognitã proportionẽ (per inſtrumentum proportionum, vt docuimus) laterum, & ſecundum eam diuiſã baſe, à diuiſione linea recta ad angulum eadẽ cum biſecabit in æqualia.

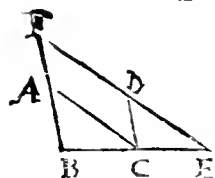
3 Etiam ſine inuelligatione proportionis, quam inter ſe habeant linea angulum conſicientes, operabere in modum ſequentem. Eſto datuſ anguluſ rectilineuſ ſub duobuſ BAC . Alterutra AC producatuſ indefinitẽ ad F , atq; in ea ſume proportionẽ alteriuſ BA libitã, puta duplam, acceptum intervallum AB ex A geminando in E , & ad F .



Inge EF , & per aliquem modum doctuſ ad propoſ. 9 lib. 1. (præſertim § 3 ex uſu circini proportionum, vt & vi. debis inferiuſ ad 9 propoſ. huiuſ) ex B extremo lateris minoris accipe, ac ſeca in G partem EG tertiam totiuſ BF , vt ſit GF dupla ipſiuſ GB quemadmodum AF duplum latuſ eſt ipſiuſ AB ; eadẽ ex G recta ad anguluſ A , illum diuidet in duos æquales, per hanc 3.

Propos. IV. Theor. IV.

*Aequiangulorum triangulorum latera circa
aequales angulos proportionalia sunt; Et la-
tera aequalibus angulis subtensa, homolo-
ga, sine eiusdem rationis.*



Sint triangu^{la} ABC, DCE æquiā-
gula æquales habentia angulos
ABC, DCE, & ACB, DEC, &
BAC, CDE. Dico latera circa æqua-

les angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angu-
lis subtensa, homologa. Componantur enim BC, CE in
directum. Et cum anguli ABC, ACB duobus rectis mino-
res sint, sit autē angulus DEC angulo ACB æqualis, erunt
& ABC, DEC duobus rectis minores,^a concurrent ergo
BA, BD productæ. Concurrent in F; cumque anguli DC-
E, ABC æquales sint,^b erūt rectæ BF, CD parallelæ. Rur-
sus cum anguli ACB, DEC æquales sint,^c erunt & AC, FE
parallelæ, ideoque FACD parallelogrammum est; d erit-
que FA æqualis ipsi CD, & AC ipsi FD; & cum ad latus FE
trianguli FBE ducta sit parallela AC,^e erit vt BA ad AF;
ita BC ad CE; est autem AF æqualis ipsi CD; vt^f ergo BA
ad CD, ita BC ad CE; & g permutando, vt AB ad BC; ita
DC ad CE. Rursus cum CD, BF parallelæ sint,^h erit vt BC
ad CE ita FD ad DE. Est autem DF æqualis AC. Vt ergo
BC ad CE, ita AC ad ED,^k ergo permutando, vt BC ad
CA, ita CE ad ED. Cum ergo demonstratum sit esse vt
AB ad BC, ita DC ad CE, vt verò BC ad CA, ita CE ad
ED; erit ex^l æquali vt BA ad AC, ita CD ad DE. Aequian-
gulorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 11.

1.

b propof.

28.1.

c propof.

28.1.

d p. opof.

30.1.

e p. op. 2.

6.

f prop. 7.

5.

g propof.

16.5.

h prop. 2.

6.

i prop. 7.

5.

k propof.

16.5.

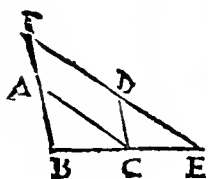
l propof.

22.5.

§. I.

COROLLARIUM I.

In triangulo parallela vni laterum aufert trian-
gulum simile.



L In ea recta, quæ parallela ducitur vni
laterum in triangulo, aufert triangu-
lum toti triangulo simile. *Quod ali-
qui demonstrant in additâ noua figura
iam demonstratum est, & patet in Eucl. figura
râ. Nam propter parallelas DC, FB cum sint
æquales duo anguli CDE, PFD, & duo ECD, EBF externi internis, ac
propterea æquiangula triângula BFF, CDE, ac propterea ex hac 4 ha-
beant circa æquales angulos latera proportionalia, ergo, per definit. 1.
huius, sunt similia, quorum minus ECD abstulit parallela CD. & c.*

§ II.

COROLLARIUM II.

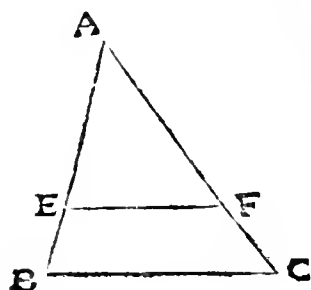
Omnia triângula æquilatera, & isoscelia rectan-
gula sunt similia, --

Hoc est, iuxta defin. 1 huius lib. 5 æquiangula sunt, & circa
æquales angulos habent latera proportionalia, & latera
æqualibus angulis obrensa habent homologa. Nam per de-
monstrata in lib. æquilateralum singuli anguli sunt duæ
tertiæ vnius recti, & omnium isoscelium rectangulorum singuli an-
guli ad bases sunt semirecti, & ad vertices recti; ergo ex hac 4 pro-
positione habent latera proportionalia & c. & homologa & c. & sunt
similia.

§.III.

COROLLARIUM III.

Dato triangulo minus, vel maius simile statim constituere.

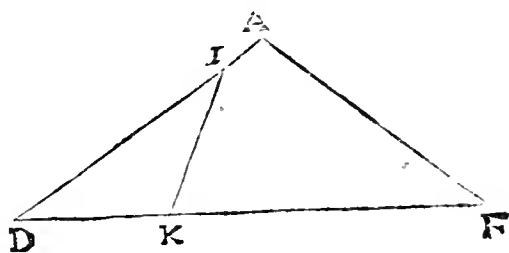
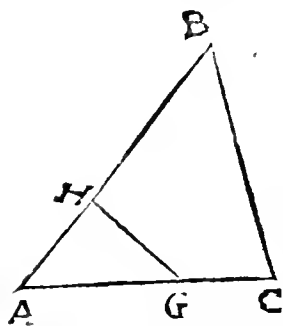


Constitues equiangulum minus triangulū maiori, nēpe, ut dictū est, per parallelam ductam vni laterū maioris trianguli. Cōstitues maius, productis lateribus minoris triāguli AE , AF , & iuncta BC parallela ipsi EF basi minoris &c.

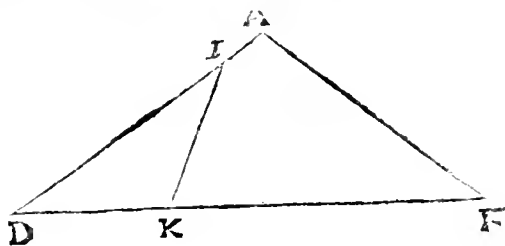
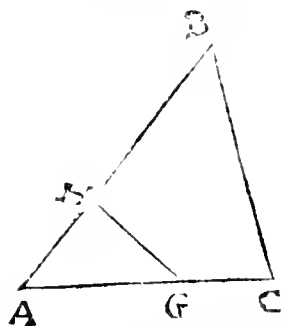
§. IV.

SCHOLIION, & Paradoxum.

Etiam per non parallelam vni laterum trianguli auferre triangulum simile, &c.



Scilicet si ab vno laterum ducatur recta faciens angulum in partiali triangulo aequalem vtrilibet angulo totalis trianguli posito extra triangulum parziale, auferet ea recta triangulum parziale simile totali. In acutangulo enim ABC , & in obtusangulo



gulo DAF rectæ GII, KI faciētes altera angulum acutum AGH equalem acuto ABC , altera angulum DKI equalem obtuso DAF , auferunt triangula AGH aequiangulum ipsi ABC , & DKI aequiangulum ipsi DAF . nec sunt parallelæ HG basi BC , nec KI basi AF . un: verò anguli communes ad A , & æquales per constructionem AGH , ABC , ergo & reliqui AHG , ACB æquales. Sic ad D communes, & DKI æquales per constructionem ipsi DAF , ergo æquales & reliqui FIK , & AF .

Ergo similia sunt triangula AHG , ABC item, & similia DIK , DAF , nec tamen facta sunt per dñ. Eu onæ parallelæ ulli laterum sectiones triangulorum in positis hic fig. Vocantur subcontrariè positæ in conicis, Vtæ etiam inferius § 22 ad hanc 4 propof.

SCHOLIION.

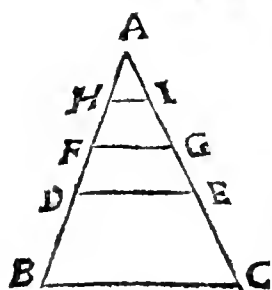
F Tiam extra triangulum ducta parallelæ auferit, aut facit triangula similia. Inferius videbis exemplum in dimensione altitudinis per specula, ut ibi adnotauimus.

§.V.

COROLLARIUM IV.

Triangula in infinitum diuisibilia.

Exemplum esto in æquilatèro, seu potius in isoscele, cuius duorū æquilatèra laterum alterutrum sit maior base, seu in ABC , cuius vel AB , vel AC maior est recto, seu base BC . Cui paral-



lela DE , FG , HI abstulerint minora, ac minora triangula similia ipsi ABC , per corollarium primum antec. Inter verticem A , & parallelam HI alia ducuntur infinitæ numero parallela (praesertim in abstractione geometrica purè, ac solidè philosophando) quarum singula auferent semper minora triangula similia; eaque ratione numquam finietur diuisio trianguli.

Nam si dicas opponendo, futurum ut una tandem earum parallelarum sit ita extrema, ut non relinquat quidquam superficier triangularis diuisibilis inter eam parallelam, & inter verticem A , atque adeo deueniri tandem ad extremum unum, ac minimum triangulum indiuisibile.

Hoc, inquam, si dicas, ergo cum in triangulo eo posremo, ac minimo intermediet nihil diuisibile inter basim, & reliqua duo latera constituentia verticem, siue angulum A , habebit basim, verbi gratia HI , coincidentem, & cõgruentem cum duobus lateribus, velut HA , AI ; ergo, contra 20 propos. lib. 1, erit triangulum, cuius duo latera non sint reliquo longiora. Quod absurdum ne incidat, fateare necesse est nunquam perueniri ad triangulum minimum indiuisibile, sed semper in infinitum fieri progressum ad minora triangula similia, quæ eo ipso, quod sunt triagula, includunt, iuxta definitionem figure, quantitatem tribus lineis terminatam, ac diuisibilem. &c.

§. VI.

SCHOLION, & Corollarium V.

Etiã lineæ in infinitum diuisibiles.

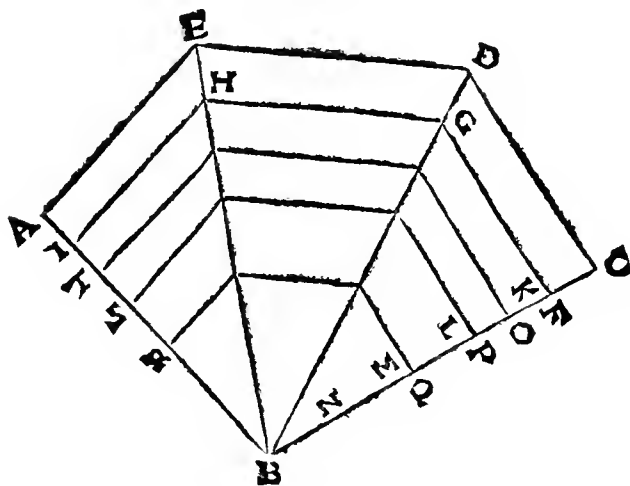
Consequitur huiusce Scholij corollarium è proximè antecedenti corollario. Dum enim diuiditur per parallelas triangulum in infinita numero similia, etiã lineæ laterales trianguli diuisi diuiduntur in infinitum, velut AB , AC in diuisionibus D & E , F & G , H & I &c.

Vile & probac diuisibilitate quantitatis in infinitum §. 22 ad 10 prob. & inde aliæ exempla in fine eius §. 22 citata.

§.VII.

COROLLARIUM VI.

In omni rectilineo per parallelas fit ablatio, & constitutio similis rectilinei.



Corollarium primū antecedens euadit ex particulari de triangulis vniuersale in hoc Corollario, dum saltem indicamus hic modum, quo auferas, vel constituas rectilineo, velut quinquangulo $ABCDE$ simile minus $IBFGH$, vel minori maius, ducendo ē duobus lateribus ABC angulum B conuenientibus parallelas $IHGF$ reliquis lateribus $AEDC$. &c. Ac demonstratio hic patet ex eodem anteced. coroll. 1. scilicet iunctis ex communi B rectis aut angulos, ac amisso pentagono in tria triacula BAE , BED , BDC , in quibus auferunt similia minora triacula parallela basibus ipsarum IH ,

PROPOSITIO IV.

51

IH, HG, GF; vel constituunt maiora similia rectæ maiores AE, ED, DC parallela minoribus IHGF. &c. Vide plura circa hoc corollarium apud nos inferius ad propof. 20, ad quam propriè spectant ea, quæ hic indicantur.

§. VIII.

SCHOLION I.

Circini proportionum demonstratio ex hac 4 propositione Euclid.

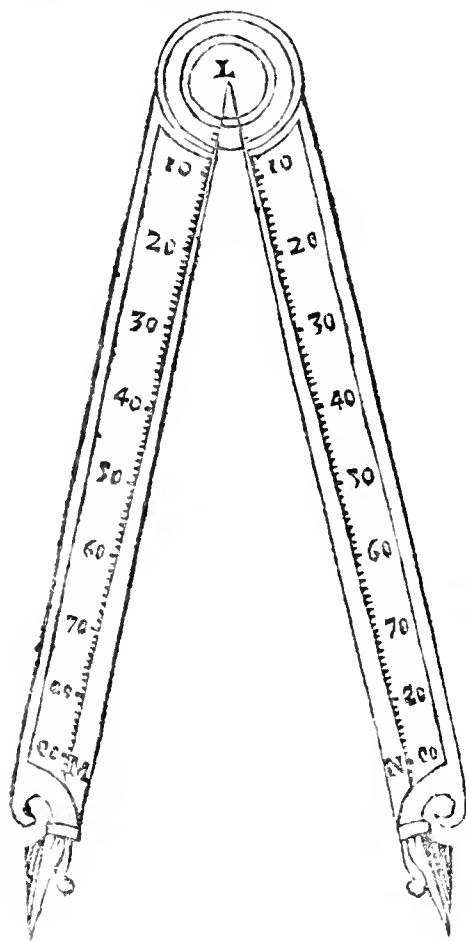
Vide in *Apiar. 12*, in *Applicat. 17* ad propof. 4. lib 6. *Elem.* Demonstratio hic indicanda in exemplo diuisionis rectæ lineæ in 100 in partes æquales valeb. et etiam in diuisione per inæquales, scilicet per arcus quadrantis translato. in rectas 90.

Itaq; quæcunque lineæ siue interualla interponantur inter diuisa circini latera, & inter similes numeros, erunt lineæ inter se parallelæ, ac in nor maiori quasi basi trianguli æquidistabit, & quam habet proportionem inter se diuisiones laterum, eandem habebunt & bases inter se. Fiunt enim triangula æquiangula, &c. Verb. gr accepta longitudine datæ lineæ, & ad eius quantitatem diuiso circino proportionum, ita vt lineæ datæ interuallū sit inter 100, & 100, quodcunq; aliud inreruallum accipiat inter similes numeros, ver. grat. inter 25, & 25, est linea parallela lineæ inter 100, & 100, per 2 propof. huius sexti; sunt enim latera 100, & 100 proportionaliter lecta in 25, & 25; ergo æquiangula sunt triangula, ac similia minus, & maius in circino proportionū, per corol. 4 huius propof. sexti. Vt ergo latus diuifum in 25 partes ad interuallum, siue lineam inter 25, & 25, sic latus 100 ad interuallum inter 100, & 100, & permutando vt 25 ad 100, sic linea inter 25, & 25 ad lineam inter 100, & 100. Est ergo linea inter 25, & 25 pars quarta lineæ inter 100, & 100, vt 25 est pars quarta ipsius 100.

§. IX.

SCHOLIION II.

Theoriæ , atq; cautiones circa demonstrationem ex hac 4 prop. ac vsum circini proportionum pro eâ facie , in quam chordæ 90 graduum quadrantis translatae sunt.



Aliqui vel solas praes (quæ sine demonstrationibus tanta non sunt) circini proportionum docent, vel confundunt demonstrationem pro usu tam veterum, quam arcuum circularium; qua in re magni momenti errata possunt accidere in Astronomicis, Gnomonicis, Geometricis, & in aliarum scientiarum Mathematicarum operationibus. Itaque nos distinguamus, ac —

1. Dum in ea circini facie, in quam translatae sunt chordæ graduum quadrantis inferitur geometriæ ab hac 4 prop. L. c. vi (cap. pli

pli gratia) 30 ad 90, sic chorda inter 30, & 30 ad chordam inter 90, & 90, cautè intelligenda est illatio. Non enim eodem modo, ut in rectis, (quæ in alterâ circini facie diuisæ sunt in 100 partes æquales) procedit & in chordis 90 graduum. Nec ut numeri chordarum, ita & ipsæ Chordæ inter se sunt. Neque enim ut 30 est tertia pars numeri 90, ita chorda inter 30, 30 est tertia pars chordæ inter 90, 90. Nā chorda subtendens arcum quadrantis graduum 90 diuisa est non per æqualia, sed proportionaliter ab alijs chordis, ut docuimus initio A-piar. 12, ubi chordas graduum traduximus in circinum proportionū. Vide ibi. Itaq; dū dicitur ut 30 ad 90, intellige: ut chorda subtendens arcum graduum 30 se habet ad chordam subtendentē arcum graduum 90, ita intervallum inter 30 ad inter 90; ut sit quodammodo proportionalitas non arithmetica numerorum, sed geometrica linearum.

2 Quoniam verò chordæ inter eosdem numeros possunt subtendere uno eodemq; sui intervallo arcus varios, nempe maiorum, vel minorum circulorum magis, vel minus curuatos, si quis exempli gratia, velit accipere tertiam partem arcus subtensi à chorda inter 30, & 30, & accipiat intervallum inter 10, & 10, atq; inferat: ut 10 sunt tertia pars numeri 30, sic chorda inter 10, & 10 subtendit tertiam partem arcus inter 30, & 30, falli potest. Nam si arcus inter 30, & 30 sit pars peripheriæ circuli value ampli, chorda inter 10 subtendere potest plus tertiam partem arcus; si autē sit arcus circuli minusculi chorda inter 10 potest deficere & subtendere minus, quàm tertiam partem arcus inter 30, & 30. Potest enim chorda inter 30 esse diametri, & semicirculi, per cuius curuatorem peripheriam triplicata chorda inter 10 non expleat ambitum semicirculi. Non enim ut in facie circini, in qua recta linea diuisa est in 100 partes, & recte inter intervalla numerorū sunt determinata longitudinis, sic & curvæ circulares sunt; quæ pro varietate semidiametrorum variant curuitatem, & quantitatem unā eademq; chorda subtensam. Igitur ut certa sit illatio demonstrationis confugiendum est ad aliquid certi etiam in circularibus lineis. Quid autem illud est? nempe id, quod modo indicaui, certa, & determinata semidiameter eius arcus, cui chorda subtenditur.

3 Quare ante omnia dati arcus semidiameter interponenda est inter numeros 60, & 60, ac tunc reliqua omnia intervalla circini sic ducti erunt arcus eiusdem circuli, qui describitur à semidiametro inter 60, & habebunt ab ea semidiametro unā eandem, ac certam curvaturam. Ac tunc erit demonstrativa, & certa illatio: ut 10 est chorda subtendens arcum, qui est tertia pars arcus subtensi à chorda 30 in circulis circini, quoniam arcus à semidiametro est chorda 60; sic

sic intervallum inter 10, & 30 est chorda subtendens arcum, qui est tertia pars arcus subtenfi ab intervallo inter 30, & 30, quorum arcuum semidiameter est intervallum inter 60, & 60.

4 Ac sanè incundum est animo concipere, atq; intueri theoricè quemadmodum singula (quæ varietate, ac numero infinita esse possunt) circini apertura singulas explicent series plurium arcuum eiusdem quadrantis à semidiametro inter 60 penduntium, siue signandorum, vel signatorum; quemadmodum in lateribus circini sua series est chordarum subtendentium arcus variorum graduum quadrantis unius, cuius semidiameter est chorda à centro *L* ad 60°

Igitur iuxta hanc antedictas theorias instituenda est, atq; intelligenda demonstratio ex hac 4 propos. Eucl. in chordis arcuum aliter, quàm in altera circini facie, ubi est recta linea in 100 partes diuisa.

§. X.

Paradoxum, & vsus 4 propos. & corollarij apud nos 1 ex ea, pro inuentione linearum tertiarum, & quarum proportionalium in circino proportionum.

Paradoxum erit (vt diximus in Scholio 2 ad propos. 2. huius) si ostendamus ab Euclide doceri linearum proportionalium inuentiones ex hac 4 propos. & corollario eius (quemadmodum & inferius ex Octaua, & eius Corollario) antequam eas doceat in propositionibus 11, 12, 13. Sit igitur —

— PROBLEMA I.

Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem inuenire in circino proportionum.

In facie circini, ubi est diuisio lineæ in 100 partes æquales, fiat prout in modum sequentem : Linea prior duarum, quibus tertia pro-

P R O P O S I T I O I V .

55

portionalis quæritur, sumatur à centro in latere circini, verbi gratia, vsque ad 50, secundæ lineæ longitudo interponatur iuter 50, & 50. Rursus longitudo, siue idem interuallum secundæ sumatur a centro in latere circini, perueniatq; verbi gratia vsq; ad $54\frac{1}{2}$. Ab eo termino sumptum interuallum, nempe inter $54\frac{1}{2}$, & $54\frac{1}{2}$, erit tertia proportionalis penè 50. Vt enim prima à centro ad 50 se habet ad secundam inter 50, & 50, ita eadem secunda è centro ad $54\frac{1}{2}$ se habet ad interuallum inter $54\frac{1}{2}$, & $54\frac{1}{2}$, ex demonstratis per quartam huius lib. 6. Eucl.

§. XI.

P R O B L E M A I I .

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire in circino proportionum.

Primæ lineæ longitudinem in eodem exemplo pone à centro ad 50 in latere circini. Secundæ interuallum inter 50, & 50. Tertiæ longitudinem sume a centro in latere circini verb. gr. vsq; ad 60. Interuallum inter 60, & 60 erit quarta proportionalis, nempe 65 in latere numerata. &c.

S C H O L I O N I I I .

De inuentione mediæ proportionalis in circino proportionum.

Vide eam apud nos in *Apiar.* 11. in applicat. 34, in num. 3. & in numero 4 sequenti. Vide ibidem abusum circini proportionum apud aliquos non solum pro inuentione mediæ proportionalis, sed etiam pro alijs aliquibus operationibus, quæ facilius, ac breuius fiunt sine vsu eius circini. Propterea nos
hic

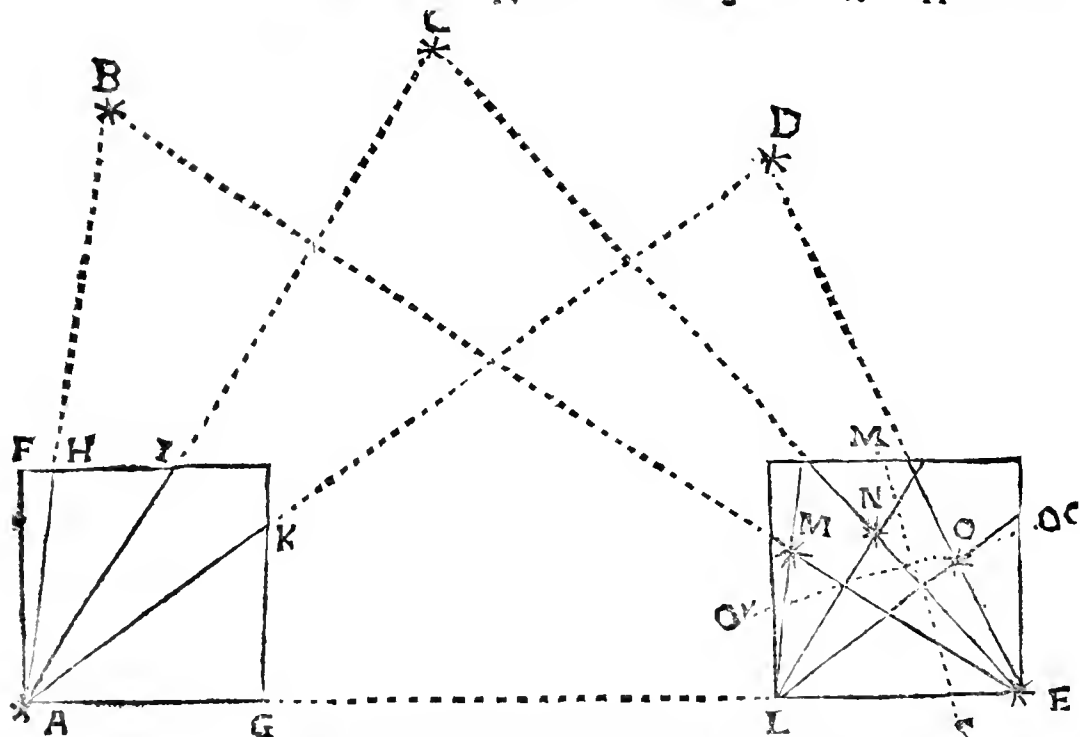
hic tantum indicamus, & hic omittimus id, quod præstitum habes in
cit. Ap. 12.

§. XII.

PROBLEMA III.

Vfus 4 Propos. ad Chorographiam, idest pro de-
scriptione peculiaris regionis, & inuentione
veri situs locorum, & inter ea veræ distantie.

Omissis varijs modis, quos præ cæteris Gemmastrisius tradit in
libello de locorum descriptionibus, unicum hic ego facillim-
um (cuius demonstrati. pendet ex hac 4. propof. Eucl.) Ty-
ronibus appono. Sint datæ regionis loca, siue oppida, velut



quinq: A, B, C, D, E. Vnius, velut A, locum editiorem, seu turrim
ascende, unde reliqua quattuor oppida B, C, D, E facile prospicias.

Ac.

Accipe tabulam edolatam, ac lauatam aquabiliter ipsam FG , eamq; horizonti secundum planam superficiem statue parallelam, iuxta modos, quos tradidimus in priore huius Aerarj tomo ad prop. 12, praesertim § 7. Fac latus unum AG congruat cum linea visuali spectante ex A in certum aliquem locum editiorem oppidi alterius velut in *Eturrim*, vel *teſtum*, quo te mox traducturus es. In tabellae angulo A sit regula cum pinnulis fixè gyralilis. Iuxta quam prospice in tria loca B, C, D , & lineas signato AH, AI, AK . Ex oppido A transfer te cum tabula FG in oppidi E locum à linea visuali antea notatum, tabulaq; horizonti parallelas collocata, sit G in E , & latus EL congruat cum visuali ex E in A prospiciente.

Regulam, quae erat in angulo L , transfer in E , circa quod punctum gyret, atq; ex E regulam dirige, ac secundum eam prospice rursus in loca B, C, D , ac nota in tabula linearum intersectiones M, N, O . Deniq; iuxta modos à nobis traditos in *Apiar.* 3, & 9, & alibi, in tabula duæ lineas meridianam, atq; illi ad rectos alteram, ut habeas puncta mundanae sphaerae cardinalia Merid. Septentr. Or. Occid. Quibus ritè peractis, habes in tabula descriptam regionem prorsus similem veræ, ac prototype, cum vero situ, rerisq; distantijs oppidorum inter se. Suntq; ut oppida A, B, C, D, E sic in tabula inter se L, M, N, O, E .

Ac licebit scire distantias etiam inaccessas vel oppidorum inter se, vel ab illis ad te, modò unam, puta AE , per quam te transtulisti, noris aliunde, ac si non aliunde, saltem per aliquem plurimum modorum, quos tradidimus in *Apiar.* 1, & hic inferius habebis ad hanc & proposit. Eucl. Puta AE esse 3 stadiorum, sine vius miliarij, ut scias quantum distet oppidum A à E , accipe intervallum rectæ LE , idq; interpone inter A , & E in circino proportionum (ubi recta diuisa est in 100 partes æquales) ductisq; ad intervallum LE , ac perstantibus circini proportionum cruribus, accipe intervallum LM , ac vide quos inter numerus circini proportionum aptetur. Illi enim indicabunt quasitam distantiam. Verbi gr. si inter 6, & 6. erit recta LM sex aequalium partium, qualium est 8 ipsa LE , hoc est, distabit oppidum B ab oppido A 6 stadys, quorum 8 continet distantia AE . Faciliq; ratiocine de reliquis distantijs oppidorum extra tabellam, cognoscendis in tabellâ.

Demonstratio patet ex hac & proposit. Eucl. Collocata enim est cū suis lineis tabella parallelas ex AG in LE , ipsiq; AHB parallela est LM , ipsi AIC parallela LN , ipsi AKD parallela LO , & propter angulos communes aa E , & internos æquales externis, sunt triângula

H

æquan;

aquiangula ABE , LME , & ACE , LNE ; & ADF , LOE . Vt ergo maiorum triangulorum bases, & latera inter se extra tabellam, sic minorum inter se in tabella. &c. Indico quæ etiam in sequentibus ad hanc & propof. sepius, & pluribus videbis. Interim habes hic à nobis modum facillimum, ac demonstratiuum problematis, cuius sunt usus plurimi tum pace, tum bello, in Geographiâ, Agricultura. &c.

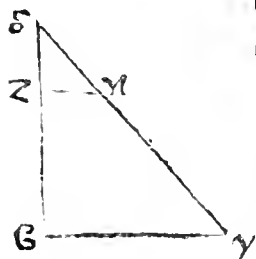
§. XIII.

Vsus prop. 4, & corollar. ex eâ in operationibus Geometriæ practicæ.

IN praxibus Geometriæ practicæ, atq; etiam in aliquibus Astronomicis vt plurimum sūt equiangula triangula, & similia per positionem alicuius hæsiæ, siue lateris organici paralleli obiecto, quod metiri volumus. &c. Exempla ad Euclidem ex Euclide dabimus, eaq; simplicissima sine operosis vllis instrumentis. Igitur Euclides in suis opticis sequentes habet propositiones.

PROBLEMA IV.

I Data longitudinis quantitatem cognoscere.

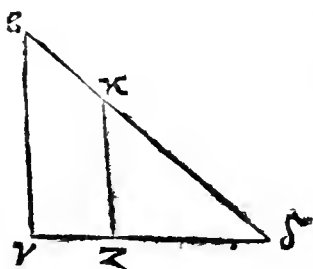


SItæ longitudo, cuius quantitas cognoscenda sit, ponaturq; oculus in δ à quo procedant radij $\delta\epsilon$, $\delta\gamma$ & à puncto ζ ducatur $\zeta\gamma$, quæ parallela sit ipsi $\epsilon\gamma$. Est igitur vt $\zeta\gamma$ ad $\kappa\delta$, ita $\epsilon\gamma$ ad $\gamma\delta$ (per 29 primi, & 2, & 4 texti Element.). Sed ratio ipsius $\zeta\gamma$ ad $\kappa\delta$ cognoscitur, ergo etiam ratio ipsius $\epsilon\gamma$ ad $\gamma\delta$ cognoscitur. Sed ipsius $\gamma\delta$ quantitas cognoscitur: Quare ipsius etiam $\epsilon\gamma$ longitudinis quantitas cognoscitur.

§. XIV.

PROBLEMA V.

2 Datam altitudinem (*ex eius umbra*) cognoscere quanta sit.



S It altitudo $\epsilon\gamma$, cuius quantitatem cognoscere oporteat, & per punctum ϵ cadat solis radius $\epsilon\delta$, igitur umbra erit $\gamma\delta$. Sume igitur magnitudinem aliquam cognitam, cuiusmodi esto $\kappa\zeta$, eamque ita aptato sub angulum δ , ut sit parallela ipsi $\epsilon\gamma$, Est itaque ut $\delta\gamma$ ad $\gamma\epsilon$, ita $\delta\zeta$ ad $\zeta\epsilon$. Est autem

cognita ratio ipsius $\delta\zeta$ ad $\zeta\epsilon$, cognita ergo etiam erit ratio $\gamma\delta$ ad $\gamma\epsilon$. Sed $\delta\gamma$ umbra cognita est; cognoscetur ergo ipsa $\gamma\epsilon$ altitudo.

§. XV.

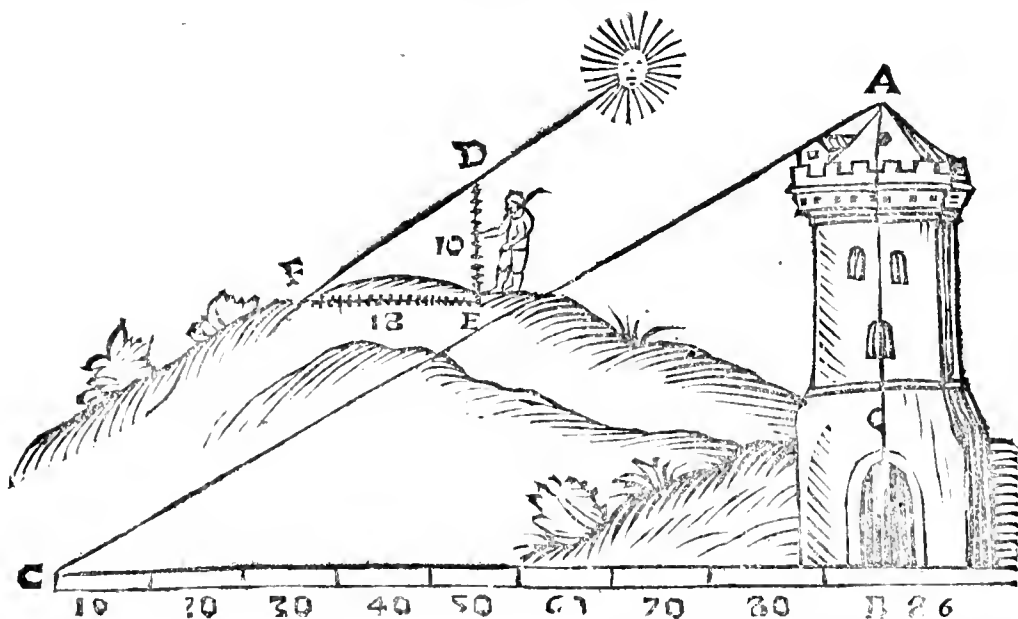
SCHOLION IV.

Ampliata Euclidis praxis, & ad militaria traducta. Vegetius, & alij veteres Authores explicati. &c.

Altitudines, quas Euclides ex umbris metitur, metiri licet, ac assolet, si oculus statuas in δ , & radius visualis procurrat per parallelam $\kappa\zeta$, $\epsilon\gamma$ vertex κ , ϵ , eadem enim est ratio. Vide præterea nos in *Apiar.* 1. *pralog.* 3. sub finem, ubi

maiorum altitudines ex baculi, sine decempeda vmbra, cum Vegetio, metimur, vt scalarum quantitas haberi possit ad mœnia conscendenda, &c. Ibi plura, quæ Tyronibus condiât, & ornent hîc Euclidem Vegetij verba sunt à Io. de Roias citata, & illustrata lib. 4 Planisphæry, cap. 4.

Cum Sol obliquus vmbra turrium, murorumq; iaculatur in terram, tunc ignorantibus aduersarijs, vmbrae illius spatium mensuratur, itaque decempeda figitur, & vmbra illius similiter mensuratur. Quo collecto numero, nemo dubitat ex vmbra decempedæ inueniri altitudinem ciuitatis, cum sciatur quanta altitudo quantum vmbra mittat in longum. Hactenus Vegetius. Addit deinde Io. Roias.



Iam vt Vegetij verba melius intelligantur, sit muri, turrisq; altitudo AB , eius vero vmbra BC , cuius mensura nota sit pedū 86. Sitq; solis radius AC . Decempeda autem in 10 diuisa pedes, a quo etiam nomen accepit, DE , radiusq; solis DF , erit ita; decempedæ vmbra FE , quam dimetiens pedum inueni 18. Quoniam igitur solis radij ab eadem in planiciem proijciuntur altitudine, angulum ACB angulo DFE æqualem esse necessario continget. Angulus autem ABC angulo DEF erit similiter æqualis, vtriq; enim recti supponuntur. Quare & anguli BAC , & EDF reliqui, per 32 pri. Euclidis, æquales erūt.

Cum

Cum igitur duorum triangulorum anguli sint invicem æquales, eorum latera necessario eandem habere proportionem, per 4. sexti Euclidis, probatur. Vnde sicut FE decempedæ umbra se habet ad DE decempedam, sic CB turris quoque umbra se ad BA habebit turris altitudinem. Multiplicabimus itaque 36 turris umbram per decempedæ partes, prononient 360. Productum rursus partiatur per 18 decempedæ umbram, excutientur pedes 47 $\frac{2}{3}$, ignota scilicet turris altitudo, quod desiderabatur.

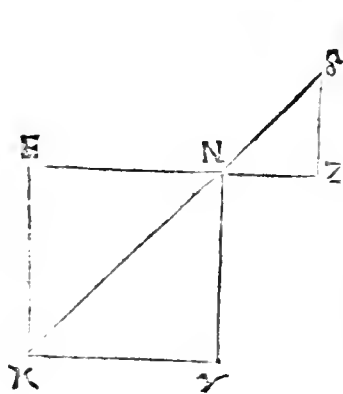
SCHOLIION V.

IN aliquo dici momento facillima est operatio proximè ante elens, & sine prolixioribus operationibus ex umbra dimerse quantitate nota sit etiam quantitas propositæ altitudinis. Nam umbrae sunt æquales ipsi altitudinibus cum sol est in altitud. 45 grad. Vide nos in Ap. 1, prælib. 3. Tunc etiam fiunt à Gnomonibus æquiangula, & similia triangula cum alijs omnibus altitudinibus, &c. iuxta antecedentia.

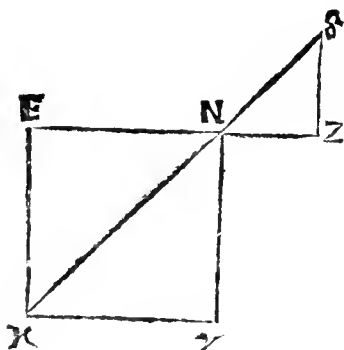
§. XVI.

PROBLEMA VI.

3 Cognoscere quanta sit profunditas quælibet.



SIt Ex profunditas, cuius quantitatē cognoscere oporteat, ponaturq; oculus in δ , à quo procedat radius δN , in profundum, & a puncto δ ducatur δz , quæ sit parallela ipsi Ex. Cum igitur in rectas lineas Ex, & δz parallelas recta linea δz incidat, alternos angulos Ex- N , & $\angle \delta z$ æquales inter se facit (per 29 primæ Element.) Sunt vero anguli EN δ , & $\delta N z$, qui circa verticē, inter se



se æquales (per 15. primi Element.) reliquus igitur angulus ad z reliquo qui ad E æqualis est (per 23 primi Element.) sunt igitur duo triangula æquiangula EKN , & NZ . Quare (per 4 sexti Elem) erit ut zN ad z , sic EN ad E . datur autem ratio ipsius zN ad z , dabitur ergo etiam ratio ipsius NE ad E . datur verò quantitas ipsius NE , ergo etiam dabitur quantitas ipsius E profunditatis.

§. XVII.

COROLLARIUM VII.

Quod est propugnatorium abstractionis, & philosophationis Geometricæ.

Predicta ex Opticis Euclidis dum docent operationes, ac altitudines, longitudines, profunditates metiri, & spectant operationes etiam organicas, profecto problemata sunt tamen in græco Euclidis codice semper inscriptionē habent ΘΕΩΡΗΜΑ, & altitudinem, longitudinem, &c. non metiri, sed cognoscere, γινώσκειν, quia scilicet contemplationem abstractam ab operationibus physicis, dum philosophatur Geometra scientificus, spectat, & intendit; quidquid sit de effectu physico operationis organice, ad quem non se abijcit Theoricus, ac verè Philosophus. Hæc nota, & appone ad ea, quæ habes à nobis in ult. cap. prolegom. to. 1. huius Acrarij, & ad 5 propos. lib. 1. Eucl.

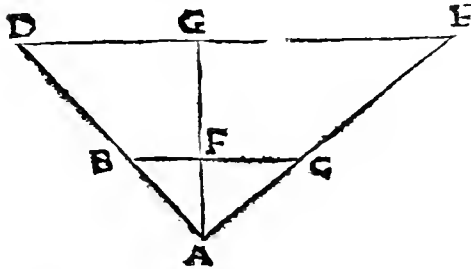
Idem Euclid. problema de visione à spherico speculo in centro, inscribit: θεωρημα, ut appareat spectari veritatem theoricam, & abstractam geometrica demonstrationis, non experimentum physica operationis, &c.

§. XVIII.

PROBLEMA VII.

Latitudines obiectas dimetiri.

Euclides in *Opticis* altitudines, profunditates, lōgitudines per latera parallela, & æquiangula triangula, dimensus omisit latitudinum dimensionem. Quæ tamen facile ex hac 4. propof. & ab exemplis *Opticis* Euclidis deduci poteſt. Exemplum accipe ab *Aguillonio Optic. lib. 4. confeſſario 4 poſt propof. 24.* quod ille addidit exemplis Euclidianis.



Esto propoſita latitudo DE, aſpicientis verò oculus A, e cuius regione ſignum quoddam in propoſita latitudine notetur G. in hoc ſignum regula dirigatur AF, cui alia quædam regula adiungatur BC ipſi DE paral-

lela, & que loci firmetur, vnde ſuſceptos oculi radios AB, & AC in D, & E tranſmittat: ſic verò AF modulorum 10, BC autem modulorum 20, at AG per acceſſam terræ ſuperficiem reperta ſit modulorum 30. erit ergo per regulam proportionum latitudo propoſita modulorum 60. Quoniam enim BC ipſi DE conſtituta eſt parallela, erunt anguli ABC, & ADE, item ACB, & AED æquales. eſt vero angulus DAE vtrique triangulo BAC, & DAE communis; æquiangula ſunt igitur hæc ipſa triangula. ergo, per 4 ſexti Euclidis, vt AB ad AD, ita BC ad DE, ſed vt AB ad AD, ita quoq; eſt AF ad AG, per 2 ſexti Euclidis. Itaq; vt AF ad AG, ita eſt BC ad DE: & alternatim vt AF modulorum 10 ad BC modulorum 20, ita AG modulorū 30 ad DE modulorum 60. quod erat demonſtrandum.

§.XIX.

SCHOLIION VI.

Vindicatio Aguillonij, & confirmatio proximè
ab eo præcedentis demonstrationis indicata
Tyronibus.

EN specimen, in quo Tyrones hallucinari queant, & dubitando
hærec, propter quod (& fortasse alia) cautè legendum quis A-
guillonem censeat; non quasi errantem, sed more veterum do-
ctorum Geometricorum philosophorum geometricè ratiocinā-
tem, tacitis aliquarum argumentationum modis, & solum is usur-
pantiū, qui non videantur esse in citatis elementarijs propositionibus,
a quibus tamen dependent.

Ergo, per 4 sexti Eucl. ut AB ad AD , ita BC ad DE . Scilicet, ut di-
ctum est in antecedentibus à nobis in demonstratione circini proportio-
num, ac usum ab eo §. 8, & 9 ad hanc 4. Eucl. ex qua ut AB ad BC , ita
 AD ad DE , & permutando ut AB ad AD ita BC ad DE .

Sed ut AB ad AC , ita quoque est AF ad AG , per 2 sexti Eucl. Verè
cautè legendæ demonstrationes Geometricæ, in quibus unius literulæ à
typographo error redundare possit apud incantos censores in ipsum de-
monstrationis Authorem. Itaq; typographi errorem hic corrige, qui
posuit C pro D ; sitq; ut AB ad AD , & c. Per 2, ut AE ad BD , ita AF
ad FG , ergo componendo contrariè (vide Schol. Clauy ad def. 7. 14, &
ad propof. 13 lib. 5) ut AB ad AD , ita AF ad AG .

Itaq; ut AF ad AG , ita est BC ad DE , scilicet per 11 Quinti. Hic
fiscere poterat demonstrationem Aguillonius, sed maluit etiam, per-
mutando, ordinem magnitudinum sic instituire, atq; concludere: ut
 AF ad BC , sic AG ad DE . Igitur geometricus doctor cautè legendus,
sed ex parte potius Lectoris, quam Authoris; ne scilicet qui parum
geometricè instructus nō statim provideat quæ latēt in doctis geometri-
cis demonstrationibus, suā hallucinationē alienæ impingat doctrinæ.

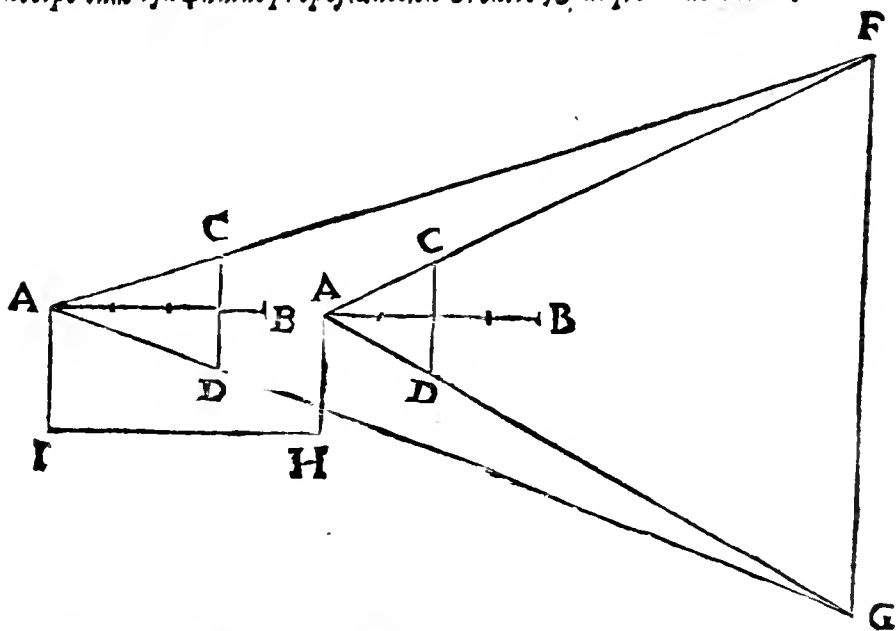
Hæc appone is, quæ pro eodem Aguillonio à nobis habes in to. 1 bu-
ius Acranij ad prop. 21, § 7.

§. XX.

P R A X I S, & probl. 8.

De latitudinum etiam inaccessarum, & altitudinum dimensione per duas stationes, & per partem tantum cognitam longitudinis.

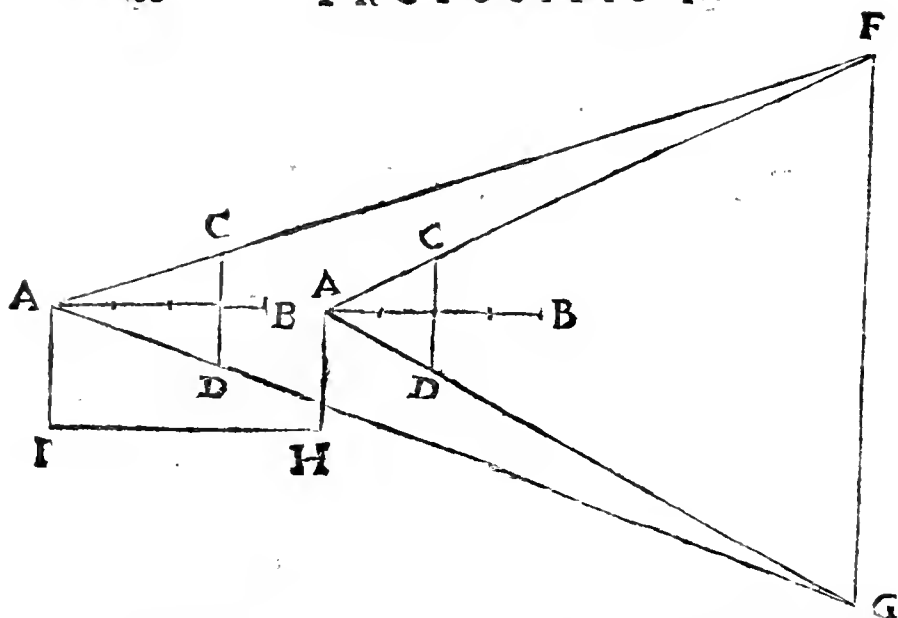
Huius propositionis luculentum specimen habes in *Ap. nostro 2. Progm. 3. Propos. 1. & in scholijs ad eam, & in collarijs ex ea. Vide ibi plura. Paradoxum videtur dimetiri latitudines, aut altitudines, sine accessu ad eas, & sine dimensione totius longitudinis (ut factum est circa AG in proxime antecedenti problemate) per quam ad eas acceditur. Tamen exemplum accipe cum vsu 4. huius propos. Eucl. ex Orontio, & atq; ex us verbis.*



Sit data inaccessibleis linea FG in transversum plani terrestris eolocata: hanc si per datum volueris metiri baculum, ita facito Moueto

I

ba-



baculum minorem CD super quā libuerit maioris baculi distinxeris, verbū grat. super secundam ab A termino versus B, posito deinde oculo ad A, & depresso maiore baculo versus FG mensurandam lineam rectam, conuertas minoris baculi extrema ad ipsius metiendæ lineæ terminos, idest dextrum D ad dextrum G, & sinistrum C ad læuū F. Accedas postmodum, vel tandiu retrocedas, donec per C, & D eiusdem baculi minoris extrema virtualibus radijs ACF, & ADG vtrumq; metiendæ lineæ terminum simul comprehendas. Quo facto locum stat onis pedum tuorum H notula signabis. Rursum eundem baculum minorem CD moueto in proximam distantiam baculi maioris, sed versus A, si cogaris ad metiendam lineam accedere; aut versus B, si ab eadem linea retrocedere velis, vt in succedenti descriptione figurarum, vbi inter A, & B tres sunt baculi partes. Et rursum oculo ad A posito, accede, vel retrocede quatenus præfatos terminos F, & G lineæ date per eadem extrema C, & D minoris baculi vnicuique pariter aspectu comprehendere possis. Quod dum feceris, huiusce stationis secundæ locum assignato I, verbi gratia, notula. Quantum igitur erit inter primam stationem, & secundam, idest inter HI notulas, tantam esse concludas positam lineam FG. Metire ergo HI, & habebitur ipsius FG longitudo. Hæc Orontius.

Vide apud nos in cit. Apiar. praxim, quam Orontius particularem docuit, factam vniuersalem. Vide ibidem eiusdem praxis demonstra-

tionem, quam Orontius non affert, quā nos tamen Tyronum captui explicauimus, & conseruauimus. Hic interim ad rem vires dimensionem fieri per minorum triangulorum latera CD parallela maioris trianguli basi FG , & per minora triangula a quingula maiori.

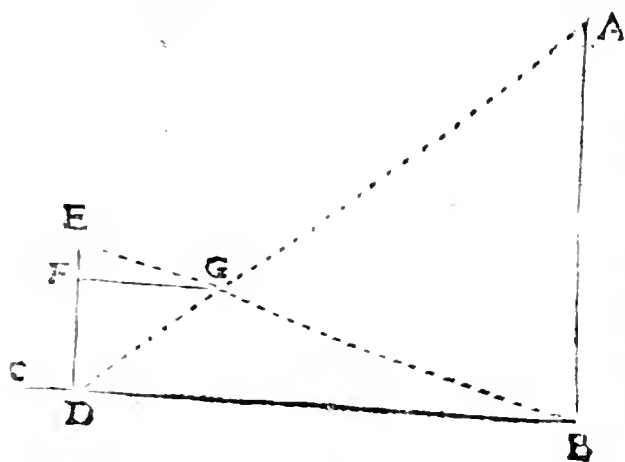
Silatitudeinem FG horizonti parallelam, hinc esse perpendicularem, operatio eadem per duas Stationes notam dabit perpendicularem altitudinem. Vide incitato Aspiario.

§. XXI.

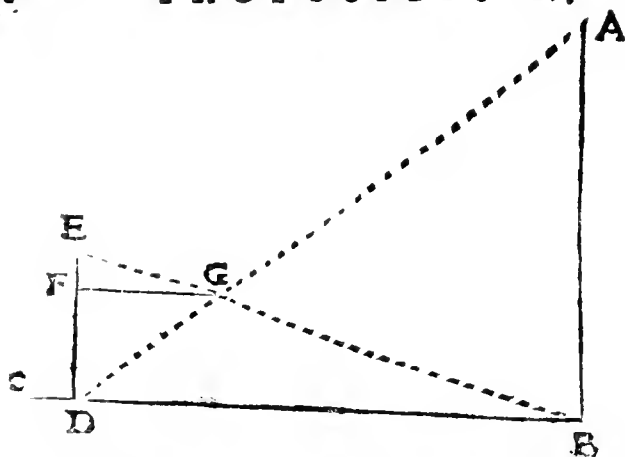
PARADOXVM, & Problema 9.

Inaccessas altitudines, & latitudines per inac-
cessas longitudines, & per vnicam mensuris
stationem facillimè dimetiri.

Huius Geometrici paradoxii exemplum habes apud nos in A p
2. in extrema propositione, ubi dimensiones per specula da-
cemus. Si quando accidat propositam altitudinem, ver. gr.
turris, esse in scopulo, & mensorem in littore, sine turrim in
rupe inaccessa, inter quam, & mensore minterfint vallis declivia, &
mensor vix tantillum plane areæ habeat in colle, unde turrim prospe-
ctat, nec illi liceat stationem mutare, accipe hęc quid agat immotus,
ut innaccessum per inaccessible metiatur Cuius quidem paradoxii à no-
bis propositi (etiam sine speculis) & facillimè solvendi nondum vidi
apud alios exemplum.



Altitudo
sit AB, are-
ola CD. Con-
Situat Geo-
metrabacil-
lus DE, FG
ita decussa-
tos ad angu-
los rectos in
F, et F = sit
parallelus
horizonti, DE
perpenicu-



laris, ac parallelus altitudini AB . Oculus mensoris primo in E spectet per verticem G in B . Tunc ut EF ad FG , ita ED ad DE longitudinem, siue

intereapedinem inaccessam, propter aquiangula EFG , EDB , & c. Secundo ponat oculus mensor in D , vel in alio puncto inter, D & G in recta directâ per artē ita, ut per G spectet verticem A . Agnosce, Tyro, duo triangula FDC , DEA , & angulos rectos ad B , & ad F , & cadente rectâ visuali in parallelas FG , DE , anguli alterni FGD , GDB . sunt æquales, ergo & tertij FDC , DEA . Ergo ut CF ad FD , ita DE nuper cognita, ad EA . Igitur mensor in eadem statione agnoscit primo inaccessam DE , deinde ex ea inaccessam secundam EA . Quid erat propositum, nec ab alijs, quos hætenus vidi, usurpatum, & incundum in Geometricâ Philosophia paradoxum.

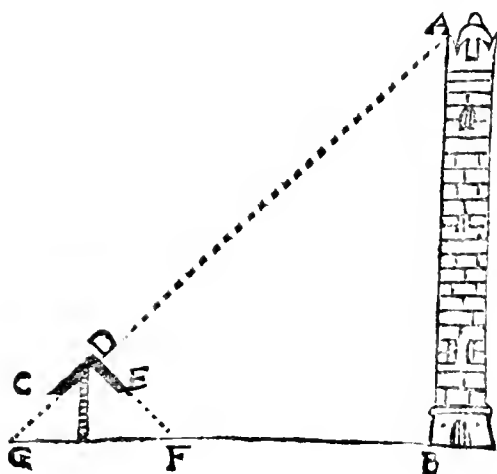
§.XXII.

PROBLEMA X.

Altitudines turrium, &c. per normam subcontrariè positam dimetiri.

E Plurimis, præsertim apud nos in *Apiarijs*, aliqua scelestâ, & non passim usitata proponam Tyronibus, cætera videant in *Apiarijs*. Nos igitur in *Ap. 2. Prog. 3 Prop. 2, & c.*

Propositæ altitudinis AB verticē A spectato iecūdum alterum normæ latus CD , & ex D secundum DE nota signum in F . Dico vi GD ad



ad DF, sic esse GB
ad BA altitudinem
propositam, & igno-
tam. Nam æquian-
gula sunt triangu-
la GDF, GBA, propter
angulos D, & B re-
ctos, G est cõmunis,
&c. *Vide cit. Apiar.*

SCHOLION.

Quid sit normam subcontrariè ponere, & locutionis eius conie-
cturam interpretationem habes in cit: Ap. ibidem, & ex ea subcontra-
riatione metimur etiam latitudines, sine distantias inaccessas.

§. XXIII.

PROBLEMA XI.

Plana sub montibus latentia, & latentes mon-
tium perpendiculares altitudines per nor-
mam metiri.

Omnia alios modos, unum atq; alterum appono ex Ap. 2. Prop. 4, & 5.

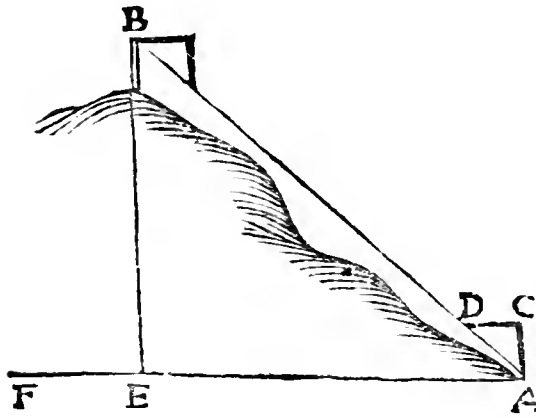
OPE:

Operatio, ac Demonstratio.

Accipe modum etiam hunc nō inueniſtum, & faciliſimū, ex vnica normæ applicatione ad chordam, vt ſimul & diſtantiam plani horizontalis, & altitudinem perpendicularem montis conſequare, poſita cognitione, ſeu datione chordæ. Vide in Ap. 2, Prog. 2, propoſ. 3.

Ad protenſā chordam AB applicatā normā ACD vel ad partes A, vel ad partes B, quam proportionē habet DA ad DC, eandem habet BA ad AE, & quam eandem DA ad AC habet & AB ad BE. Demō-

ſtratio patet; nā normæ latus AC perpendiculariter erectū ſupponitur, eſtq; parallelum ipſi perpendiculari BE, ita n C-D parallelum ipſi A-E; ergo cadens BA in parallelas CA, BE, CD, AE facit angulos alternos CAD, DBE, CDA, DAE æquales in duobus triângulis ADC, ABE; reliqui verò duo ad



CD, & ad E ſunt recti, &c. Quare in æquiangulis duobus triângulis erunt latera circa æquales angulos proportionalia. Idem operabere circa dorſum BF, vt totam AB aſſequare.

SCHOLIION.

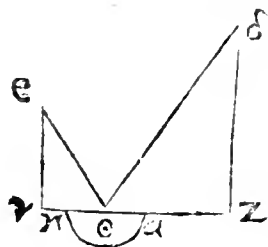
Pro praxibus antecedentibus.

Vt chorda ſit ita protenſa inter extremi, vt conficiat rectā, & quam poſſit minimè curuam, habes remedium in citat. Ap. 3, progym. 2. propoſ. 3, ſcilicet crebris palis ſuſſulcare, ac intenſere in rectam partēs chordæ intermediās. &c. Illuc viſe.

§ XXV.

PROBLEMA XIII.

Cognoscere quanta sit altitudo alio modo, quā
per Solem, scilicet per speculum. &c.



S It γc altitudo, cuius quantitatem
vestigare operæ pretium sit, &
ponatur speculum κα, oculus au-
tem sit δ, à quo procedat radius
δθ, & à puncto θ reflectatur versus pū-
ctum c (quod est altitudinis extremum)
secundum lineam θc, & à δ oculo demit-
tatur perpendicularis cζ æquales igitur
sunt anguli cθγ, & δθζ, id enim osten-
sum est in primo theoremate Catoptricorum; angulus etiam, qui ad γ,
æqualis est angulo qui ad ζ, sunt .n. ambo recti. Reliquus igitur, qui
ad c, reliquo qui ad δ æqualis est (per 12. p. primi Element.) Quare
triangulus cθγ similis est triangulo δθζ (per 4. sexti Element.) Est er-
go ut θγ ad γc, ita θζ ad ζδ. Sed ratio ipsius θζ ad ζδ data, & cognita
est, igitur ratio etiam ipsius γθ ad γc innotescet. Nota autem est quan-
titas ipsius γθ, ergo nota etiam erit quantitas ipsius altitudinis γc.

SCHOLION.

Non solum cum parallelo obiecto ducitur intra triangulum, ut
hactenus vidisti in anteced. problematibus, sed etiam cum ex-
tra triagulum, valet vsus corollary 1 antepositi ex 4 huius. Exemplū
habes hic ab Opticis Euclidis, ubi per speculum metitur altitudines
per duo trianula extra se posita, & habentia duo latera perpendicu-
laria, id est parallela opposita.

SCHOLION.

Confirmatio, hypothesis catoptricæ apud Eu-
clidem pro dimensione per specula, ex
hac 4 propof.

Remise § 8 ad propof. 15. to. 1 huius Aera. ij.

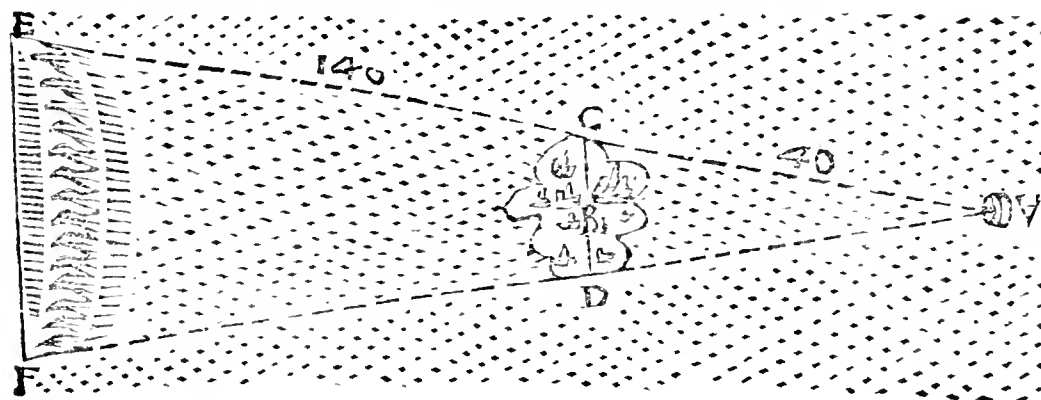
vsus

§. XXVII.

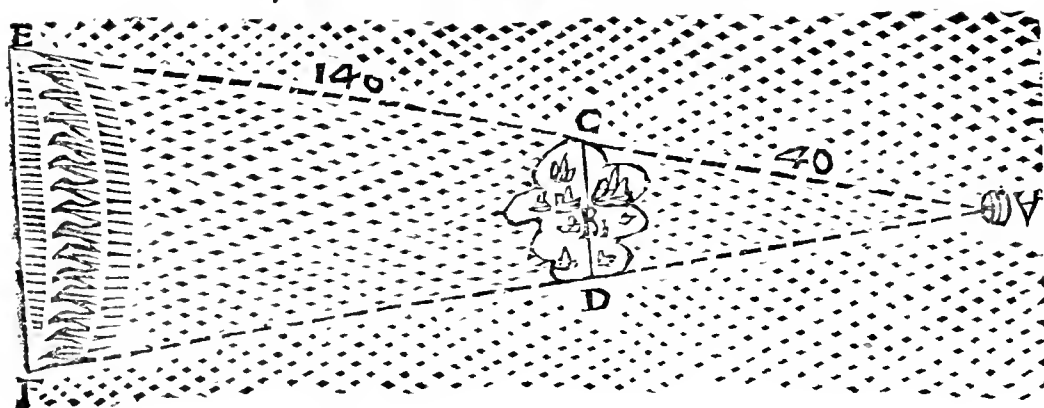
PROBLEMA XV.

Solaris diametri magnitudinem semigeometricè coniectari.

C Leomedes in suis metheoris coniecturam geometricè physicam affert, qua Tyro non præcisè quidem (præcisiora inferius dabimus ad hanc & propof. Eucl.) sed tamen aptè possit philoſophari geometricè ad concipiendam animo solaris diametri amplitudinem. In Oceani vasta, & tranquilla undarum plantie esto



oculus A, cui procul, ac sub finibus horizontis obijciatur insula B. Accidit aliquando, So'e post insulam oriente, apparere extra insula latera extrema C, D solaris globi radios aa P, & F, & in oculum A incidere. Geometricè, iuxta & hanc propof. & eius corollarium sic philosophare, o Tyro: Rady siue Visuales ab A, siue solares ab E, F constituunt duo triangula, quorum basis minor est insula B diameter CD, maior solaris diameter EF, atq; inter se parallela. Puta distantiam ab A ad B esse maximi horizontis circiter milliaria 40, insule verò diametrũ finge protendi circiter 10 milliarijs. Quantum distantia fingis ab oculo ad solem? Si fingis minimum triplam ipsius AC, erit 120 millia-



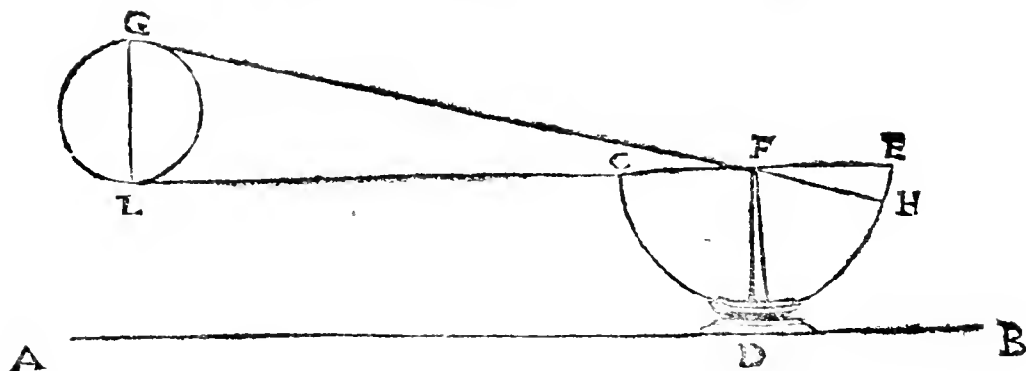
rionem. Igitur ut AC 40 ad CD 30, ita AE 120 ad EF , quæ, iuxta regulas proportionum, erit milliariorum 90. At verò cum distantia ab oculo ad Solem quodammodo infinities maior sit, quàm AE , vides, produci à AE longissime, necesse esse amplissimam basim solaris diametri. Sic nos docet philosophari hæc 4. prop. Eucl. in verè meteoris, ac sublimibus. Sed mox ad præcisiora.

§. XXVIII.

PROBLEMA XVI.

Solis magnitudinem per scaphia è 4 prop. Eucl. facillime cognoscere.

Vide nos in *Apiar.* 8. *Prog.* 3. *propos.* 8. ubi plura, quorum hic tantum aliqua. Vas hemisphericum concavum, quod scaphium appellant, CDE collocetur in aperto plano, ubi primos orientis Solis radios excipere possit. Sitq; horisonti parallelum latus CE . Cum primum sol (puta à mari) oritur, umbra styli, siue semidiametri vertice F projicitur in latus ED , ac statim emerferit totus globus solaris GL , notetur umbra terminus in H . Quasi esset (nihil refert ad sensum, ut demonstrauimus in initio *Apiary* 9 nostri *Gnomonici*) F in terræ cetro, & orbis CDE esset cōcentricus orbi



orbi cæli solaris, est latus DE parallelum cælo ubi sol suam habet diametrum. Itaq; duo æquiangula sunt triangula, propter æquales angulos ad verticem F , & angulos æquales ad bases parallelas GH , LE . Ergo ut FH ad HE , ita FL distantia Solis a terra ad eusdem solis diametrum GL . Quoties igitur pars ipsius alterutrius vel GF , vel FE est ipsa FH , erit & toties GL in LF . At quanta est LF ? Atrox docebo in seq. probl. unde etiam in numeris Solis distantiam, & diametrum docebimus, eadem terentes vestigia prop. huius 4. Eucl.

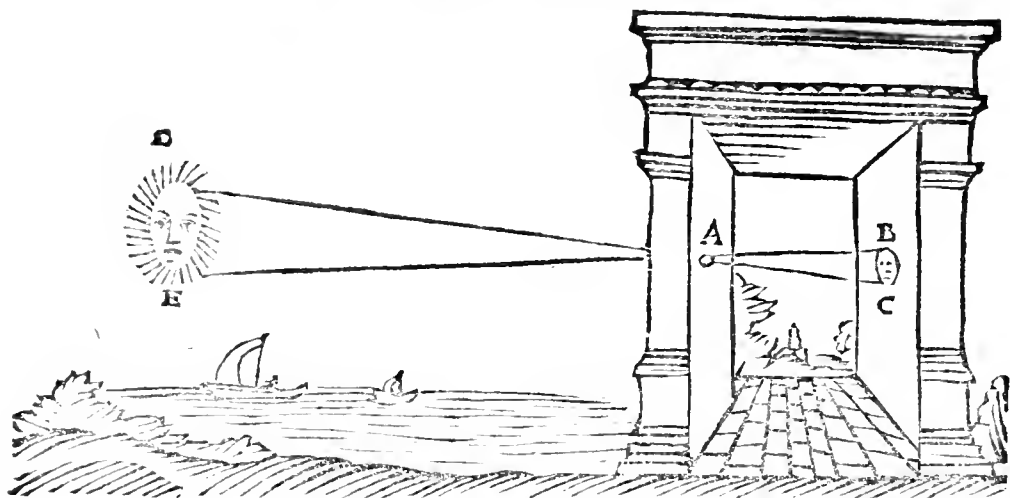
§. XXIX.

PROBLEMA XVII.

Solis a terra distantiam metiri è radijs per fenestram foramen traiectionis ope prop. 4. Eucl.

Quemadmodum solis diameter accepta per Scaphia in antecedenti propositione supponit cognitam Solis a terra distantiam, ita distantia hic accipienda supponit Solis notam diametrum. Ergone circulo ludemus? Minime verò. Nam solis diameter, quam in hac propositione supponimus, ea præcisius accepta supponitur per alios modos extra scaphia, quos vide in Apiar nostro & Astronomico Prog. 7. proposit. 11. In eodem Progym. propositio 10 est quam hic paucis expediemus. Vide plura ibi.

R2



Radius conus ABC accipitur (ut Apollonius in conicis) pro triangulo, cui ad verticem, ubi foramen A , alterum triangulum ADE (habens pro base solarem diametrum) & quiangulum est eodem modo, quo nuper in scaphio; si tamen planum CB parallelum constituitur solari disco DE , iuxta modum, quem tradimus in Schol. ad 10 prop. cit. prop. 2. Ap 8. Igitur ut BC , ad CA , ita ED ad DA . At BC , CA quantitates sciri facile possunt, & ED Solis diameter per modos propof. 1. cit. Apiar nota est, ergo & distantia DA nota fiet.

Affirmatur in Apiar. 8. propofit. 10 tempore Aequinoctij ærni, dum Sol est in mediocritate terris distantia, aliquando compertum esse basim, siue diametrum BC centies, & quater fere contineri in CA , siue BA , ergo & Solis diameter DE continebitur centies, & quater in EA , vel DA . At solis diameter, iuxta recentiores Astronomos, continet undecim semidiametros terræ, ergo media, siue mediocris distantia Solis à terra, DA , vel EA erit 1144 semidiametri terræ, quæ ad stadia redacta dat 44844228 quadraginta quatuor millones, octingenta quadraginta quatuor millia ducenta vicena octona stadiorum. Vide plura, & præciora in cit. prop. 10 Apiar. 8. & hic in seq. Schol.



§. XXX.

S C H O L I A

De cautionibus, & firmamentis præcedentium
dimensionum per Scaphia, & radios è fene-
stræ foramine.

IN *Apiar.* 2 nostro *Prog.* 3. *prop.* 7 inuenimus per modū ibi no-
strum terræ diametrum 78399 stadiorū, quæ dimidiata da-
bit terræ semidiametrum pro mensuris diametri solaris, &
solaris a terra distantie.

2 Eodem modo licebit, & summam, & minimam distantiam so-
lis a terra, cum in alterutro solstitio est vel apogæus, vel perigæus,
dimetiri.

3 Circa usum scaphij, quem dedimus, vide plura in cit *Apiar.* 8
tum ex *Macrobio*, tum à nobis spectantia ad cautiones, ut recta fiat
operatio.

4 Pariter ibidem modum per fenestræ foramen cognoscendi Solis
à terrâ distantiam, &c. in *Scholys* ad 10 *propof.* ad exactiorem rede-
gimus, qualem laudatissimæ *Veterum* dioptræ habuerunt; immo &
exactius, quàm *Antiqui*, eam ibi operationem peregrinus; scilicet ob
maius radiosum nostrum triangulum intra conclaue, Ibi vide.

§. XXXI.

COROLLARIUM VIII.

De rerum extra positarum quantitate metiēda
& simulacris intra obscurum cubiculum per
foramen fenestræ traiectis. &c.

In citat. *Apiar. 8. vide corollarium propof. 10, citatæ, ubi per similia triagula ostendimus modum, quo quis possit intra obscurum cubiculum posito scire magnitudinem hominum per extræ positas vias, vel plateas prætereuntium, dum illi claro aere, vel solis lumine perfusi proyiciunt per fenestram angustum foramen sui simulacra. Vide ibi figuram, in qua, velut ad verticem styli in scaphijs, ad foramen fenestree copulantur duo triangula similia, & quæ habet rationem distantia a foramine ad obiecta extra posita eandem habet distantia ab eodem foramine ad tabellam intra cubiculum, quæ tabellâ excipiuntur simulacra. Vide ibi.*

§.XXXII.

SCHOLION VII.

Astronomica plura alia problemata e 4 propof.
Euclid.

Vibras terre, ac Lune, Lunarium montium (si qui sint) altitudines, & alia plura per æquiangula, & similia triangula facillimè metimur in nostris *Apiarijs. Vide modos, & figuras in. Apiar. 2, Prog. 2, in corollar. 3, & Schol. 1. ad propof. 8. Apiar. 8. Trog. 3 propof. 11, corol. 1, 2, & Schol. 1. in eod. Ap 8. Prog. 6. prop. 4. & corollar. & prop. 9. &c. E quibus locis licet tibi Euclidem diuitare. Nos hic finem facimus infiniti vsus huius prop. 4. & corollariorum ex ea apud nos. Alij alia, si habent, & meliora.*

§.XXXIII.

SCHOLION, & Corollarium —

— In quibus è 4 prop. &c. indicatur theorice præcipuorum mensuriorum instrumentorum Geometricorum, & Astronomicorum.

Quæ

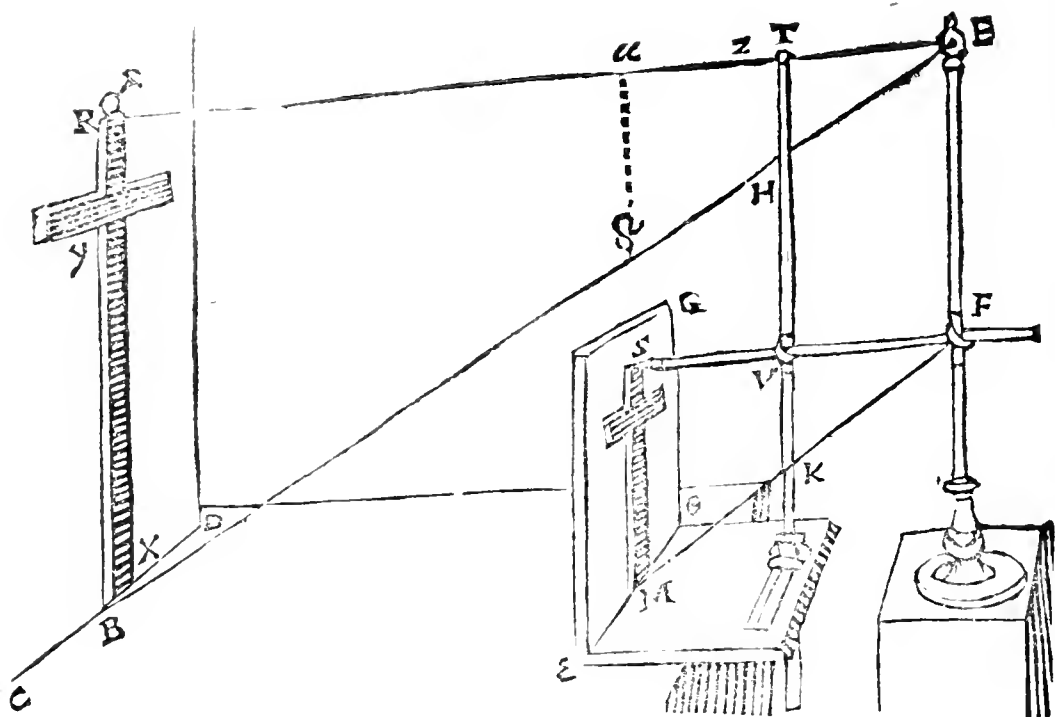
Quadrata, Quadrantes, Anuli, siue Armilla, Astrolabia, Dioptra, Radius, & alia instrumenta, quibus vel Geometria, vel Astronomi utuntur in admirandis suis operationibus ad versus de mensiones, vim habent, ac demonstrationem ab hac 4 prop. Eucl. Omnia enim per parallelas siue rectas, siue circulares, & per equiangulas, & proportionales figuras operantur. Cateris omis- sis, radium famosissimum, & antiquissimum Geometricum (cuius ve- stigium habes in dimensione in antecedentib in §. 20. traditâ ex Oron- sio ad latitudines, &c.) & Astronomicum (de quo copiosè, ac doctè Gemmafrisius librum perscripsit) inspice, atq; in eo videbis organicè exhibitam 4. propof. huius Eucl. Ex qua habes modum circa ea omnia instrumenta geometricè philosophandi, eademq; vel corrigendi, ve ampliandi, vel noua inueniendi, ac denique, ut decet Philosophum sciendi quid, & de quo agas cum ijs instrumentis uteris, ut è scientiâ potius, quam operationum merito ijs adnumereris qui —
— Ad mouere oculis distantia sydera nostris,
Aetheraq; ingenio supposuere suo. Quid.

§. XXXIV.

PROBLEMA XVIII.

Scientificam picturam e Philosophia Optica exercere ope prop. 4, & corollarij apud nos primi ex eâ.

IN Apiar. § nostro, in parte 2 Progymnatis 2, à cap. 3 vsque ad 10, habes a nobis constructiones, vsus, demonstrationes instru- menti nostri scenographici, quo pictura scientifica exercetur, & obiecta procul posita designantur in tabella obiectis parallelâ per equiangula, & similia vel triangula, vel polygonâ. Omis- sis ope- ratoribus, & perfectioribus figuris in citato § Ap. hic aspice hâc vnâ, in qua apparet similitè prototypo imaginè in minori tabella designare nihil aliud esse, quàm conum, siue pyramidem visuale, v. g. EBRT intercidi parallelâ basi à tabella pictoria, quæ v. g. in FMSV aufe- rat pyramidem minorem EBRT equiangulam, & similem maiori,



iuxta corollarium apud nos ex propof. 4. Euclid. Quod vero imaginariæ fieret per sectionem in ad parallelam ipsi RB, fit in inferiori tabella & C dum oculus in E libere fpectat singulas partes crucis maioris. Demonftrationes, & plura huc fpectantia ad praxim, & theoricen mirifici huius vfus ex 4 hac prop. Eucl. vide in cit. Ap. 3. Hic tantum tam diutis fluenti Euclidianum fontem indico. Vide id no. ftrum fenographicum inftrumentum perfectum in cap. 6. cit. Apiar. prog. 2.

§. XXXV.

SCHOLION VIII.

Visionis intra oculum arcana prodita ex 4 prop.
Hoc

Hoc arcanum habes apud nos in *Apiar.* 6 *Prog.* 3. *cap.* 2. Hic tantum innuo, ut videas hanc *Eucl.* prop. 4. non solum cæli, & terras, sed etiā ipsos animalium oculos penetrare, atq; in ijs perfectā visionem exercere. Quæ fit per similia triangula, quorum alterum maius basim habet extrinsecus in obiecto, alterum minus intra oculum basim habet in retina sub qua basi representantur imaginatiuæ, atq; æstimatiuæ virtuti obiectum, & eius partes in proportionibus perfectissimis minorum ad maiora, velut in naturæ arcana quadam pictura. Habetq; retina vim mouendi, ac fingendi se in omni genera basium, quæ sint parallela, & figuris persimilesfigurationibus obiectorum externorum.

Ac quamuis non vna fiat decussatio radiorum, siue specierum representabilium ab obiectis, & variè per oculi humores refringantur, vnde videri possit non fieri perfectam angulorum opticorum ad verticem æqualitatem, nec esse omnimodam triangulorum intra oculum similitudinem, tamen id miro naturæ consilio efficitur, ut obiectorum vera mensura, & quantitas representetur, quæ verà minor apparet (propter geometricas rationes in eo *cap.* 2. citato) nisi corrigeretur per eas refractionum dilatationes. & c. ut expressius hæc omnia habes in rationibus, demonstratiouibus, & figuris in *cap.* cit. *Ap.* 6. Satis hic nunc esto tantum indicare vnde ornamenta possis adducere ad hanc *prop.* 4. *Euclid.* spectantia. Tu illa in nostris *Apiar.* ysis visito, & hic exponito.

§. XXXVI.

SCHOLION IX.

Fallacia sunt optica experimenta in oculo cadaveraceo, (hoc est animalis mortui) etiam congelato, vel in oculo viuo, sed morbofo, idest male affecto ab aliqua corporis ægitudine.

Vide nos in *Ap.* 6. *Progym.* 3, præsertim *cap.* 3. Quæ etiam ex causâ nostrâ problemata *Astronomica* in *Apiar.* 8 nos ut plurimum soluimus, non tam ex opticis instrumentis, in quibus oculi arcana interiora immiscet

*suas fallacias, quam è sciotericis, qualia veterum prudentiorum, adque Antistitum Astronomorum scaphia, dioptra radios solares admit-
tentes, caelestium luminarium eclipses, vel aspectus inter se geometri-
cis figuris expressi, ac demonstrati. &c.*

*Iuvat hic postremo loco addere theoremata a aliqua selecta, qua de-
monstrantur ex hac 4 propo, præsertim à Villalpando nostro,*

§. XXXVII.

THEOREMA I.

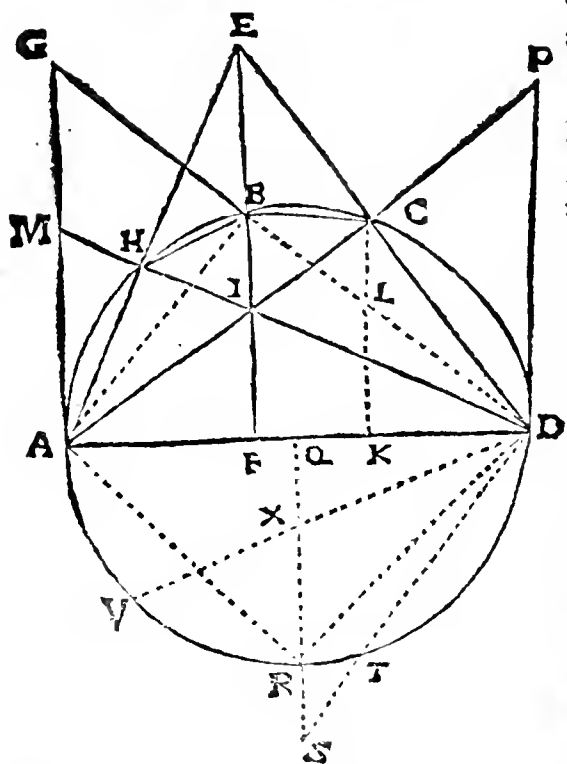
Recta in semicirculo a quolibet puncto diame-
tri ad ipsam diametrum perpendiculari, &
ab vno terminorum eiusdem diametri du-
ctis pluribus lineis, quæ secant circumferen-
tiam, & perpendicularem, siue intra, siue ex-
tra semicirculum: illa linea quæ transit per
intersectionem perpēdicularis cum circum-
ferentia, est media proportionalis inter illam
cuiusvis alterius lineæ partem, quæ contine-
tur inter terminum diametri, & circumferen-
tiam, & illam quæ intercipitur inter eundem
terminum, & perpendicularem.

Huius theorematís nobis plurimus erit usus in sequentibus ad
hunc librum sextum.

A quouis puncto F, diametri AD, semicirculi ABCD,
erigatur perpendicularis FB, & a termino D ducantur plu-
res lineæ, una ad punctum B qualis est DB, reliquæ utcunq; quales sunt
DH, DE secantes circumferentiam in H, C, & perpendicularem in
E. Dico rectam BD esse mediā proportionalem tum inter rectas HD,
DI, tum inter rectas ED, DC. Iungatur AB, & negetantur HB, LC.

Quo-

85



b (per 5
6 ad 32
prin 1.
10. Ac-
rarij.)

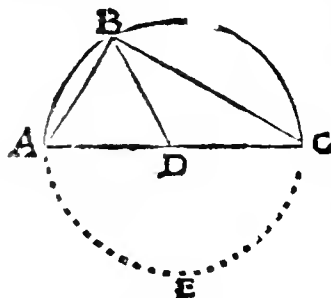
C 4 pri.
bx.

d 2 sexre

SCHOLIA.

1 *V*titur Villalpandus modo demonstrandi, quo apud Clavium prop. 19 in Schol. post 33 huius lib. 6 videtur Iohannes Baptista Benedictus. Nos hic omisimus alium modum Villalpandi, qui eget 16, 17, 18, propof. huius, & aliquid pro Tyronibus appofuimus, sine neceffitate 8 propof. huius lib. 6. quam citat Villalpandus.

2 Idem probat angulos DHB , DAB æquales ex 27 propofit. libri 3, quia infiftunt eidem arcui DB . Nos quia propofitio 27 eget alijs antecedentibus aliquibus eiusdem libri tertij propofitionibus, ne pro una pluribus abuti videremur fuppoſit. è li. 3. probauimus angulos DHB , DAB æquales ex 21 tertij, quæ corollarium quoddam eſt antecedentis 20, & ipſa 20 ſine neceſſitate antecedentium in lib. 3 deducitur ex 32 prop. li. 1 & ex 56 noſtro ad eam in To. huius Aera-rij. Ac licet potuiſſemus, propter uſus multiplices earum, utramque 20, & 21 è lib. 3 illuc transferre, quemadmodum oſtendimus ipſius 31 pariè de angulo recto in ſemicirculo, quæ omnes ex 32 li. 1 deducuntur, & probantur, tamen ne videremur aſſertare copiam, & tranſpoſitiones ſine extremâ neceſſitate, ſatiſ duximus ex prima occaſione (quæ hic nunc ſeſe offert) hic neceſſaria, eas 21, & 20 tamquam lemmata explicare ex antecedentibus in 1 libro Elem.



Itaq; in figura hic reposita è 56 ad 32 facile patet, angulum ACB ad peripheriam eſſe dimidium anguli ADB ad centrum ſuper communi arcu AB . Nã propter æquales ſemidiametros DB , DC , triangulum BDC eſt iſoſceles, & habet angulos C , CBD æquales, & angulus verò ADB externus cum, ex 32 propofit. æqualis internis DBC , BCD , dñ.

tracto dimidio DBC , remanet dimidium, ideſt angulus BCD dimidius anguli ADB .

Quoniam verò in eodem ſegmento $BCEA$ ad quodeumq; punctum arcus $BCEA$ ducantur ab A , B duæ angulum facientes, ille angulus eſt dimidius unius, eiſdemq; anguli ADB ad centrum B , patet omnes eos angulos eſſe inter ſe æquales. Quare hic habes, mi Tyro, indicatas, & demõſtratas ex 32 pri. & primis principijs, propofitiones 20,

SCHOLIA.

I **A** Ntecedentis theorematis posteriorem partem hic nostra figura aptauimus, priorem Verò partem, qua utitur Villalpandus, & qua nos non egemus, omisimus.

2 Vis est in constructione, qua per arcus CI , GH aequales fiunt CE , BI , & HB , BG . Itaq; KB habet eandem proportionē ad maiores aequales CB , BI , vel ad minores HB , BG ; ac proinde ipsa IHE abscindit aequales minores ab aequalibus maioribus, vel aequalibus minoribus appendit aequales maiores, ad quas KB habet eandem rationem.

§. XXXIX.

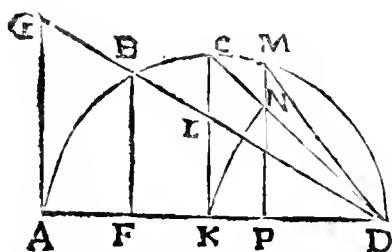
THEOREMA II.

Si in semicirculo ex vno terminorum diametri ducatur tangens, & ex altero termino linea secans tangentem, & circumferentiam, atq; a puncto interlectionis circumferentiæ in diametrum demittatur perpendicularis, tota secans, diameter, segmentum secantis intra semicirculum, nec non segmentum diametri inter secantem, & perpendicularē, erunt quatuor lineæ continuæ proportionales.

Semicirculum $ABCD$ tangat recta AG in A ; recta verò DG eandem tangentem secet in G , & circumferentiam in D , & ex B demissa sit in diametrum perpendicularis BF . Dico secantem GD , diametrum DA , segmentum secantis DB , nec non DF segmentum diametri inter secantem, & perpendicularē, esse continuè proportionales. Nam AD , est ^a media proportionalis inter GD , BD . hoc est, vt GD ad AD , ita est AD ad BD : sed vt GD ,

^a per
theor. ant.
185. § 37.

ad



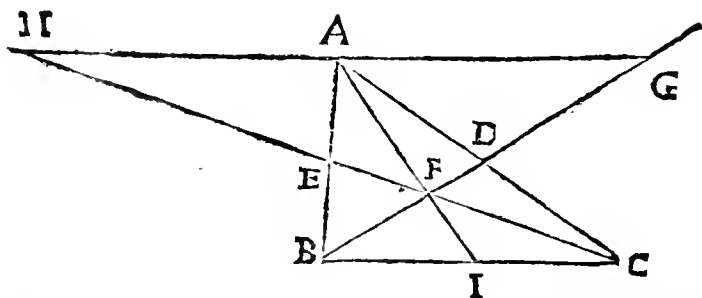
Applicata DC in semicirculo $A BCD$ fecet, v. g. perpendicularem PM in N , sitque segmentum eius DN æquale segmento DK contento inter eundem terminum D , interq; perpendicularem CK , quæ

ex C cadit in diametrum DA ; dico rectas DC , DK medias esse proportionales inter diametrum DA , & segmentum eius DP interceptum inter eundem terminum D , & inter priorem perpendicularem PM . Nam per theor. § 37 ad hanc 4 prop. Eucl. erit ut DA ad DC , ita DC ad DK , hoc est, ad DN , & PN ad DP habet eandem rationem; propterea quod triângula DCK , DPN sint similia, habeantque latera proportionalia. Quod erat demonstrandum.

§. XXXXI.

THEOREMA IV.

In omni triangulo tres rectæ ab angulis productæ, ac bifariantes opposita latera secant se in communi puncto.



Sit triangulum ABC , in quo ab angulis B , & C , ducantur duæ rectæ BD , CE bifariantes latera opposita AC , AB in D , & E .

E, & secantes se in *F*. Ducatur recta *AI* per *F*. Dico etiam ipsam diuidere latus *BC* bifariam in *I*.

Ducatur *HAG* parallela ipsi *BC*, & producantur *BD*, *CE* donec ipsi *HAG* occurrant in *H*, *G*. Triangula *BEC*, *HEA* sunt equiangula propter angulos ad verticem *E*, & propter alternos *EH**A*, *ECB*, & *HAB*, *EBC* æquales; ergo ut *EB* ad *BC*, sic *EA* ad *AH*, & permutando ut *BE* ad *EA*, ita *BC* ad *AH*; sed *BE*, *EA* sunt equalia, ergo etiā *BC*, *HA*; Pariter triangula *BDC*, *ADG* sunt equiangula, & (ut in antecedentibus) sicut *DC* est equalis ipsi *DA*, sic *BC* ipsi *AG*. Cum ergo *HA*, & *AG* equalia sint eidem *BC*, erunt etiā inter se equalia.

Rursus triangula, *AHF*, *IFC* sunt & ipsa equiangula iuxta præmonstrata de equiangularis antecedentibus; ergo ut *HA* ad *AF*, ita *CI* ad *IF*. Item triangula *AFG*, *BFI* sunt equiangula, & ut *GA* ad *AF*, ita *BI* ad *IF*; ergo ex equali, ut *HA* ad *AG*, ita *CI* ad *IB*; sed *HA*, & *AG* sunt demonstrata equalia, ergo etiam *IC*, & *IB* erunt equalia. Quod erat demonstrandum. Ergo rectæ ab angulis quæ bifariant bases secant se in communi puncto.

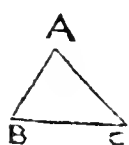
COROLLARIUM IX.

Ad vsus infinitos in Stereometria,
& Machinaria.

Fiat antecedens ex theoremate problema, seu porisma, & inuenisti in puncto communi *F* centrum grauitatis, iuxta Archimedes in propof. 14. primi equiponderantium. Cui quasi lemma est theorema nostrum antecedens. Id porro punctum inuentum, præter vsus alios in Machinaria, est vsui ad inueniendas quantitates, proportionales, & plurima alia circa numerum ingentem solidorum geometricorum, quæ fingi possunt ex rotatione trianguli variis modis concepta, iuxta nouam doctrinam nostri Guldini de vsu, & fructu geometrici cætri grauitatis in geometricis figuris. Exempla aliqua indicauimus in huius Aerarij utroq; tomo, & regulam vniuersalem attulimus. Relege. Hic tantū indico lucrum ex antecedenti theoremate.

Propof. V. Theor. V.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera subtenduntur, æquales.



H Abcant triangula ABC, DEF latera proportionalia, nempe, vt AB ad BC; ita DE ad EF. Et vt BC ad CA; ita EF ad FD: atque vt BA ad AC, ita ED ad

DF. Dico triangula ABC, DEF æquiangula esse, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera subtenduntur, unde æquales erunt anguli ABC, DEF; & BCA, EFD; & BAC, EDF. ^a Constituantur enim ad puncta E, F rectæ EF anguli FEG, EFG æquales angulis ABC, BCA; erunt ergo & reliqui BAC, EGF æquales: triangula ergo ABC, EGF sunt æquiangula: ^b habent igitur latera circa æquales angulos proportionalia eruntque latera æqualibus angulis subtensa, homologa. Ergo vt AB ad BC, ita EG ad EF: Sed vt AB ad BC, ita ponitur DE ad EF: ^c vt igitur DE ad EF, ita GE ad EF. Vtraque ergo DE, GE ad EF eandem habet proportionem; ^d æquales igitur sunt DE, GE. Eadem de causa DF, GF æquales erunt. Cum igitur DE, EG æquales sint, communis EF, erunt duæ DE, EF duabus GE, EF æquales, & basis DF basi GE æqualis; ^e erit ergo angulus DEF angulo GEF æqualis, & triangulum DEF triangulo GEF æquale, & reliqui anguli reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur: anguli ergo DFE, G-

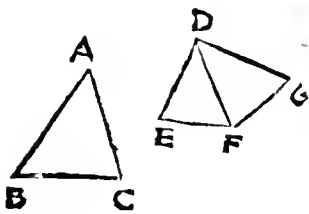
PROPOSITIO V.

92

FE sunt æquales, item EDF, EGF: & cum angulus FED æqualis sit angulo GEF, & GEF ipsi ABC, erit & ABC ipsi FED æqualis. Eadē de causa erit angulo ACB æqualis angulus DFE, & angulus ad A angulo ad D. Triangula ergo ABC, DEF æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare. f ax. 1.

Propos. VI. Theor. VI.

*Si duo triägula unum angulum uni æqualem,
Es circa æquales angulos latera proportio-
nalia habuerint, æquiangula erunt, habe-
buntq; angulos, quos homologa latera sub-
tendunt, æquales.*



Sint duo triägula ABC, DEF angulos BAC, EDF habētia æquales, & circa ipsos latera proportionalia, vt BA ad AC, ita ED ad DF. Dico triägula ABC, DEF esse æquiägula, adeoque angulum ABC angulo DEF,

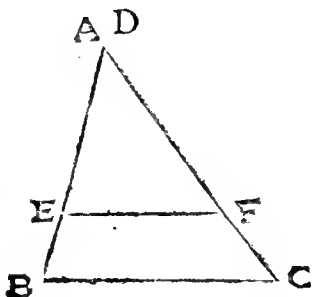
& ACD ipsi DFE, æqualem habere. ^a Constituaturn enim ad puncta D, F rectæ DF alterutri angulorum BAC, EDF æqualis FDG, angulo verò ACB æqualis DFG: erit igitur & reliquus ad B reliquo ad G æqualis. ^b Triägula ergo ABC, DGF sunt æquiangula. Est ergo vt BA ad AC, ita GD ad DF; ponitur autem vt BA ad AC, ita ED ad DF; ergo vt ED ad DF, ita est GD ad DF; ^c æqualis ergo est ED ipsi GD, communis DF. Duæ ergo ED, DF duabus GD, DF sunt æquales, & angulus EDF angulo GDF æqualis; ^d erit ergo & basis EF basi GF æqualis, & triägulum DEF triägulos GDF: quare reliqui anguli reliquis æquales. a propoſ. 23. 1. b prop. 8. 1. c prop. 9. 5. d prop. 8.

CAV. I.

les erunt, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus ergo DFG æqualis est angulo DFE; & qui ad G illi, qui ad E. Sed DFG æqualis est ACB angulo, ergo & ACB ipsi DFE æqualis erit; ponitur autem & BAC ipsi EDF æqualis, reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad E. Triangula ergo ABC, DEF æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

§. I.

SCHOLION I.



Sunt qui hoc th. 6. etiam aliter demonstrent. Nam imposito latere DE lateri AB, cadet DF in AC, quoniam angulus ad punctum D angulo ad A est æqualis. Vel igitur DE est æquale ipsi AB, vel inæquale. & si quidē æquale, erit & DF æquale AC, ergo & basis EF basi BC, & reliqui anguli reliquis angulis

æquales. Si vero DE sit inæquale ipsi AB, sit utrumvis ipsorum maius, verbi causa AB: tunc ut BA ad AC, sic ED ad DF, ergo permutando ut BA ad AE, sic CA ad AF: & dividendo ut BE ad EA, sic CF ad FA. quare latus EF parallelum est lateri BC, & idcirco angulus AEF angulo ABC, & angulus AFE angulo ACB est æqualis, quod ostensum oportuit. *Hæc ad hanc 6 Commandinus.*

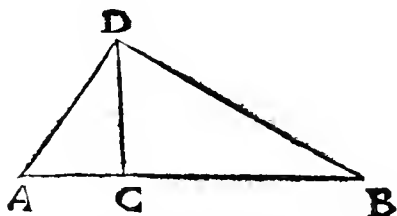
SCHOLION II.

Confer inter se 4 propos. lib. 1. Eucl. & 6 hinc propositionem, atque earum similitudines agnosce, dum id, quod in li. 1 demonstratur de lateribus æqualibus, hic de proportionalibus, &c.

§. II.

THEOREMA.

Si tres lineæ rectæ continuè proportionales ad idem punctum conueniant, & media ad reliquas sit perpendicularis: rectæ quæ illarum coniungunt terminos, continebunt angulum rectum.



Tres rectæ CB, CD, CA, continuè proportionales conueniant in puncto C, ita ut CD quæ est media, ad reliquas sit perpendicu-

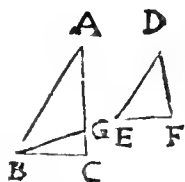
laris. Dico ductas AD, DB continere angulum rectum in D. Nam rectæ in primis AC, CB constituent vnam rectam lineam. Deinde quoniam circa æquales angulos, nempe rectos DCB, DCA latera DC, CB proportionalia sunt lateribus DC, CA, ærunt triangula DCB, DCA æquiangula, æqualesq; habebunt angulos CBD, CDA, sub quibus subtenduntur latera homologa CD, CA; atqui angulus CBD cum angulo CDB æquiualeat recto DCB, propterea quod omnes tres anguli trianguli DCB æquales sint duobus rectis: ergo & angulus ADC constituet cum angulo CDB rectum ADB. Quod erat demonstrandum, *Villalp. cap. 2. prop. 5.*

*a 6 sexti
Eucl.*



Propof. VII. Theor. VII.

*Si duo triangula unum angulum uni angulo
equalem, & circa alios angulos latera pro-
portionalia habuerint, reliquorum vero u-
trunque aut minorem, aut non minorem
recto, equiangula erunt triangula, & an-
gulos, circa quos latera sunt proportionalia,
equales habebunt.*



Sint duo triangula ABC, DEF ha-
bentia angulos BAC, EDF æqua-
les, circa alios vero angulos AB-
C, DEF latera proportionalia. Vt AB
ad BC, ita DE ad EF reliquorum verò
angulorum, qui ad C, & F, primū vtrū-
que minorem recto. Dico ABC, DEF triangula esse æquian-
gula, angulumque ABC angulo DEF, & qui est ad C, illi
qui est ad F, æqualem. Quod si anguli ABC, DEF inæqua-
les sint, erit unus maior. Sit maior ABC; & ^a constituatur
ad punctum B rectæ AB angulus ABG æqualis angulo D-
EF. Et cum anguli A, D æquales sint, item ABG, DEF, ^b
erunt & reliqui AGB, DFE æquales. Triangula ergo AB-
G, DEF æquiangula sunt. Est ergo vt AB ad BG, ita DE
ad EF, sed vt DE ad EF, ita ponitur AB ad BC: ergo vt AB
ad BC, ita est AB ad BG. ^c Cum ergo AB ad vtrāque BC,
BG eandem habeat proportionem, erunt BC, BG æquales,
^e ergo & anguli BGC, BCG æquales erunt. At BGC mi-
nor recto ponitur, erit ergo & BGC recto minor: quare
angulus AGB ei deinceps maior erit recto: ostensus est au-
tem æqualis angulo F erit igitur & angulus F maior recto;
at minor ponitur, quod est absurdum: anguli ergo ABC,
DEF

^a propof.
2; 1.

^b propof.
32. 1.

^c propof.
1.

^d propof.
5.

^e propof.
1.

^f propof.
13. 1.

PROPOSITIO VIII.

97

DEF non sunt inæquales: æquales ergo. ^{g' propof.} sunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C, & F æquales erunt. ^{32. 1.} Quare triangula ABC, DEF æquiangula erunt. Sit rursus vterq; angulus ad C, & F nō minor recto. Dico & sic triangula ABC, DEF æquiangula esse; ijsdem enim constructis, ostendemus rectas BC, BG esse æquales, vt prius: h erunt ^{h prop. 5.} igitur & anguli C, BGC æquales. Cum ergo C recto non ^{1.} sit minor, nec BGC recto minor erit. Sunt ergo trianguli BGC duo anguli non minores duobus rectis, i quod fieri ^{i prop. 17} non potest; non ergo anguli ABC, DEF inæquales sunt: ^{1.} æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A, & D æquales; erūt ^{K propof.} igitur & reliqui ad C, & F æquales. Quare triangula AB- ^{32. 1.} C, DEF sunt æquiangula. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION.

Habes in Apiar. 3, Progym. 10 lem. 1, & 2, & coroll. 2, vnde auceas has propositiones Euclidis 5, 6, 7, asserendo, & probando etiam de parallelogrammis similia eorum, quæ demonstrat Euclides de triangulis.



Propof. VIII. Theor. VIII.

In rectangulo triangulo si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendiculararem sunt triangula & toti, & inter se similia sunt.



Esto triangulum rectangulum ABC rectum habens BAC, ducaturq; ab A ad BC perpendicularis AD. Dico triangula ABD, ADC,

N

&

& toti ABC, & inter se esse similia. Cum enim angulus B.
AC æqualis sit angulo ADB; rectus enim est uterque: &
^{a colligitur ex 22.1.} angulus ad B cōmunis utriq; triangulo ABC, ABD; ^a erit
& reliquus ACB reliquo BAD æqualis: æquiangula ergo
^{b prop. 4. 6.} sunt triangu-
guli ABC subtendens ad BA rectum trianguli ABD sub-
tendentem, ita ipsa AB angulum C trianguli ABC sub-
tendens ad BD subtendentem angulum BAD triāguli A-
BD. Et ita AC ad AD subtendentem angulum B commu-
nem utriusque trianguli. Triangula ergo ABC, ABD æ-
quiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos
^{c def. 1. 6.} proportionalia, ^c similia ergo sunt triangu-
la ABC, ABD. Eodem modo ostendemus triangulum ADC triangulo A-
BC simile esse. Vtrumque ergo triangulum ABD, ADC
toti ABC simile est. Dico quod & inter se similia sint AB-
D, ADC triangu-
la. Cum enim anguli BDA, ADC recti
sint, erunt & æquales: ostensus est autem & BAD ipsi C
æqualis. ^d ergo & reliquus ad B reliquo DAC æqualis
^{d colligitur ex 32.1.} erit. Triangula ergo ABD, ADC æquiangula sunt. ^e
^{e prop. 4. 6.} Est ergo ut BD subtendens angulum BAD trianguli A-
BD ad DA subtendentem angulum C trianguli ADC
æqualem angulo BAD, ita ipsa AD subtendens trian-
guli ABD angulum B, ad DC subtendentem angulum D-
AC trianguli ADC æqualem angulo B; & ita BA ad AC
subtendentem rectum ADC. Triangula ergo ABD, ADC
similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod
oportuit demonstrare.

Corollarium.

EX his manifestum est, si in triangulo rectangulo ab an-
gulo recto ad l. asin perpendicularis ducatur, ipsam
inter basis partes mediam proportionalem esse. Et inter
basin, & partem basis, medium proportionale esse latus,
quod ad partem. *Inter BC, BD medium proportionale*
ej. latus BA, Inter BC, CD latus CA.

§. I.

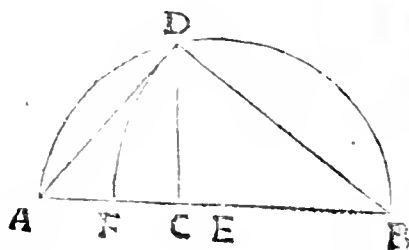
Vfus propof. 8, & Corollarij ex ea pro facillima inuentione tertiæ, quartæ, mediæ, ac duarum etiam mediarum linearum proportionalium.

Poffet hoc etiam collocari inter cætera paradoxa, quæ plurimæ (vt & ad 2, & ad 4 propofitiones offendimus) nos habemus in noſtris Apiarijs. Nam Euclides in hac etiam 8 prop. tacite prædocet (vt patet ingenio acutè, ac geometricè promidenti) linearum proportionalium inuentiones, antequam eas doceat inferius in propof. 11, 12, 13. Exempla omnia de meis daturus incidi in aliqua apud Pappum lib. 3. propofit. 6, 7, 8, in quibus quia Clauſij verſio expreffiora habet ad rē noſtrā, hic partem eius verſionis accipe applicatam ſecundæ figure Pappi. Ampliſſimos verò vſus linearum proportionalium in praxibus, ac theorijs artium, ac ſcientiarum indicatos videbis inferius, præſertim ad 13. prop. huius lib. 6.

§. II.

PROBLEMA I.

Datis duabus rectis lineis mediam proportionalem inuenire.



SInt datæ rectæ AB, BC eūdem terminum B habētes, inter quas inuenienda ſit media proportionalis; Bifariatā AB in E, & deſcripto circa eam ſemicirculo ADB, excitetur ex C ad AB perpendicularis CD, & ex B per D arcus deſcribatur ſecūs AB in F. Dico BF

N 2

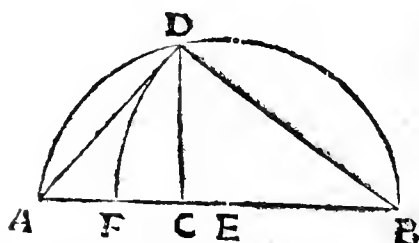
me.

mediam proportionalem esse inter AB, BC . Ductis enim rectis AD, BD ; erit angulus ADB in semicirculo rectus. Igitur ex coroll. prop. 8 huius lib. recta BD , hoc est, ipsi æqualis BF , media proportionalis erit inter AB, BC . Quod est propositum.

§ III.

PROBLEMA II.

Datis duabus rectis lineis tertiam minorem proportionalem inuenire.



Sint in ead. fig. datæ rectæ AB, BF , eundem possidentes terminum B , quibus inuenienda sit minor tertia proportionalis. Descripto circa maiorem AB semicirculo ADB , describatur ex B per F arcus secans circumferentiã ADB in D puncto, ex quo ad AB perpendicularis demittatur DC . Dico BC tertiam minorem proportionalem esse ipsis AB, BF . Ductis enim rectis AD, BD , erit angulus ADB rectus. Igitur ex coroll. prop. 8 huius lib. erit BD , hoc est, ipsi æqualis BF media proportionalis inter AB, BC . Id est, erit AB ad BF , ut BF ad BC . Quod est propositum. *Maiorẽ vero extremam proportionalem accipe, ut iacet, apud Pappum.*

§. IV.

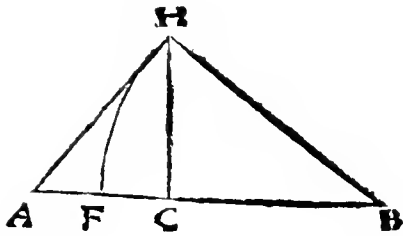
PROBLEMA III.

Datis rectis lineis FB, BC maiorem extremam inuenire.

Ducatur ad rectos angulos CH , quam circumferentia circa B centrum per F descripta secet in H , & ipsi BH iungatur ad rectos

PROPOSITIO VIII.

101



Etos angulos ducatur H-
A. Ergo AB est tertiā
proportionalis ipsarum
CB, BF, hoc enim ex
antedemonstratis perspi-
cuè constat. Nam ut CB
ad BH, idest ad BF, ita B-
F, idest BH ad BA. &c.
ē corollar. huius prop. 8.

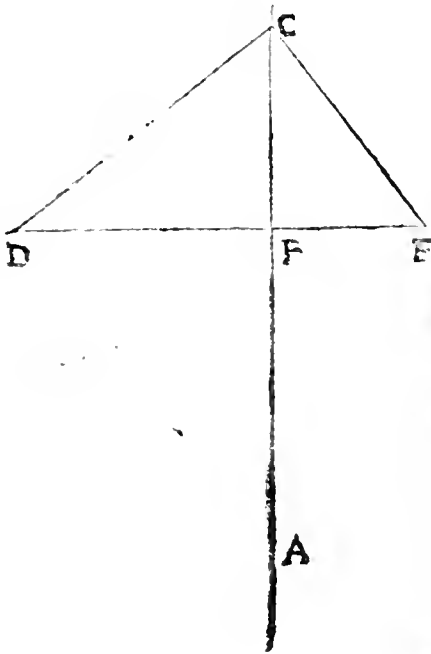
SCHOLION.

Modum tertij antecedentis problematis, qui in casibus Pappi est
allegatus inuentioni tantum maioris tertiæ proportionalis
nos traducemus etiam ad inuentionem & minoris & maioris tertiæ,
& quartæ proportionalium in seq. coroll.

§. V.

COROLLARIUM, seu Problema IV.

Tribus datis quartam
proportionalē mi-
norem, ac maiorē
ē coroll. propos. 8
adiungere.



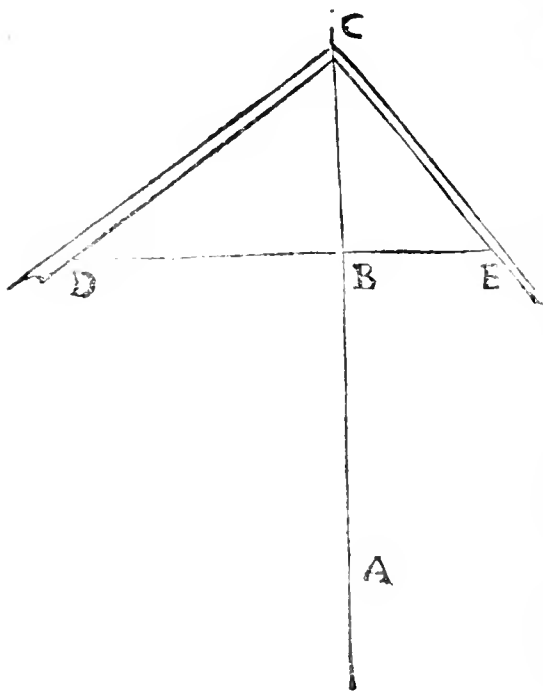
Libet quasi per modum
corollarij ex antecedēti
3. problemate quartum
hoc problema expedire
geometricè, atq; etiam in seq.
problematis organicè. Sins
prima AB, & tertia BC iuncte
in B, ac productæ in unam re-
ctam AC, hoc est in AC infini-
tā jectur AB, BC aequales pri-
mæ, ac tertiæ, &c. Sit secunda
BD perpendiculariter erecta ex
B,

B; iuxta modos antecedentium problematum inueniatur tertia proportionalis, etiam minor, duabus DE, BE, scilicet iuncta DC, & adiuncta CE ad angulum rectum DCE; secabit enim ipsa CE ex producta DB ipsam BE quartam proportionalem, est enim ex corollar 8 propos. perpendicularis CB ab angulo recto C, &c. media proportionalis inter DE, BE ergo. &c.

§.VI.

PROBLEMA V.

Tribus datis lineis quartam maiorem, vel minorem proportionalem organicè facillimè per normam inuenire, iuxta corollar. huius oct. propos. Eucl.



S Int prima AB ,
 B , & tertia
 BC iuncta in
 vnā rectā
 ad B , & secunda BD
 perpendiculariter e-
 recta ex B . Normæ
 alterum latus ita
 aptetur ad secunda
 extremum D , ut re-
 ctus normæ angulus
 sit in extremo ter-
 tiæ C , atq; alterum
 latus abscindet ex
 producta in E quar-
 tam proportionale,
 eritq; ut AB ad B -
 D , sic BD ad BC , &
 ut BD ad BC , sic BC
 ad BE , ad minores
 terminos.

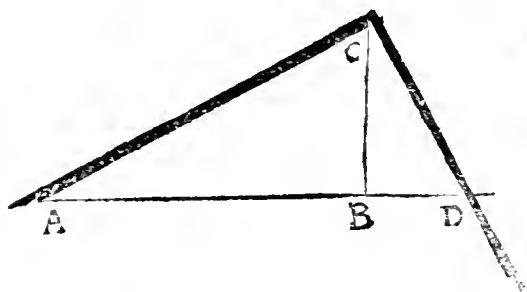
Ad maiores con-
 tra-

traria via operabere, Datis prima BE , secunda EC , tertia BD ; angulus enim rectus normæ tunc ad D appositus secabit è productâ CB quantam maiorem BA .

§. VII.

PROBLEMA VI.

Duabus datis tertiam proportionalem lineam inuenire organicè per normam.



Dæ data
 AB , BC
iungantur
ad rectum
in B . Aptata normâ
ita, vt angulus eius
rectus sit in C extre-
mo minoris, & alte-
rû latus attingat al-
terum extremum A ,
alterum latus abscin-
det ex productâ AB .

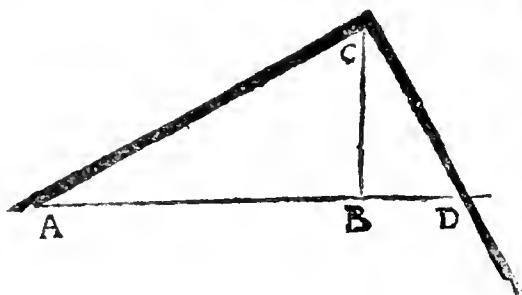
ipsam BD tertiam proportionalem minimam. Tertiam maximam abscindet ex CB productâ ad partes B , si normæ rectus angulus aptetur ad A , & latus alterum ad extremum C Vel posita primâ minare BC , & secundâ BC ad rectum in B , erit tertia maior abscissa BA à normâ. &c.

Patet demonstratio ex corollar. propos⁸ huius. Nam perpendicularis CB ab angulo recto est media proportionalis inter duo segmenta AB , BD basis AD trianguli rectanguli ACD .

§. VIII.

PROBLEMA VII.

Duabus mediam proportionalem per normam interponere.



Iungantur in
unam data re-
cta AB, BD.
Ex communi
iunctura B erigatur
perpendicularis BC
indefinita. Norma
ita applicetur, ut &
lateribus AC, CD,
cōtingat extrema A,
D, & angulus rectus
C sit in perpendiculari

CB. Pars perpendicularis intercepta inter angulum normæ rectum C,
& inter B, erit media proportionalis inter AB, BD per cit. 8 propos.
huius, & eius coroll.

Iungantur aliter duæ data in commune segmentum ita ut, in
exemplo, prima sit maior ipsa AD, secunda sit minor AB vel BD:
Ex B erecta perpendiculari, & aptato per eam normæ angulo, ut paul-
lo ante dictum est, & lateribus AC, CD ad extrema A, D, erit alte-
rurum laterum normæ medium proportionale, &c. in exemplo, CD in-
ter AD, BD; & AC inter AD, AB, per coroll. cit. propos. 8.

SCHOLIUM.

Potes ex ipsomet Euclide ipsum condire modum, quo ille utitur
inferius in inuentione mediæ proportionalis, ostendendo esse
vsum corollarij huius octauæ, à quo demonstratur. &c.

§. IX.

PROBLEMA VIII.

Lineas non solum quartam, sed plures etiam in
eadem proportione continuare ad maiores,
& minores terminos.

Ex

EX hac 8 propof. & eius ſchol. licet plures lineas proportionales inter ſe in eadem proportionē cōtinuare ad maiores, & minores terminos per eum modum, quem tradimus loco ſecundo ad 12 propof. Euclidis. Hic indico, vt ſi quis velit vti ad condimentum, & uſum huius 8 propoſitionis, cum huc transferat, quem nos putauimus eſſe ſatius apponere prop. 12. Pendet ille ab hac 8, & ſine alijs ſubſequentibus, eo hic etiam licet vti demonſtratiuè.

SCHOLIŌN, in quo ---

Proludium duabus medijs rectis lineis proportionalibus inueniendis inter duas datas.

SI attentè notaris modum antecedentis 6 problematis ſaculam habebis ad duarum mediarum inuentionem, quæ tibi clarè elucebit in paulo poſt ſequenti 7 problemate, vt indicatum habebis in ſcholio poſt id problema.

§. X.

THEOREMA I, —

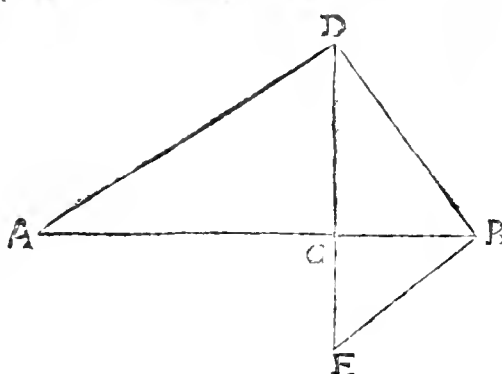
--- ac præuium inuentioni duarum linearū mediarum proportionalium.

VT Tyrones maiori adhuc in luce quaſi præuideant problema de inuentione duarum mediarum proportionalium, theoremæ hoc ex Villalpando non inueniſtum præmittendum cenſui.

Si tres lineæ continuè proportionales ſibi inuicē in terminis eodem ordine ad angulos rectos inſiſtāt, quæ illarū terminos neſcūt duę rectæ lineę ſe ſe mutuo ſecabunt ad angulos rectos, & in quatuor partes cōtinuè proportionales.

Q

Tres



a 6^{sexti}
Eucl.

b 32^{pri}
mi Eucl.

c 3^{sexti}
Eucl.

angulos BAD, FDB; sed angulus EDB cum angulo CDA æqualis est recto ADB: Ergo etiam anguli CAD, CDA recti, æquales erunt, ergo b & reliquus angulus ACD in triangulo ACD rectus erit. Cum igitur recta DC perpendicularis sit ad AB, & vicissim AB perpendicularis ad DE, triangula ACD, DCB, BCE c similia erunt triangulis ADB, D-
BE, habebūtq; latera circa æquales angulos proportionalia, hoc est vt AC ad CD, ita erit CD ad CB, & CB ad CE. Quod erat demonstrādū.

§. XI.

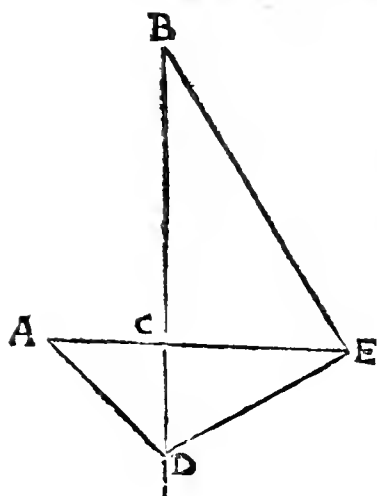
PROBLEMA IX.

Duabus datis rectis lineis duas medias proportionales in eadem proportionem interponere iuxta modum Platonis, è corollar. propof. 8.

A

Tudeos, qui persecuti sunt inuentiones veterum Philosophorum Geometrarum circa duas medias proportionales duabus datis interponendas, inuenies moū Platonis facillimum, ingeniosissimum, & Tyronum intelligentiæ accommodatissimum tam geometricè, quam organicè, vnde cum eruitione geometricà conditas hanc 3 propof & eius corollarium.

Ac geometricè quidem sic. Tue datæ AC, BC iungantur ad angulum rectum in C, & producantur inæscitè etiam vltra D, & E. Ab extremis datarum A, & B educantur parallela AD, BE ita, vt iuncta DE faciat cum vtraq; angulos rectos in D, & E; erunt CA, CD, CE,



CE, CB cōtinuē inter se propor-
tionales. Nam in triangulis re-
ctāngulis ADE, DEB ab angulis
rectis $D, \& E$ perpendiculares
 DC, EC ductæ sunt ad bases, er-
go, per corollar. 8 prop. ut AC
ad CD , ita CD ad CE , & ut $C-$
 D ad CE , ita CE ad CB . Quod
erat faciendum, ac demonst-
randum.

§. XII.

SCHOLIION.

Ad lucem, & cautionem geometricam.

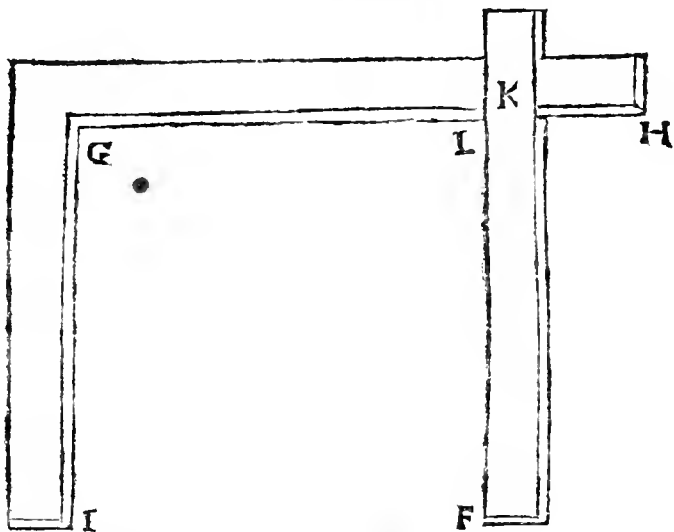
Vides in figura proximē antecedentis problematis figuram
theorematis ex Villalpano. Nam quæ Platonis est $ADE-$
 EC , est Villalpandi $EBDAC$. &c. Confer etiam Platoni-
cam cum figuris antecedentium probl. per normam, & pri-
ma vestigia huius problematis ibi agnosce. &c.

Quemadmodum vero aliorum veterum Geometrarum problemata
de duabus medijs passa sunt difficultates non exiguas à præcisè philo-
sophantibus in Geometrica Philo'sophia, pariter etiam in hoc Plato-
nico problemate nō tam facilis, quā videtur, est operatio geometrica,
quæ angulos rectum in D , & rectum in E cum duabus AD, EB ita cō-
stituat, ut CA, DA in extremū A , & EB, CB in extremum B conue-
niant. Quam ad rem, propter varia tentamenta linearum ducenda-
rum, aptiorem organicam operationem fortasse arbitratus est Plato,
quam mox hic addo.

§. XIII.

PROBLEMA X.

Duabus duas medias, &c. aliter organicè ex eodem Platone.



Ingenium, & facilitatem pariter innoxit idem Plato etiam in instrumento ad soluendum problema propositum aptissimo. Norma IGH addatur latus tertium EK ita aptum, ut sine luxatione percurrere possit in partibus ad K per latus GH , ac semper permaneant parallela inter se latera IG , EK , & semper sit in L angulus rectus, quemadmodum in norma ad G . *Usus instrumenti est, ut appposito latere IG ad extremum alterutrius datarum, v.g. ad A (in figura geometrica antec. Probl. in §. I.) & angulo recto G aptato ad rectam CD , & altero latere GH norma secanti rectam CE , regula EK (iuslar recte EB in fig. geom.) moueatur donec & angulum rectum constituat in recta CE , & simul latere LF tangat præcisè extremum recte CB in B , motis interim, ut opus fuerit, angulo recto G sursum, vel deorsum per rectam CD , & moto latere IG semper iuxta extremum A ; sic enim anguli recti G , & L secabunt in D , & E terminos duarum mediarum proportionalium. Quod erat faciendum.*

Scho-

SCHOLION.

Magnificiendæ sunt inuentiones Linearum proportionalium propter infinitas earum utilitates in vniuersa Philosophiâ Mathematica, & in artibus ad humanum conuictum spectantibus, ut parum videbis in sequentibus ad hanc 8, & ad 11, 12, 13 propos.

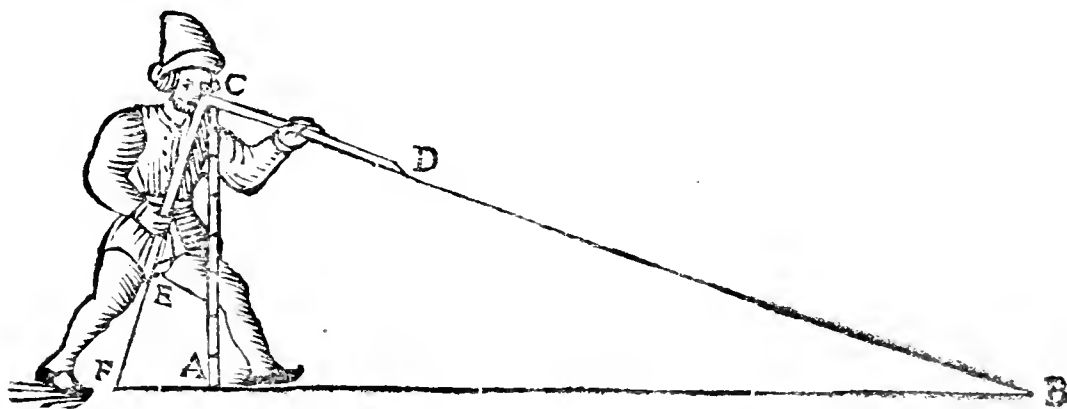
Vfus 8 propos. & Corollarij ex ea in Geometria practica.

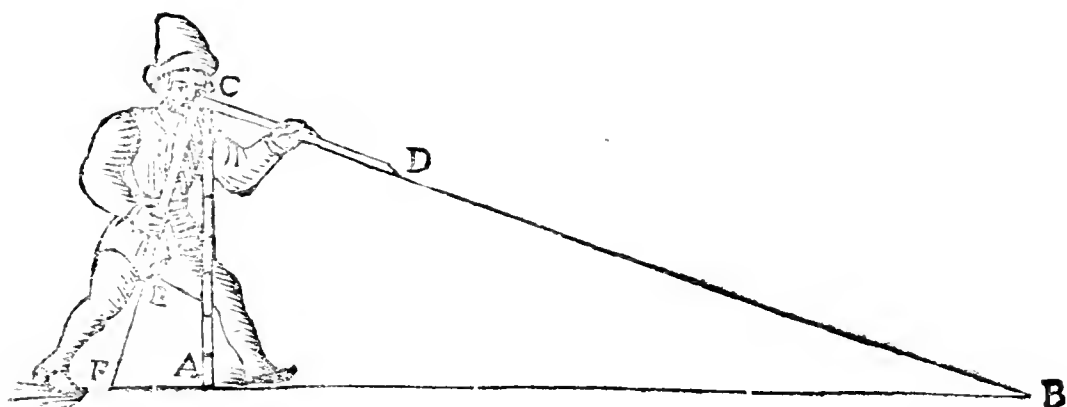
§. XIV.

PROBLEMA XI.

Distantias (etiam inaccessas) metiri è corollario 8 propos.

Oportius: Placet alium metiendi subiungere modum, quo linearum in plano terrestri constitutarum agnoscetur longitudo: adiniculo videlicet gnomonis, seu rectanguli, quo solent mechanici vulgariter vti. Hanc enim metiendi viam data præterire noluimus opera, quia facilis est. Detur ergo linea recta, cuius desideras habere longitudinem, sitq; AB. Erige itaq; ab alterutro datæ lineæ termino, utpote A, baculum AC, in liberam cubitorū, aut pedū





separationem distributum. Sumpto deinde gnomone DCE, ponito interiorem ipsius gnomonis angulum super extremum baculi fastigiū C, & conuerso alterutro gnomonis latere, utpote CD, versus reliquum terminum B, iungito alterum oculorum puncto C, & leuato, aut deprimito gnomonē DCE, donec in longum, rectumq; CD incidens radius visualis pertingat reliquum terminum B ipsius datæ lineæ AB. Inuariato post modum gnomone, utraq; linearum AB, & CE, præposita videlicet linea, & reliquum gnomonis latus in rectum continuumq; perducatur, adplicatâ in longum brachij CE regula quousq; dictæ lineæ conueniant ad punctum F. Quibus absolutis, quam rationem habebit crectus baculus AC ad partem AF, eam seruet & data AB linea ad ipsius baculi quantitatem. Vt si baculus fuerit pedum 6, AF autem duos tantūmodo pedes comprehendat, quoniam 6. ad 2 triplam rationem obferuant, eodem modo proposita AB longitudo ter continebit 6 eiusdem baculi pedes, hoc est 18.

Trianguli enim BCF tres anguli binis rectis sunt æquales, per 32 primi elementorum Euclidis, sed BCF angulus rectus est, igitur reliqui duo CBF, & BFC vni recto sunt æquales: eadem quoq; ratione duo anguli ACE, & CFA trianguli ACE vni recto æquantur angulis; nam tertius CAF rectus est; anguli CBF, & BFC duobus angulis AC F, & CFA sunt inuicem æquales propterea quod eidem angulo vni videlicet recto coæquantur. Ac si ab eisdem æqualibus angulis idē B communis tollatur angulus, reliquus CBF reliquo ACE erit, per communem sententiam, æqualis. Atqui angulus BAC æquus est angulo CAF, nā uterq; rectus, & reliquus igitur angulus ACB reliquo CFA

PROPOSITIO VIII. 111

CFA erit itidem æqualis. Aequiangula igitur sunt bina triangu-
la BC, & ACF; quare & quæ circum æquales angulos latera proportio-
nalia, per 4. sexti elementorum eiusdem Euclidis. Ergo sicut AC ba-
culus ad inuicemulam AF, ita se habet AB proposita longitudo ad e-
rectum baculum AC; quod oportuit demonstrasse.

§. XV.

SCHOLIION.

Modus dimetiendi distantias in antecedente
problemate pro vitandis fallacijs aliter
vsurpatus.

IN *Apiar. 2, Progym. 1. Propos. 6* nos præcedentem modum dime-
tiendi distantias horizontales vsurpauimus per abiectionem
normæ supra horizontem, & pro baculo perpendiculari accepi-
mus distantiam non modicam horizontalem perpendiculariter
ad distantiam dimetiendam. Vide ibi luculentum exemplum. Idq; fe-
cimus ad vitandas dubitationes, seu fallaces dimensiones, quibus ob-
noxia videtur altitudo baculi perpendicularis parum ab horizontẽ
elevati. Vide scholia post 2. propof. progym. 1, & corollarium post 9
propof. progym. 2. cit. *Apiar.*

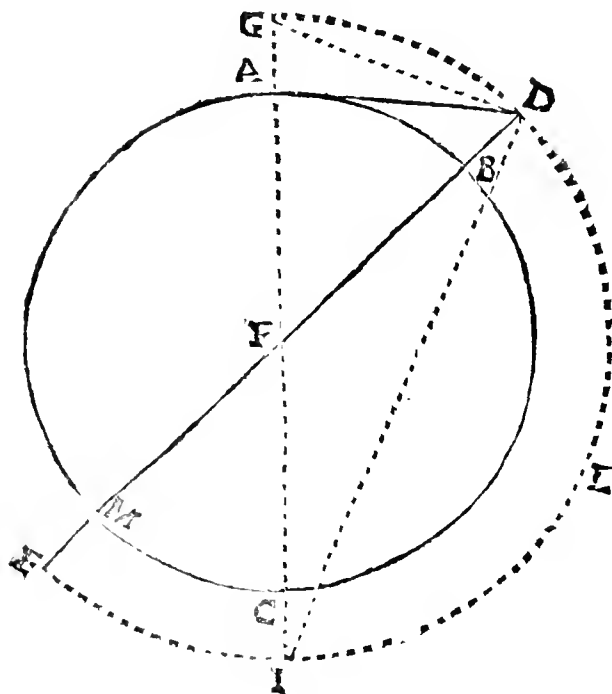
§ XVI.

PROBLEMA XII.

Totius orbis terrarum diametrum inuenire
e corollar. propof. 8.

Maximi momenti, præsertim apud Cosmographos, & Astrono-
mos, est inuentio diametri terrarum orbis; est enim communis
mensu-

mensura terra semidiameter, qua metiuntur non solum orbis terreni, sed etiam caelestium orbium, & globorum distantias, diametros, peripherias, superficies, soliditates, &c. Varios autem modos inueniēdo diametri terrarum orbis apud alios missos facio, ac nostrum, ni fallor, facillimum hic tantum iudico, quo usus sumus (paullo aliter, quā hic) in *Apiar. 2. Progym. 2. propos. 7.* & scholijs, ubi vniuersum terrae globum trinā dimensione comprehendimus. Vide etiam analecta ad citatam propositionem in additionibus ad quartam editionem iane vulgatam *Apiariorum. &c.*



Isto pro terrarum orbe circulus *ABC*, & ex *A* puncto horizon' ali protendatur linea visualis *AD*, in *A* quasi tangens, & in *D* occurrens altitudini perpendiculariter elevata verticis vel turriti, vel montani in terris, vel mali nautici in mari. Notaq; tibi sint in communi aliqua mensura ipse *AD*, *DB* iuxta ea, quae docemus in citato *Apiario*. Sic deinde sic ratiocinare. Vt *BD* ad *DA*, sic eadem *AD* ad *DE*. Vt cui-

evidentior appareat Tyronibus ratiocinatio, finge DE gyratam circa F iſſe in GI , tunc vides iunctis imaginarijs GD , DI in imaginario ſemicirculo GDI angulum GDI rectum, a quo tangens, ſive perpendicularis DA iuxta corollar. huius 8 propoſ. eucl. eſt media proportionalis inter GA , AI , i. eſt inter DB , BE , quæ ſunt æquales, ſive eadẽ cum GA , AI . Quare ratiocinatio geometrica recta eſt: vt BD ad DA , ſic AD ad DE . Vnde habes in menſuris ipſarum AD , DB notam etiã diametrum DE imaginarij maioris circuli $DLIE$, à qua DE ſi notam RD bis ſubtrahas (ideſt æquales ED , ME) reliqua erit nota diameter BM , orbis terreni. Cuius deinde ope metiri etiam licebit & totum terre ambitũ, & ſuperficiem, & ſoliditatem, iuxta ea quæ apud nos habes ex Archimede in citat. Apiar.

§. XVII.

SCHOLION.

Inaccessas altitudines, & profunditates metiri
è corollar. 8 propoſ.

Modum diſtantiarum horizontalium dimetiendarum, quẽ vididiſti in § 14 & perfectum habes in ſeq § 15, nos traduximus etiam ad inacceſſas altitudines, verb. grat. turrium, vel profunditatum, puta puteorum &c. dimetiendas. Hic tantum indicamus, ne hic tranſcribamus quæ habes in corollar propoſitionis 8, prog. 3, Apiar. 2 cit. Quo viſe, vt inde condias, ornes, applices corollarium huius octauæ propoſitionis Euclideæ.

§. XVIII.

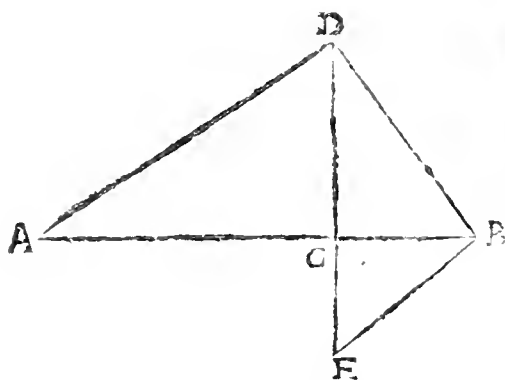
Selecta theorematum Geometricorum ex octaua propoſ. & eius corollario demonſtrata.

Ditanto Theoremati octauo huius libri ſexti elementorum Geometricorum apponere libet ſelecta aliqua theorematum noſtro Villalpando, vt quæ quali latent inter moles ingen-

tes trium torrorum in Ezechielem Prophetam, ubi de antiquo Hierosolymano Templo, hic patentiora fiant cum laude sui Auctoris.

THEOREMA II.

Si duæ lineæ rectæ se se ita ad angulos rectos fecerint, ut quatuor illarum partes sint ordine, & continuè proportionales: tres rectæ, quæ eodem ordine earum terminos coniungunt, & ipsæ sunt continuæ proportionales, in ratione partium.



Quatuor rectæ continuè proportionales CA, CD, CB, CE constituent angulos rectos in C ita, ut prima, & tertia, itemq; secunda, & quarta iaceant in directum, hoc est, constituent rectas AB, DE. Dico etiam iunctas AD, DB, DE, quæ nectunt

earum puncta extrema, esse continuè proportionales in proportionem AC ad CD, vel CD ad CB, vel CB ad CE. Cum enim CD media sit proportionalis inter AC, CB, & CB media proportionalis inter DC, CE, ærunt anguli ADB, DBE, recti, ac proinde^b triangula ADB, DBE, eodem triangulo DCB, & inter se similia: habebuntq; æquales angulos ABD, DEB, itemq; angulos BAD, EDB. Quare eadem erit proportio AD ad DB, quæ DB ad BE, hoc est AD, DB, BE erunt continuè proportionales: & quidem in ratione CD ad CB, quæ eadem est cum proportionem AD ad DB, vel DB ad BE, propter similitudinem triangulorum ADB, DBE cum triangulo DCB, quod erat demonstrandum.

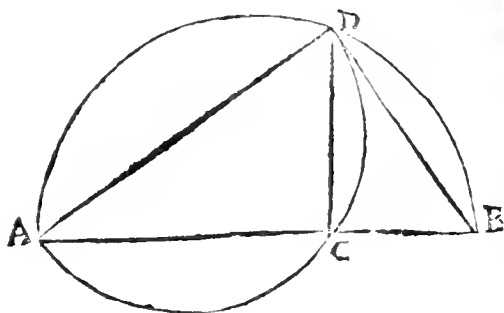
ad
theor. ad
6. huius;
§ 2.

hæc hæc
§. Exel.

§. XIX.

THEOREMA III.

Si sint tres lineæ continuè proportionales, & super maxima describatur semicirculus, ad quē ex termino diametri applicetur media, ab eodemque termino diametri ex diametro abscindatur æqualis minimæ; quæ connectit terminos mediæ, & minimæ ex diametro abscissæ, perpendicularis erit ad diametrum, & eadem media proportionalis existet inter minimam, & excessum maximæ super minimam.



Sint tres rectæ continuè proportionales A-B, BD, BC, & super maximam AB describatur semicirculus ADB, in quo applicetur media BD, & minima BC sit pars diametri AB, ita ut A-C sit differentia inter

maximam, & minimam. Dico ductam CD esse perpendicularem ad AB, & mediam proportionalem inter AC, CB. Nam si insuper nectatur AD, erit \angle AD β in semicirculo rectus. Et quoniam duo triangula ABD, DBC habent circa communē angulum β proportionalia latera, nempe ut AB ad BD, ita BD ad BC, ipsa β erunt æquiangula; ac proinde angulus BCD æqualis erit recto AD β . Cum

a § 6 ad
31 li. 1.

b 6 bu.

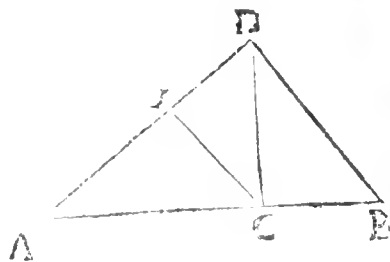
ergo in triangulo rectangulo ADB ex recto angulo D demissa sit perpendicularis DC , ipsa c erit media proportionalis inter segmenta AC , CB . Quod erat demonstrandum.

*c coroll.
§ km.*

§. XX.

T H E O R E M A IV.

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basim cadat perpendicularis, & rursus ex angulo recto unius triangulorum partialium alia perpendicularis in suam basim, constitutæ erunt quattuor lineæ continuè proportionales: nempe basis trianguli totalis, & basis partialis, nec non duo earundem basium segmenta intercepta inter perpendiculares, & angulum communem.



D Emissa sit in triangulo rectangulo ADB perpendicularis DC , & in triangulo partiali ACD perpendicularis CI . Dico quattuor rectas, videlicet duas bases AB , AD , & duo segmenta AC , AI , a perpendicularibus DC , CI , ad communem angulum A , abscissæ esse continuè proportionales.

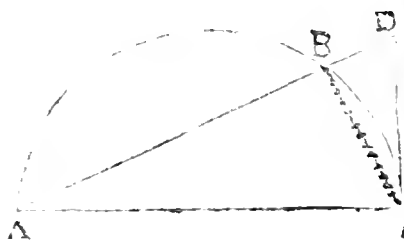
Cum enim triangula ABD , ACD , AIC , sint æquianguli, æ erunt latera circa communem angulum A proportionalia, hoc est, ut BA ad AD , sic erit AD ad AC , & AC ad AI . Quod erat demonstrandum.

*a coroll.
§ km.*

§. XXI.

THEOREMA V.

Diameter, & tangens sunt mediæ proportionales inter secantē, & segmenta adiacentia, siue intercepta intra, & extra peripheriam, &c.



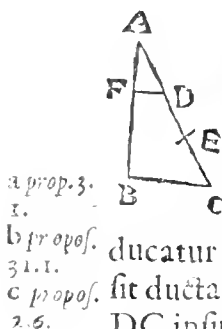
Hoc theorema pluribus expositum, & demonstratum habes in Ap. 3, prop. 10, Prop. 6, quod hic quasi corollarium apponimus è corollario huius 8 prop. Eucl. In semicirculo ABC ab altero extremo C diametri AC siteducta ~~se~~ tangēs CD, cui occur-

rat in D secans educta ex altero extremo A. Dico diametrum AC esse mediam proportionalem inter secantem AD, & inter segmentum AB interceptum intra peripheriam, siue adiacens ipsi AC; tangentem vero CD esse mediam proportionalem inter eandem secantem AD, & inter segmentum BD extra peripheriam, siue adiacens ipsi tangenti CD. Si enim imagineris ex C eductā rectā ad B, faciet in semicirculo angulū rectum, eritq; perpendicularis. Ergo in triangulo rectangulo ACD, per corollar. 8 prop. Eucl. utrūlibet laterum CA, vel CD erit medium proportionale inter totam basim AD, & segmentum adiacens, &c.



Propof. IX. Probl. I.

A data recta linea imperatam partem auferre.

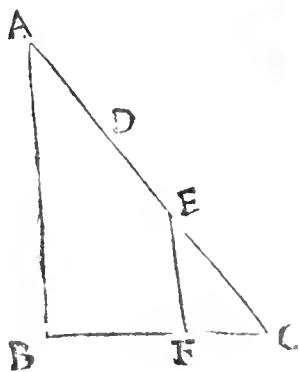


Porteat à data recta AB imperatā partem auferre. Sit auferenda pars tertia. Ducatur ab A recta AC cum AB quēcūq; angulū cōtinens; & accipiatur in AC quodcumq; punctum D, ^a ponanturq; ipsi AD æquales DE, EC. Ducatur CB, ^b eiq; per D parallela ducatur DE. Cum ergo lateri BC trianguli ABC parallela sit ducta DE, ^c erit vt CD ad DA, ita BF ad FA. Est autem DC ipsius DA dupla, dupla ergo est & BF ipsius FA: tripla ergo est BA ipsius AF. A data ergo recta AB imperata pars, nimirum tertia AF, ablata est. Quod oportuit facere.

§. I.

SCHOLION I.

Aliter 9 propof. Eucl. exercere, ad demonstrare per ductam parallelam diuidendæ &c.



IN Eucl. figura (vt hic in appofita) poftquam fefta fuerit intres partes æquales ipfa AC (omiffa ex D parallela bafi BC) agatur ex D, vel ex E parallela ipfi AB diuidendæ, fitq; in appofita hic fig. recta EF, quæ erit tertia pars ipsius AB: nam propter parallelas EF, AB interni anguli ABC, C-AB funt æquales externis EFC, CEF alter alteri, & communis est angulus ad C, ergo æquiangula triangula, & vt CE ad EF, ita CA ad AB, per 4 huius; & per-

permutando, ut CE ad CA ita EF ad AB : sed CE , per constructionem, est tertia pars ipsius CA , ergo & EF ipsius AB .

Si ex D demissa fuerit parallela ipsi AB , erit quemadmodum CD duæ tertiæ ipsius CA , ita parallela ex D duæ tertiæ ipsius AB . Secta igitur BA ad quantitatem parallela ex D , dabit reliquum pro tertia sui parte.

§. II.

COROLLARIUM I. & Problema.

In triangulo, ducta vni laterum parallela, imperatam partem ex omnibus trianguli lateribus auferre.

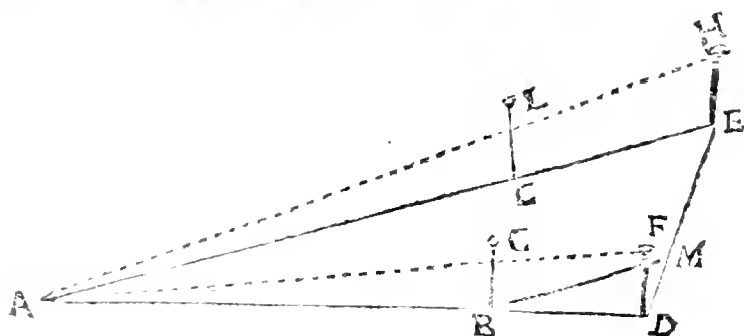
IN triangulo CAB , ducta vni laterum parallela, velut EF , est etiam ut AE ad EC , ita BF ad FC , per 2 huius. Atque etiam sunt singula trianguli minoris latera tertia pars singulorum laterum homologorum maioris trianguli. Sic trianguli minoris CEF latus CE pars tertia est lateris CA trianguli maioris CAB , latus EF tertia lateris AB , latus FC tertia pars lateris BC . Quare imperata pars in eadem ratione secta est in tribus trianguli lateribus.

§. III.

COROLLARIUM II. ac Problema.

Vsus propositionis 9 Euclidis in Geometria practica pro inaccessis distantijs, altitudinibus, profunditatibus metiendis.

IN modo, quem indicauimus ad propos. 2, distantiarum, altitudinum profunditatum inaccessarum dimetiendarum § 3, atque in figura



gura ibi posita, hic reposita distantia EA quasi esset linea à qua imperata pars sit auferenda, ducta parallela BM , non solum est, vel per 2 prop. ut DM ad ME , ita DB ad DA vel per 4, ut DM ad MB , ita DE ad EA ; sed etiam est permutando ut DM ad DE , ita MB ad EA . Igitur per ductam parallelam distantie quaesitae habetur mensura totius AE in mensura ipsius MB , quae quasi partem imperatam sibi aequalem aufert ab EA , & notum dat numerum partium sibi aequalium componentium totam EA .

Eodem modo, ac proportionali res procedet si altitudinibus, vel profunditatibus parallelam obducas breuem quæ dabit mensuras earum. Finge AE esse vel altitudinem, vel profunditatem, &c. ac tunc applica, &c.

§. IV.

PROBLEMA III.

Ex qualibet lineola, quamuis minima, auferre partem, vel partes imperatas, cum vsu instrumenti partium, siue apud nos circini proportionum.

Sit ex lineola AB detrahenda tertia pars. Sumatur ipsius AB tripla AE , quæ si videbitur nimis exigua, multiplicetur ut libet. In exemplo quadruplicata est viginti ad 3; ita ut AD sit ipsius AB ,



AB duodecupla:
(quod sciatur si
numerus partiū
AE, nimirum 3
ducatur in nu-

merum partium ipsius AD ipsi AE æqualium, nimirum 4.) ac proinde si AB diuisa esse intelligatur in 3 partes, tota AD continebit tales partes 36. Quo circa si in instrumento partium (ubi diuisa est recta in partes æquales) interualla in AD statuatur inter partes 36; deinde interuallum inter 35, 35; (nimirum tota AD vna parte minus) transferatur ex D ad I, erit AI tertia pars ipsius AB, hoc est pars trigesima sexta totius AD. Cum ergo AB contineat tres trigimas sextas partes totius AD, erit AI ipsius AB pars tertia. Quod est probandum.
Clauius Geom. pract. lib. 8. propos. 24.

§. V.

PROBLEMA IV.

Aliter 1.

A data recta imperatam partem auferre in circino proportionum.

IN circini facie vbi linea secta est in 100 partes æquales, sit exempli gratia ex linea aliqua data auferenda, vel in ea secanda quinta pars. Interuallum, siue longitudo datæ lineæ transferatur in ultimos numeros circini 100, & 100; deinde numerando à centro, accipiat 5 pars sectæ lineæ lateralis in circino, nempe numerus 20; atq; interuallum inter 20, & 20 erit 5 pars quæsitæ. *Ex Apian. 1. in applicat. 28. &c. Applicatu, mi Tyro, figuris, & vsibus in circino proportionum prædicta in hoc §.*



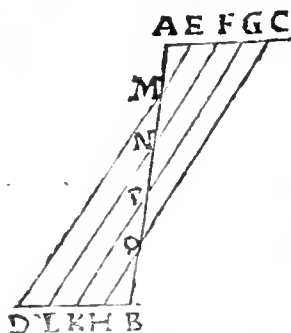
§. VI.

PROBLEMA V.

Aliter 2.

Ex Maurolyco datam rectam in partes æquales
quotlibet facillimè secare, siue imperatam
partem auferre.

In geniosissimus Franciscus Maurolycus lib. 2 de lineis horarijs
cap. 6 datam rectam in quotlibet imperatas æquales partes sic
diuidit: Si datam quauis lineam AB velim in quocumq; vt-
pote quinq; partes æquales diuidere, tunc per eius extrema A-



B ducam in diuersum duas ei perpen-
diculares, seu inter se æquidistantes, &
indefinitas AC, BD, de quibus singu-
lis assumam per circinum quatuor (vna
scilicet minus proposito partium nu-
mero) continyas portiones hinc inde
AE, EF, FG, GC, nec non DL, LK,
KH, HB, & coniungam puncta di-
uisionum per totidem lineas, ita vt pa-
rallelogramma faciant. Sintque iam
coniunctæ ED, FL, GK, CH, quæ se-

cabunt lineam AB in totidem punctis M, N, P, Q. Sic enim ipsa AB
in ipsis punctis in quinq; partes æquales, iuxta propositum, diuiditur.

*Propositum problema idem est, ac si dicas: à data quintam partem
auferre, scilicet quæ, quater replicata totam datam rectam in 5 partes
æquales diuidat. Quasi propositio hac 9 posses proponi iuxta Mauro-
lyci problema.*

§. VII.

PROBLEMA VI.

Aliter 3.

At

Ac facilius secare demonstratiuè datam in lubi-
tas partes æquales, siue imperatam partem
auferre. &c.

QUOD Maurolycus exequitur per duas rectas ductas ad rectos
angulos ab extremis diuidendæ, & demonstratum indicat
ex 2 huius, potest facilius, & simplicius expediri, ac de-
monstrari ex 2 prop huius. Atq; ideo modum hunc hic ap-
posuimus, quia non eum reuocamus ad inferiores propositiones, nem-
pe ad 12 vt Maurolycus.

Itaque vt diuidatur AQ puta in 4 (non in 5 vt Maurolycus) par-
tes, fiat in A lubitus angulus, & iunctis extremitatibus C, Q , ex diui-
se partibus E, F, G agantur parallele ipsi iungenti extremitates CQ ,
tunc enim, & 2 hu. illæ parallele secabunt in partes proportionaliter
sibi respondentes latera AC, AQ triangulorum, atque vt AC in par-
tes æquales est diuisum, sic AQ in totidem inter se æquales. &c.

Quod si velis insistere inuentioni Maurolycanæ, qua per diuisionem
duarum rectarum in partes æquales unâ minus numero partium, in
quas æqualiter est diuida la linea proposita, & anguli alterni ad A ,
& B sint siue recti cum Maurolyco, siue non recti, modò sint æquales,
ac proinde parallele AC, DB , sic etiam e 1. Eucl. expeditur demon-
stratio. Nam ED, FL, GK, CH , quæ iungunt æquales, & parallelas
per constructionem, sunt & ipsæ parallele, ergo in triangulo NAF vt
 AE ad EF , ita AM ad MN per 2 huius; in PAG vt AF ad FG , ita
 AN ad NP ; in QAC vt AG ad GC , ita AP ad PQ , at AE, EF sunt
æquales, ergo AM, MN . Item FG est dimidia ipsius AF in æquales
 AE, EF diuisa, hoc est tertia æqualis pars totius AG ; ergo & NP di-
midia est in unâ AN æqualium AM, AN , hoc est earû vtriq; æqualis.
Pariter de PQ . &c. Reliqua est QB probanda æqualis ipsi PQ . Quod
eodem modo probatur in triangulo inferiori KBP , vt enim BH ad $H-$
 K , ita BQ ad QP , at BH, HK sunt æquales, vt in AC sunt, &c. Er-
go & æquales LQ, QP , &c.

§. VIII.

Vfus, & praxis 9 prop. Eucl. ex circino proport.

pro vniuersę Musicę practico compendio in
vnicę lineę varijs partibus auferendis, seu fi-
gnandis, &c. & pro modo attemparandi har-
monicę fidium instrumenta ope circini, &c.

Diuisionis harmonicę in linea sonora pro genere Diatonico
hic compendium accipe, vt suauis fiat etiam auribus Ty-
renum hac 9 propos. Euclid. Vide plurima circa hoc apud
nos in Apiar. 10 Vbi musicas suauitates geometricę tra-
ctamus.



1 In linea AB geometricā, & subducta fidicula sonora, partem
dimidiam accipe in C, & habebis principem consonantiarum Diapa-
son, siue Octauam; pulsata enim linea sonora (quam fingere esse eandem
AB) liberę, ac tota, non in partes concisa, dat primam vocem Hypaten,
siue Ut, Don. Posito deinde tactu ad dimidiam in C, vtrilibet AC, vel
CB resonabit Netem, siue octauam. &c.

Eam autem dimidiam partem AC, carpes ope circini proportionē
in ea circini facie, in qua diuisio est rectę lineę in 100 partes aequales,
si primo intervallum lineę AB interponas inter numeros 100, & 100,
deinde, sic diuicio circino, si in eius latere inter numeros 30, & 50 (vbi
est dimidium totius diuise lineę in 100 partes) accipias intervallum,
quod erit dimidia pars ipsius AB, per demonstrata ex 4 huius.

2 Accipe intervallum inter 25, & 25, (qui numerus est 4 pars
ipsius 100) & habebis quartam partem totius AB ab A in D, siue
tres quartas à B ad D; vbi posito tactu, resonabit diatessaron harmo-
nia, quarta, fa.

3 Accipe intervallum inter numeros 33 $\frac{1}{3}$, & 33 $\frac{1}{3}$ (qui numerus
est 3 pars ipsius 100) & habebis tertiam partem totius AB ab A
in E, siue duas tertias à B ad E, vbi posito tactu resonabit consonan-
tia Diapente, sol. Habesq; per imperatas has partes ablatis à data AB
quattuor principuas consonantias.

4 Pro reliquis, ac pro reliquo vsu, & praxi hac harmonica 9 pro-
pos. Escl. vide quę in Apiar. 10 (ne hic iteremus iam a roboris vul-
gata in editionibus nostrorum Apiariorum) posuimus Prog. 1, & 2, &
in earum corollarijs, & Scholijs.

5 Hic tamen pro Tyronibus ad reliquas consonantias pro genere suauissimo Diatonico (vide cit. Ap.) non omitam apponere numeros diuisionum rectæ lineæ in circino proportionum, inter quarum diuisionum numeros accepta interualla dabūt diuisiones reliquas harmonicas in fidicula AB, iuxta numeros, & ordinem, quem habes in cit. Ap.

10 in Schol. post propof. 2 paullo aliter, quàm hic nos institumus. Numeri sunt $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{2}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{60}$. Quæ sunt consonantiæ Diapason, Disdiapason, Diatessaron, Diapasondiatessaron, Hexachordum minus, siue Sexta minor, Tonus maior, Diapasondiapente, Diapente, Semiditonus, siue Tertia minor, Tonus maior, Hexachordum maior, Ditonus maior, siue Tertia maior. Itaq; ipsius 100 est 1 in circino proportionum interuallum inter 20, & 50. Est $\frac{1}{2}$ interuallum inter 25, & 25. Sunt $\frac{2}{3}$ interuallū inter 75, & 75. Sunt $\frac{3}{4}$ interuallū inter 37 $\frac{1}{2}$, & 37 $\frac{1}{2}$. Sunt $\frac{1}{5}$ interuallū inter 62 $\frac{1}{2}$, & 62 $\frac{1}{2}$. Est $\frac{1}{6}$ interuallū inter 60, & 60. Est $\frac{1}{8}$ interuallum inter 33 $\frac{1}{2}$, & 33 $\frac{1}{2}$. Sunt 2 interuallum inter 66 $\frac{2}{3}$, & 66 $\frac{2}{3}$. Est $\frac{1}{10}$ interuallū inter 16 $\frac{1}{2}$, & 16 $\frac{1}{2}$. Est $\frac{1}{15}$ interuallū inter 11 $\frac{1}{3}$, & 11 $\frac{1}{3}$. Sunt $\frac{2}{5}$ interuallū inter 60, & 60. Sunt $\frac{3}{5}$ interuallum inter 80, & 80. Vides nostram diligentiam affectantem pro Tyronibus omnem facilitatem, & suauitatem in scijs geometricis elementis.

6 Igitor si Tyro ad prædicta interualla carpat, siue partes accipiat, iuxta 9 propof. Eucl. in recta AB, habebit duodecim consonantias siue fides sonoras per tonos, & interualla harmonica suauissima. Ac verè licet affirmare in instrumentis fidium musicæ exercere nihil aliud esse, quàm usum quendam 9 propof. Eucl. in lineis sonoris, dum digitis, & tactibus fides sonora per varias partes carpuntur, & diuiduntur, &c.

7 Ad facilitatem diuisionis harmonicæ in linea AB, etiam sine circino proportionum, notandum id, quod in cit. Apiar. nostro musico indicauimus, nempe positos esse a nobis numeros eo ordine, ut fiant diuisiones ipsius AB per binas, & binarum sectiones, ac partes aliquotas &c. per ternas, & earum sectiones, & partes aliquotas, &c. per quinas.

Prætereane fallare, vide in Apiar. cit. terminos, à quibus faciendæ sunt illæ sectiones variæ modò ab A, modò à B. Nempe omnes incipiūt à B re-sus A, præter $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{3}$ pro semiditono, & pro Tono maiori, qui incipiunt ab A; tamen pro $\frac{1}{2}$, accipe $\frac{2}{3}$, & pro $\frac{1}{3}$ accipe $\frac{2}{5}$ incipiendo à B, & omnes diuisiones incipient sic ab eodem termino B, præter tamen unam $\frac{1}{6}$ quæ incipit à C, & terminat in G: potest & ipsa incipere à B, numerando $\frac{2}{6}$ usq; ad G. Vide Ap. cit. 10. prop. 2, & Schol. post eam.

§. 9.

§. IX.

SCHOLION II.

Remedium, & compendium pro lineis quibusvis longioribus in usu circini proportionum.

SI quando accadat ut linea siue geometrica, siue sonora longitudo ea sit, quæ facile non possit transferri inter extremos numeros 100, & 100, (vel etiam pro subtenfis in inter 90, & 90) & tantum fiat intervallum, quantum non admittant extrema diducta utriuslibet lateris circini proportionum; tunc facillimum est remedium, & compendium si vel dimidia, vel quarta, vel alia aliquota pars lineæ AB transferatur inter extrema circini, & intervalla reliqua inter numeros superiores circini capiantur, quasi essent partes totius integræ lineæ AB, ac deinde proportionem replicentur. &c. Exemplum: translata sit, pro tota AB, AD quarta pars ipsius AB inter extremos numeros 100, & 100 circini. Intervallum inter 10, & 50 erit diapason ad AD, non ad AB. Quemadmodum igitur accepta fuit AD quarta pars pro tota AB, ita intervallum, quod est dimidium ipsius AD, erit quater replicandum in lineâ AB, ut habeatur consonantia diapason in C respectu totius AB. Ac pariter ratione de cæteris, &c.

§. X.

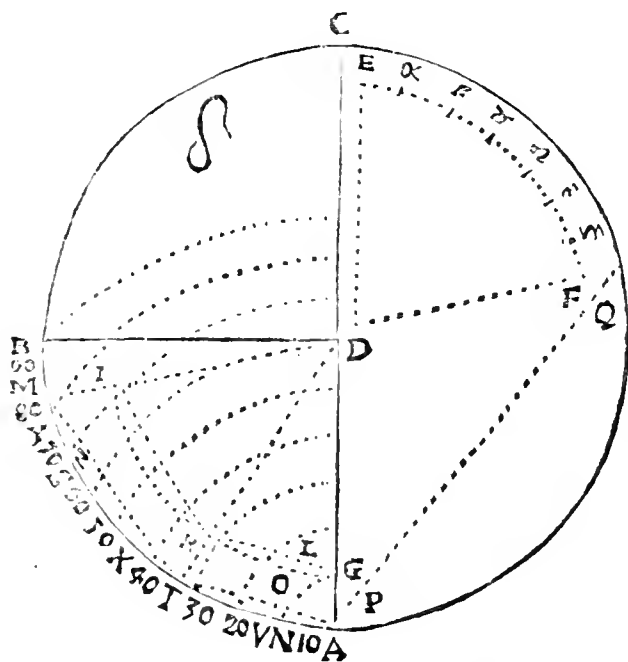
PROBLEMA VII,

& praxis geometrica —

— A data circulari linea imperatam partem auferendi. Exemplum in ablatione septimę partis, siue in septifariatione dati arcus.

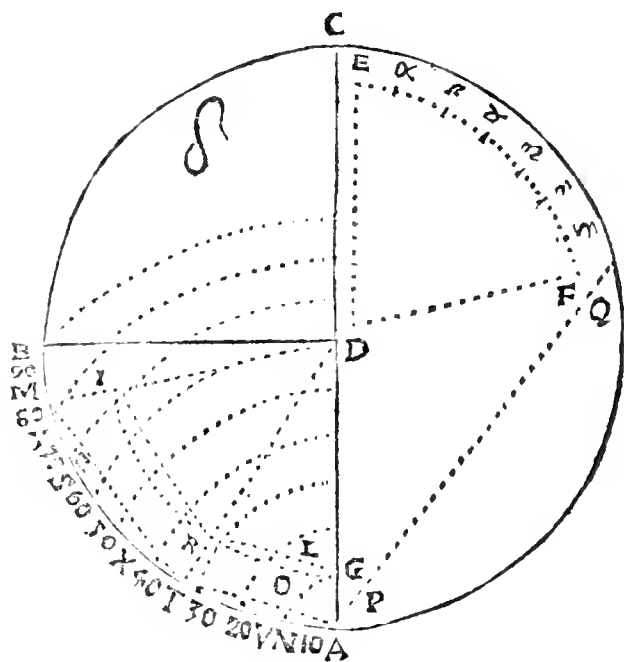
Quod

Quod Euclides de recta, nos hic etiam de circulari linea problemati so uemus, ac quidē hic paullo geometricē magis quod organicē ad 9, & 10 propositi. præstitimus Est hoc problema ex eorum genere, quæ hactenus in Geometrica philosophia quasi pro non solutis habentur, nisi ad mixtas punctuatas incerti ductus lineas confugiaturs; & hoc non soluto problemate, insoluta etiam sunt problemata de anguli dati in partes lubitas, vel æquales diuisione, de cuiuslibet regularis figuræ in circulo inscriptione, &c. quæ quasi corollaria (ut inferius videbis) ueducuntur ex partitione arcus circularis in quot, & quaslibet partes. Nos circa eorum problematum solutionem versabimur quatenus sati est operationibus vel Astronomicis, vel Gnomonicis, vel Geometricis, vel geometricē practicis



Repono hic figurā (d) ex initio Apiarij 12, in qua chordæ, siue sub sensa arcuum quadrantis AB, centro communi A, translatae sunt in rectam, siue diametrum AC, ut hic uides saltem per decenos gradus Diuisionem uerò quadrantis in 90 gradus æquales (& ex eo totius peripheriæ)

pherix in gra. 360) geometried peractam ex inscriptionibus figurarū
aliquarum in circulo videbis in 3 par. hui. 2 To. post propof. 16 lib. 4
fuo in loco.



Sit datus arcus EF, à quo, in exemplo, septima pars auferenda sit. Datà (vel inuentà per 21, Tertij in 3 par. hui. 2 to.) semidiametro ED, ad eius intervallum fiat sectio ex D in G, & ducatur arcus GI. Mox intervallo dati arcus EF fiat ex G sectio in I; eritq; GI aequalis arcui dato EF. Aptatà regula ad DI, ubi ea secabit in M arcum quadrantis AB, puta in exemplo, gradus 77, erit numerus 77 per 7 partes aequales diuidendus, & accipienda septima pars, idest numerus 11 ubi N, & regula aptata punctis N, D secabit in O septimam partem CO arcus GI, qui sectus est aequalis dato EF.

Eadem erit operatio etiam cum dati arcus semidiameter excefferit semidiametrum DB, velut ipsa PQ. Nam aptata regula ad centrum D, & ad terminos arcus dati, & signati extra quadrantem AB, secabit in peripheria AE gradus, & quantitatem distansam dati arcus.

De-

Demonstratio pendet à vulgata propositione: Rectæ ductæ à centro communi concentricorum circulorum ad peripherias,intercipiunt arcus similes. Quam propositionem licet alij è 3, & 6 lib. demonstrarint,nos hic aliter, ac facillimè demonstrabimus ope theorematism prioris, quod habes in propof.6 prælib. 2, ubi Aranea apud nos geometrizat;eritq;nostra demōstratio in gratiam,Tyronum,sine anticipatione, cum usu tantum libri .,solâ suppositâ 11 definitione lib.3, in qua definiuntur(quod ibi nos etiam demonstrauimus)segmenta circulorum similia quæ æquales capiunt angulos.&c.Et euidentia maioris gratia, in figura, comparabimus ternas, & quaternas septimas pro vnicis in utroque arcu maiore,& minore.

Ducatur igitur per grad. 33 recta ad centrum commune D, quæ secet in R arcum IG, & iungantur rectæ IR, RG, MT, TA. Quoniam à communi centro D ad concentricas peripherias IR, MT, æquales sunt semidiametri DI,DR,DM,DT, erunt triangula DIR,DMT isoscelia, & angulus I angulo R, & M ipsi T æquales:communis est angulus ad D;ergo duo DIR,DRI simul sumpti duobus DMT,DTM simul sumptis sunt æquales. Detrahitis dimidijs I, & M, remanent DRI,DTM æquales. Pari ratione ostendentur anguli DRG,DTA æquales; ergo totus IRG toti MTA æqualis est. Ergo segmenta & peripheria IRG,MTA, in quibus æquales sunt anguli, sunt similia; hoc est quemadmodum MTA aufert 77 gradus, ac partes peripheriæ à circulo maiori,sic & IRG totidē aufert à suo circulo minore. Eodē modo recta DN, quæ vnā septimā in N aufert à peripheria graduum 77 AM, sic aufert vnā septimā GO ab arcu GI. &c.

SCHOLION III.

EX nostra demonstratione deducuntur corollaria geometrica facilius demonstrata,quam ab alijs quæ videbis in 3 parte hu.2 To. ad propof 26,& 27 Tertij;præsertim de similibus,non solum segmentis,sed etiam peripherijs. &c.

§ XI.

SCHOLION IV.

Circa alia exempla in ablaitone tertiæ, quintæ,
&c. partis a dato arcu.

R

Quod

Quod factum est circa septifariam dati arcus, proportionem faciendum est etiam circa ablationem cuiuslibet alterius partis ab arcu dato. Ac res quidem feliciter cedit quando arcus datus, ac diuidendus est similis arcui (quadrante diuiso in 90) qui facile diuidi possit per integros numeros graduum vel etiam cum aliqua fractione aliquorum minorum facili diuisione sumendorum; at verò cum, præter gradus integros, vel graduum partes facile diuidendas, inciditur in residua aliqua, vel particulas difficultioris diuisionis, tunc faciendum est quod alij omnes Geometrici philosophi præcipiunt ubi Lēmata habēt ante Astrolabia, ante Astronomica, ante Geometrica practica; scilicet physica oculi æstimatione utendum, quæ physicè geometricis operationibus non officit; ac res in calculos numerorum quàm fieri potest minimos resolucenda est; ut etiam Archimedes, & alij faciunt in circuli dimensione potius quàm quadrature, dum rectæ lineæ cum circulari æqualitatem proximè persequuntur, si non assequuntur.

Interim hic habes numeros in quadrante AB non paucos aptos diuisioni pro exemplo allato in septem partes: 84 habet septimam 12; 77, 11; 70, 10; 63, 9. &c.

§. XII.

COROLLARIUM III.

Datum arcum circularem in lubitas æquales partes diuidere.

Consequitur ex antecessenti problemate 7. Nam accepta pars multiple cipsius arcus, & replicata diuidit arcum. Velut in exemplo ante posito septima GO translata in EA diuidit arcum EF in septem partes æquales. Proportione sient alie diuisiones arcuum, ita etiam in Schol. 4. anteced.

§. XIII.

COROLLARIUM IV.

Datum angulum rectilineum in lubitas, ac æquales partes diuidere,

Consequitur & hoc. Nam ex $a, b, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$ ductis semidiametris ad angulum D , si concipias subtensas rectas partibus $Ea, a\epsilon, b\gamma, \gamma\delta, \delta\epsilon, \epsilon\zeta$, ζF æquales, sunt septem isoscelia æqualia, ac per 8 propos. lib. 1. anguli verticales ad D sunt æquales, ergo angulus D in septem diuisus est æquales. Proportione fient aliæ diuisiones angulorum, iuxta cuncta in Schol. 4. anteced.

§. XIV.

COROLLARIUM V.

De inscriptione cuiuslibet regularis figuræ in circulo.

Licet hocce corollarium etiam ipsum consequatur ex ablatione partis à circulo, sine à diuisione circuli in partes, verbi gratia, inscriptio heptagoni est diuisione circuli in 7 partes, quarum unam subrendit latus heptagoni; tamen in opportuniore loco cum transferendum est, nempe post propos. 16 lib. 1. de quo demonstratio sit diuisio circuli, quam supponit hæc figurarum vniuersalis descriptio in circulo. Illuc vñse, mi Tyro.

§. XV.

SCHOLION V.

Mixtæ linæ punctuatae ab antiquis, & doctiori-

bus Philosophis Geometricis iure ineptæ habitæ sunt solutionibus problematum, & corollariorum proximè antecedentium.

Quamvis Pappus Alexandrinus lib. 4. Math. Colect. Probl. 25 solidis rationibus rejiciat mixtam punctuatam quadratricem ab usibus geometricis (quemamodum & spirales punctuatim ductæ ineptæ sunt pro geometricè præcisè, ac demonstratiue operantibus) tamen parum sibi constans in propos. 35 utitur quadratrice lineæ, & spirali pro sectione circûferentiæ in data ratione, atque in sequentibus pro inscriptione cuiuslibet polygoni in circulo, pro quadratione circuli, &c. Opinor contentus mechanicè potius, quàm geometricè operari ad praxes, ut ipsemet affirmat in huc citata propos. 25 lib. 4.

Ac sanè lineæ mixtæ punctuatæ (conchois Nicomelis licet mixta, ductu tamen continuato, ac certo perfacile, ac firmū instrumentum, nō minus quàm circinus, ducitur non per incerta puncta) meritò ab Antiquis Philosophis Geometricis reiectæ sunt. à certitudine geometricæ demonstrationis, cūm propter alia, tum in primis propter incertam earum lineationem, quæ fit per puncta potius æstimatæ, quàm certæ, ac demonstratæ situationis. Ac quod speciatim spectat ad lineam mixtam Dinonstrati, apud Pappum lib. 4 citato post propos. 25, reijcitur tamquam inepta ipsi rectæ circuli quadraturæ, cuius tamen in primis &c. &c. gratiâ inuenta, & appellata est τετραγωνίζουσα, & cuius formam habes etiam apud nos sub finem Apiar. ij 2, & præterea etiam in Anallectis nostris ad quartam Apiariorum iam vulgatam editionem, Anallecto 9, § 1, ubi ostendimus eam ex ortu, & ductu suo esse in sui extremo asymptoton ad rectam, siue diametrum circuli quadrandi, idest non posse umquam ab ea diametrum circuli contingi, quare non potest in semidiametro facere ullam sectionem tertiæ proportionalis, quæ per eam queritur pro circuli quadratura. Ut hæc in figuris, & exemplis intelligas (quorum nulla hic nobis nunc est necessitas) vide cit. Pappum. Cūm igitur in cit. Anallecto sit demonstrata Dinonstrati mixta est in lineæ nunquam attingens, siue asymptotos rectæ, cum quâ deberet suâ quadratrici coincidere, implicat, & sui natura inepta est, ut possit inferuire circuli quadrationi, pro qua debet esse non asymptotos.

Set quod ad rem nostram facit nullo modo geometricæ certitudini potest inferuire pro diuisione vel circuli, vel dati anguli in partes æqua-

æquales, vel pro inscriptione regularium figurarum in circulo non solum ob prædictas causas, sed etiam in primis quia, ut rectè opponit Pappus, supponit id, ad quod est assumpta, idest proportionem rectæ ad circulearem lineam. Præterea quemadmodum non potest inferuire circuli quadraturæ propter extrema puncta, quæ nec habet, nec certo, nec continuato ductu signari possunt vsq; ad sectionem semidiametri, cum qua est asymptotos, ita ob easdem causas, & propter reliqua omnia sui puncta (vide eius descriptionem apud nos in cit. Ap. 2.) quæ discretè, ac geometricè incerta positione signantur, nullo modo apta est geometrica & scientifica diuisioni anguli, vel circuli, vel figurarum regularium in eo inscriptione. Atq; hoc est quod de ea affirmauimus in citat. Apiar. 2. ruere cetera, quæ pendent à falsà quadratura. s. quam in primis profitetur linea Dinostrati ab aliquibus traducta ad alia &c. Ac ne quisquam nos reprehendat, licet nos prædictæ causæ tueantur, imus etiam sub umbram magnorum Philosophorum Geometrarum nobiscum sentientium. Quorum vnus Pappus, præter cetera, de Dinostrati pseudoquadraticis mixtæ linæ descriptione sic pronūtiat. Quodam modo Mechanica est. Ac proinde benigne accipienda est saltem ad aliquas operationes in Physica materia, quæ geometricam præcisionem semper vel non requirit, vel non patitur. Addit Pappus: Ad multa problemata ipsis Mechanicis conducit. Ac quod a nobis hic asseritur de Dinostratæa, intellige pariter de quacūq; mixta punctuata, siue illæ sectiones conicæ sint, siue quæcūq; aliæ mixtarum non continuato, & certo ductu descriptarum. Ineptæ enim sunt discretis illis punctis, & incertis ductibus ad geometricas demonstrationes, non secus ac circularis linea non esset certa, & legitima pro geometricis problematibus, quæ siue circino signaretur punctis, vel ductibus interpositis inter alia aliqua puncta circino signata, &c. Nos nullis mixtis punctuatis, sed certo, ac firmo ductu designatis lineis rectis, & circularibus vsi sumus, ut habes in antecedentibus pro circularis arcus, vel anguli diuisionibus. Vide & post propof. 16. lib. 4.

*Vsus
quadra-
triciis.
Dino-
strati
mecha-
nicus est*

§. XVI.

COROLLARIUM VI.

Dati ex eadem semidiametro arcus, quam inter se proportionem habeant.

Ve-

§. XVII.

COROLLARIUM VII.

Datus arcus quot gradus contineat.

P Ater ex antecedentibus. Dum enim arcus IG sit concentricus arcui AB, recta DI producta in M, ibi signat numerum graduum arcus etiam minoris IG.

Aliter

In circino proportionum.

I nterposita semidiametro DG inter 60, 60, intervallum IG in quos tales numeros ex vium circini, velut inter 77, 77, accipiet ad us numerum graduum arcus IG.

§. XVIII.

SCHOLION VI.

De proportionem arcuum similium, & peripheriarum e vsu circini proportionum.

A T quam proportionem habent inter se arcus, non eiusdem circuli, sed diversorum circularum, similes tamen, hoc est qui aequales capiant angulos iuxta defin. 11. li. 3. Nempe quam habent inter se peripherie circularum; scilicet quam ex antiquis Pappus lib. 5. propos. 11 dupliciter, & li. 8. propos. 22 tertio demonstrat. Peripherie circularum sunt inter se ut diametri. Quoniam autem

autem Archimedes de dimensione circuli demonstrat diametrum triplicatam cum fere septima diametri parte aequalem esse circuli peripheriæ, si duorum inæqualium circulorum diametros triplicatas cum fere septima diametri parte in duas inæquales rectas extenderis, & maioris intervallum interposueris inter numeros extremos 100, & 100 in circini proportionum ea facie, in qua est diuisio rectæ lineæ in 100 partes æquales; minoris vero intervallum aptetur inter superiores aliquos numeros, inter quos (inmotâ diductione inter 100, & 100) præcisè ceciderit, puta in 50, 50, erit duarum peripheriarum proportio subdupla minoris ad maiorem. Ac pariter arcuum similium minoris ad maiorem

Ad praxim vero expeditorem satis erit ex arte prædicta interponere dati arcus, vel circuli semidiametrum inter numeros circini. Est autem proportio peripheriarum, & arcuum similium eadem quæ semidiametrorum, velut est æquemultiplicium, id est diametrorum.

§.XIX.

Geometricorum Paradoxorum amplissimus campus indicatus, in quo seges est de solutis pene omnibus problematibus Geometricæ Philosophiæ vnica, eaq; datâ & non variatâ circini diductione.

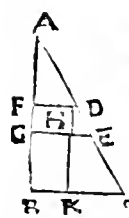
Primum huius *Ararij* tomum iam typis expresseram, cum incidi forte fortuna in librum tertium quartæ partis de numeris, & mensuris à Nicolao Tartalia italicè perscriptæ. In quo libro profitetur (ac præstat toto eo libro) se soluere pene omnia problemata non solum Euclidis, sed alia plurima geometrica, datâ quolibet, & innariatâ circini diductione. Post Tartaliâ incidi in libellos quinq; Io. Bapt. Benedicti, in quibus & ipse omnia Euclidis problemata (eius verbis utar) vnâ circini datâ aperturâ resoluit. Exultaui dum vidi re ipsa confirmata ea paradoxa, quæ ego indicaueram in to. 1. huius *Ararij* ad prop. 12, § 11, & 12. Ac censui ad hanc propos. 9, (in qua est primum huius libri 6 problema, quod facile soluitur vnica datâ, & innariatâ circini diductione) non fr. audan. os Ty-

iones hac amplissima cognitione paradoxorum numero infinitorum, quibus instructi à Doctore Geometrico liceat iucundà, & variâ notitate condire, ac ornare singula, & omnia problemata Euclidis Elementaria, & alia plurima extra hæc elementa. Vix, amabo, ad singula citatos Authores, vt vulgata problemata modis non vulgatis exerceas. Nos ne Tomi augmentum, ac molem affectare videamur, omittimus hic, & alibi in hoc Aerario apponere quæ satius ducimus fidem, ac tantùm indicare vnde habeantur. &c.



Propos. X. Probl. II.

Datam rectam lineam infectam data recta secta similiter secare.



O Porteat datam infectam AB similiter secare, vt secta est AC. Sit AC in punctis D, E secta. Collocentur AB, AC vt angulum quemcumque contineant, & ducatur CB; atq; per D, E agentur ipsi BC parallelæ DF, EG; & per D ij si AB ducatur parallela DH; & erit vtrumque FH, HB parallelogrâum.^a Sunt ergo tam DH, FG; quàm H, GB æquales: & cum ipsi & C trianguli DK C ducta sit parallela HE, ^b erit vt CE ad ED, ita KH ad HD. ^c Est autem tam KH ipsi BG, quàm HD ipsi GF æqualis; est ergo vt CE ad ED, ita BG ad GF. Rursus ^d cum lateri EG trianguli AGE ducta sit parallela FD, erit vt ED ad DA, ita GF ad FA. Oñsum est autem esse vt CE ad ED, ita BG ad GF; est ergo vt CE ad ED, ita BG ad GF; vt verò ED ad DA, ita GF ad FA: data ergo recta infecta AB similiter secta est vt secta AC. Quod oportuit facere.

^a prop. of.

34.1.

^b prop. 2.

6.

^c prop. of.

34.1.

^d prop. 2.

6.

§. I.

SCHOLIION I.

Conueniunt 9, & 10 Propositiones.

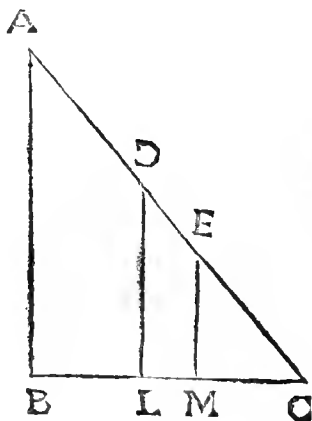
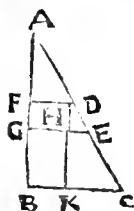
Nam propositio 10 ipsa etiam docet, ut 9, imperatas partes auferre, siue secare in linea data; & 9, dum iuxta sectum, alterum trianguli latus etiam alterum secat, docet, ut in 10, secare lineam datam iuxta proportionem alterius sectæ.

§. II.

PROBLEMA I.

Aliter demonstrare prop. 10.

Euclidis constructio, & demonstratio in prop. 10 nititur 2 propos. huius, quæ nullo modo & antecere leus 9. Nos, quemadmodum ad 9, constructionem, & demonstrationem ex 4 propos. deduximus, ita & nunc ad hanc 10.



Nam in figura Euclidis, omissis parallelis DF, EG, nos e diuise AC punctis D, & E ducimus DL, DM parallelas datæ, ac diuidentæ $\angle B$, suntque eæ parallelæ partes sectæ AB similiter ut AC.

§. III.

COROLLARIUM I.

EAdemq; opera singula latera trianguli ABC secta sunt in proportionem secti lateris AC . Nam & per α huius, propter DM , DL parallelas basi AB , secta sunt in eadem proportionem latera CA , CB , & per α huius, propter triangula aequiangula AEC , DLC , EMC , ut CE ad EM , & ut CD ad EL , sic CA ad AE ; & permutando, ut CE , CD ad AE , sic EM , EL ad AB ; ergo AB secta ad quantitates ipsarum EM , EL , erit secta in proportionem lateris secti AC .

§. IV.

COROLLARIUM II, &

— compendium ex 10 prop. Eucl. pro expeditissima Harmonicà, Gnomonicà, siue horaria, & quacunq; alia linearum diuisione.

SI utraq; vel saltem altera linearum diuisarum in 100 partes, in circino proportionum, seu el notata sit aliquibus signis ad numeros diuisionum, & consonantiarum harmonicarum, quas paullo ante ad antec. 9 propos. in § 3, in eo circino indidimus, statim quacunq; data recta linea poterit harmonicè diuidi iuxta usum, quem docuimus, & iuxta cautiones in Scholio positas.

Sic, notatis in utroque circini latere diuisionibus lineæ Aequinoctialis, habebis in promptu quo diuidas, pro horis describendis, datæ cuiuscunq; lineæ Aequinoctialis quantitatem, ad horaria, praesertim horizontalia expeditissime assignandas; ac par ratione pro alijs linearum diuisionibus ad usus quoscunq; insignes.

§.V.

PROBLEMA II.

Aliter I. —

--- Datam infectam secare ut altera secta est,
ex usu circini proportionum.

V Ide inferius § 14, 15, 16, 17, ubi ex circino proportionum
secamus datam in qualibet triam proportionalitatum, non
solum geometrica, sed Harmon. Arith. &c.

§.VI.

SCHOLION II.

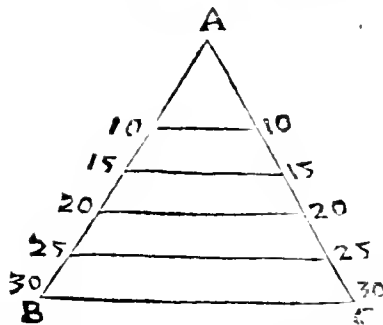
Theorice, atq; vniuersa inuentio, & ars linearū
in, & ex circino proportionum prodit ab usu
10 propos. Eucl. iuxta nostram constructio-
nem eius propositionis è quarta propos. hu-
ius lib.6.

Dum docet Euclides datam rectam similiter secare, ut altera
data secta est, forte n aperit ingenioso compendio circini
proportionum. Nam in eunq; linea in lateribus eius cir-
cini ducta, ac secta sint, siue Metallica, siue Geometrica,
siue Arithmetica, (ut aliqui eis varie vocat pro vñibus, ac diuisio-
nibus varij earum linearum) sint exemplaria, iuxta quæ secantur
quæcunq; alie lineæ, dum ex transferuntur inter extremos circi-
ni numeros, & sunt quasi bases trianguli, cuius latera sunt circini
curua, id tenentur bases & aritse, & sectæ intelliguntur ab inter-
uallis, quæ accipiuntur parallela basibus diuidendis, ad eum scilicet
modum, quem nos usurpauimus in constructionibus, & demonstratio-
nibus aliter institutis, quam ab Euclide in prop.9. & 10.

Vide

PROPOSITIO X.

141



Vide figuram trianguli æquilateri ABC , cuius duo latera AB , AC sint quasi crura circini diuisa in 30 partes æquales. Spatium rectæ diuidendæ apratur inter B , & C ad extrema laterũ iuxta id spatium ductorum. Atq; vt ipsa BC diuidatur similiter vt latera AB , AC in 10, 15, 25, &c. per eas diuisiones ducantur parallele bafi, quæ secta ad

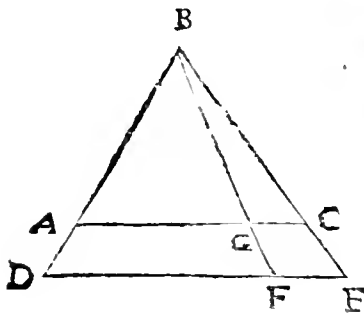
quantitates earum parallelarum, erit similiter diuisa, vt AB , AC , per 4 propof. huius permutando rſurpatam, iuxta ea quæ habes in demonſtratis aliter hiſce propof 9, & 10 huius.

§. VII.

PROBLEMA III.

Aliter 2. —

Ex Maurolyco datam rectam ſecare ſimiliter, ac altera ſecta eſt.



SI oporteat lineam BE ſecare ſecundum proportionem ipſius BD ſectæ in puncto A ; tunc coniugam DE , ipſi; æquid ſtantein ducam AC , quæ ſecet ipſam BE in puncto C . Eritq; ſicut BA , AD , ſic BC , CE .

SCHOLION.

Demonſtratio eſt à prop. 2 huius latera enim AD , AE à parallela AC ſecta ſunt proportionaliter in A , & C .

Ali-

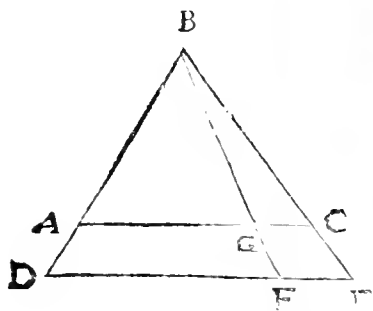
Aliter 3.

Vel si linearum æquidistantium AC , DE altera diuisa, libeat reliquam similiter diuidere, coniungam earum extrema ductis DA , EC ad punctum B concurrentibus (concurrent enim, si AC , DE sunt inæquales) & punctum concursus B iungam cum puncto lineæ diuise, ducta BG , quæ continuata secabit reliquam in puncto F ita, vt sicut est AG , GC , sic sit DF , FE . Quod ex similitudine triangulorum, per secundam sexti, constat. Sic Maurolycus in cit. lib. 2. c. 6. de lineis horarijs.

§. VIII.

L E M M A.

In triangulo quocuis si vni laterum parallela recta agatur, & ex quocumque puncto illius lateris ad angulum oppositum recta educatur linea, diuidentur linea parallela, & latus illud in easdem rationes.



Erit hoc lemma confirmatorium assertionis Maurolycanæ, diu in fine præcedentis proximè problematis affirmat: ex similitudine triangulorum constare per secundam sexti. Fortasse intelligendus est de 4 sexti. Est vero lemma hic propositum ex Commandino in comment. ad propof.

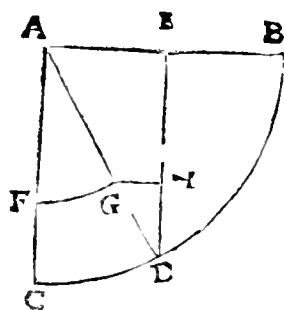
6 lib. 1. Conic. Apollon. Quod nos aliter, ac breuius sic expedituris. Ex corollario 1. apud nos ad 4. propof. huius. Triangula BAG , BDF , item BGC , BFE sunt similia, propter parallelam AC basi DE . Ergo vt DF ad FB , sic AG ad GB ; & vt EF ad FB , sic CG ad GB . Ergo ex æquo, per 22 quinti, vt DF ad AG , ita FE ad GC . Ergo rectæ Maurolycus duas parallelas AC , DE diuisit proportionaliter in G , F .

§. IX.

PROBLEMA IV.

Aliter 4. —

—In Quadrante circuli lineam parallelam semidiametro similiter, ac secta est semidiameter, ingeniosè secare.



Accipe ab eodem Maurolyco. Sic in quadrante circuli ABC linea DE alteri semidiametrorū, utpote ipsi AC, æquidistant: sitq; AC utcuq; secta in puncto F. Si velim ipsam DE similiter secare, tunc coniugam AD, ponamque per circum ipsi AF æqualē AG de ipsa AD abscissam: & a puncto G ducam ipsi DE perpendi-

cularem GH. Sic enim GH secabit in puncto H ipsam DE ad proportionem ipsius AD (per secundam sexti) & ideo ipsius AC. Erit enim, sicut AG, GD, hoc est, sicut AF, FC, sic EH, HD; sicut facere volui.

Contra verò proponatur DE secta in puncto H. Si velim similiter secare AC, coniuncta tunc prius AD, excitabo a puncto H ipsi DE perpendicularem, quæ secet ipsam AD in puncto G. Et per circum faciam ipsi AG æqualem ipsam AF. Sic enim eodem Syllogismo fiet sicut EH, HD, sic AF, FC. Quod faciendum fuit. Sed hæc, & alia huiusmodi notiora sunt, quàm canibus (ut aiunt) Delia nostris.

SCHOLION.

Datas rectas quoscumque, ac inæquales, quarum tamen maxima sit minor, quàm ea, ad cuius similitudinem secandæ sunt, similiter,

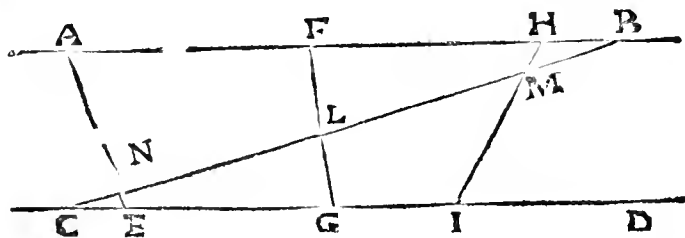
liter, ac altera, simul omnes secare; etiam aliter, quàm in antecedentibus modis, vide ad 31 tertij, in tertia parte huius 2 Tomi, ubi ex 31 propos. demonstratur.

§. X.

THEOREMA.

Inter easdem parallelas lineæ mutuo secant se
in eadem proportionem.

Quod ad 33 propos. lib. prim. § 5, iuxta exigentiam eius loci, demonstrauimus de sibi bifaria ratione mutua linearum inter easdem parallelas, hic, ut ibi polliciti sumus vniuersaliter proponimus, & demonstramus de sectione in eadem, ac qualibet proportionem. Theorema hoc, quod potuissimus apponere ad 4 huius, à qua demonstratur, huc tamen protulimus, ubi ex praxibus diuidendarum linearum in quacunque proportionem, figure aliquæ (præsertim à Maurolyco constructæ) sunt, in quibus theorema etiam hoc licet demonstrare; scilicet, dum per parallelas siue inter parallelas diuiduntur lineæ, diuidi etiam per mutuas sectiones in eadem proportionem. Inspice, si lubet, figuram Maurolyci ad 4 huius, § 6, atque eidem applica quæ nos hic demonstrauimus in apposita nostra figura.



Sint parallele AB, CD , & inter eas variè ductæ AE, FG, HI , quas transversæ secet inter easdem parallelas recta BC ; dico in sectionibus N, L, M mutuo secari in eadem proportionem ita, ut quemodmodum se habet HM ad MI , ita LM ad MC , & ut FL ad LG sic BL ad LC , & ut AN ad NE ita sit EN ad NC ;

Nam

Nam triangu^{la} HBM , MCI , item FBL , LCG , item ABN , NCE sunt bina inter se equiangula. Sunt enim alterni ad B , & C , ad H , & I ; ad F , & G , ad A , & E , & ad sectiones, N , L , M oppositi equales.

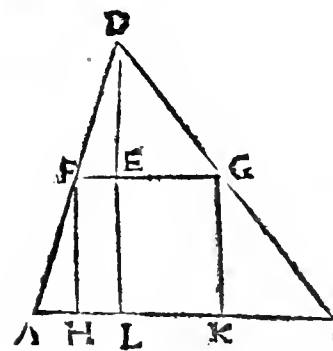
Tu singillatim, mi, Tyro, persequere quæ nos breuitatis gratia, in re perfacili tantum indicauimus. Itaq; in duobus equiangulis triangu^{lis} HBM , MCI , ut BM ad MI , sic CM ad MI , per 4 huius, ergo permutando, ut BM ad MI , sic HM ad MI . In æq^{ui} angulis BFL , LCG ut BL ad LF , sic CL ad LG , & permutando ut BL ad LC , sic FL ad LG . In æq^{ui} angulis ABN , NCE ut BN ad NA , sic CN ad NE , & permut. ut BN ad NC , sic AN ad NE . Quare in mutuis sectionibus inter easdem parallelas secant se rectæ bina in eadem proportione.

§. XI.

VSVS 10 Propositionis, & Praxis =

= describendi quadratum in dato triangulo.

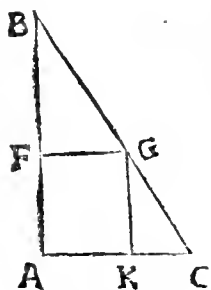
IN Scholio ad hanc 10 proposit. Eucl. Commandinus demonstrat praxim, quæ utitur hac eadem propositione 10 pro descriptione quadrati in dato triangulo. Saltem praxim hic libet indicare.



Sit datum triangulum acutangulū ADC , in quo proponatur descriptio quadrati. A quolibet angularum D in appositam basim demittatur occulta perpendicularis DL , eaq; secetur in E secundum proportionem, quam habet basis ad perpendicularem (quasi ex base AC , & perpendiculari DL una esset recta composita, & secta, secundum quam secanda sit DL , iuxta hanc 10 proposit.) ita ut sint segmenta DE , EL inter se, velut est DL ad AC ; & per sectionem E agatur FG parallela basi AC . Itemq; ex punctis F , G demittantur in basim due FH , GK parallela perpendiculari DL ; eritq; quadratum GH inscriptum triangulo acutangulo ADC .

Pari modo peragenda erit praxis pro descriptione quadrati in ob-
tusangulo, demissa perpendiculari ab angulo obtuso in basim, & di-
uisa secundum proportionem basis ad perpendicularem. &c.

Pari modo & in triangulo rectangulo demissa perpendiculari ab
angulo recto. &c.



Sin autem lubeat in rectangulo triangulo qua-
dratum ita inscribere, ut duo quadrati latera sint
communia segmentis laterum angulum rectum
constituentium, ut in triangulo rectangulo ABC,
alterutrum laterum AB secundum erit in F simi-
liter ut se habent latera AB, AC inter se, ductisq;
FG, GK parallelis perpendiculari AB, & basi AC,
erit quadratum EK, habens communia duo latera
AF, & K, communia cum segmentis perpendicula-
ris, & basis, inscriptum in triangulo rectangulo
ABC.

Quarum praxem demonstrationem ingenio-
sam habes apud Commandinum ad hanc 10, sed hic à nobis non ne-
cessario describendam, ubi nunc Tyronibus solummodo praxim uti-
lem, & iucundam in usu huius 10 propos. posuimus.

§. XII.

SCHOLIUM III.

Fundamentum Geodesiæ in 9, & 10 propo-
sitione Euclidis.

Inter ceteras utilitates (ut aliquas videbis in sequentibus) qua
manant ex hisce propositionibus 9, & 10 lib. 6. elementorum
geometr illa non exigua est, quod ex hisce linearum diuisionibus
pendet Geodesiæ pars maxima. Diuisis enim (ut indicauimus
ad 1 propos. huius) lineis basium & præscripto harum propositionum,
diuiduntur etiam triangula, & parallelogrammata in proportionem di-
uisionis basium, atq; etiam diuiduntur reliquæ planæ figura, quibus
parallelogrammata, & triangula constituta sunt æqualia. Quorum
exempla habes apud nos ad 1 prop. huius in trapezys aliquibus, in
pentagonis, &c.

§. XIII.

SCHOLIION IV.

Lematica de speciebus Proportionalitatum pro usu 9, & 10 proposit. huius in linearum partibus carpendis, siue lineis in partes trium præcipuarum Proportionalitatum diuidendis.

HÆ 9, & 10. propositiones dū docent datæ lineæ partē lubitam carpere, eadē opera docēt lineam datam diuidere in lubitas partes, quæ carpuntur in data recte; vnde etiā prodit diuisio lineæ datæ iuxta diuisam alterā, vt in sequentibus problematibus videbis. Iam usum aliquem indicauimus in lineæ carpenda, siue diuidenda per partes in sonora chorda musicè resonantes; mox docebimus etiam diuidere lineam in proportionalitate harmonica, cuius diuisio differt à diuisione priori musica, non solum quòd musica potius praxi, ac auribus, harmonica proportionalitatis diuisio potius intellectu, ac theoriæ proponitur; sed etiam, quòd musica diuisio lineæ ceti ordinis, ac formæ est in suo quoq; genere, qualem nos in genere diatonico exhibuimus, at harmonica proportionalitatis in lineæ diuisio est vray ordinis partium inter se, in quarum numeris quomā non semper, vt in musica diuisione, sed plerumq; solent esse proportionales, quæ in chorda sonora indicāt musicas consonantias, idēō harmonica earum partium, ac numerorum proportionalitas appellata est. Inferius videbis exemplum aliquo ex Pappo.

Quid differat lineam diuidere in partes harmonicas, & diuidere in harmonica proportionalitate.

2. Ac licet in Philoſophia Geometrica præcipui vsus sint lineæ diuise potius in proportionalitate Geometrica, quàm in alijs generibus Proportionalitatum, tamen ad indicandam copiam, quæ manat ab hisce 9, & 10 proposit. ac præter ea quia reliquorum generum, etiam præter geometricam, proportionalitates habent mirificas proprietates (quales produnt qui de his copiose perscripserunt in numeris, à quibus etiam ad linearum partes transferri possunt, vt à nobis exempla videbis in 3 parte huius 2 tom. ad 5 proposit. ubi. Eucl. ubi de affectionibus rectæ lineæ in arithmetica proportionalitate) idēō non dissimulandum duximus, asserere breuiter exemplum saltem aliquod diuisionis

linearum in præcipuis generibus proportionalitatum, eoque libentius, quod hæc linearum diuisio (præsertim modis, qui mox à nobis tradentur) in triplici proportionalitatum genere ab alijs intacta est.

Decem genera proportionalitatum apud Pappum. Proportionis cuiusque principium est à proportionem æqualitatis.

3 Pappus lib. 3. in definitionibus post prop. 1. & 6 proponit 10 genera proportionalitatum, ac de singulis varias habet propositiones, atque ostendit quo pacto unaquæque earum 10 proportionalitatum per geometricam analogiam, siue proportionalitatem inueniri possit. Affirmat proportionis cuiusque principium esse à proportionem æqualitatis, & reliquas omnes proportionalitates prodire à geometrica. Quarum affirmationum demonstrationes geometricas affert: atque alij etiam in numeris ostendunt: præter ceteros vide Clavius non solum in copiosa digressionem de proportionibus, ad definit. 4. lib. 5. Euclid. sed etiam post propof. 17. lib. 6. Euclid. Nobis hic nunc sat erit solum definitiones trium præcipuorum generum afferre ex Pappo, ac nostra nescioque apponere.

Quid differat medietas ab Analogia.

Tres medietates. Singula quæ sit.

Igitur Pappus: Differt medietas ab Analogia. Nam si quid est Analogia, & hoc medietas est; sed non contrà. Medietates enim tres sunt Arithmetica, Geometrica, & Harmonica. Arithmetica quidem medietas dicitur, quando tribus existentibus terminis, medius unum extremorum pari excessus quantitate superat, & à reliquo superatur; ut habet 6 ad 9, & ad 3, vel quâdo fit ut primus terminus ad se ipsum, ita primus excessus ad secundum. prima verò intelligere oportet superantia.

Geometrica medietas, quæ propriè Analogia dicitur, quando fit ut medius terminus ad unum extremorum, ita reliquus ad medium: ut habet 6 ad 12, & ad 3; & aliter quando fit ut primus terminus ad secundum, ita primus excessus ad secundum.

Harmonica autem medietas est quando medius terminus eadem parte & superat unum extremorum, & à reliquo superatur: ut habet 3 ad 2, & 6; vel quando fit ut primus terminus ad tertium, ita primus excessus ad secundum, ut habent 5, 2, 2.

4 Tironibus verba Pappi breui compendio, & clarè explico.

Trium proportionalitatum breui & aperte explicatio.

Proportionalitas Arithmetica est, qua progreditur per differentiam eandem, siue continuatè 2, 4, 6 per 2, siue discretè 1, 7, & 11 per 3, & 4. Geometrica, quæ per similem proportionem 2, 6, 18, ut est tripla ipsius 2 ad 6, sic tripla ipsius 6 ad 18, & discretè 2, 3, & 12, 18 per sesquialteram. Harmonica cum eadem est proportio (v.g. in tribus) terminorum, siue extremorum inter se, quæ & differentiarum 1, 4, 6, ut duplus est 6 ipsius 3; sic differentia 2 inter 6, & 4 est dupla differentia inter 4, & 3. His positis, ad problemata veniamus. Vi-

deat

deat Geometricus Doctor miras, & incundas proprietates trium prædictarum, proportionalitatum comparatarum inter se apud Claustrum citat.

§. XIV.

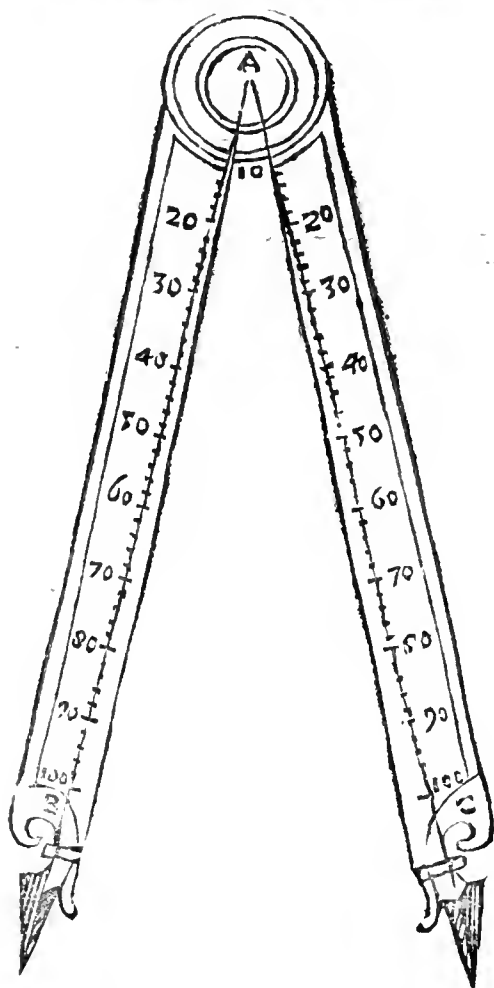
PROBLEMA V.

Datam rectam in Arithmetica proportionalitate progrediente per datam differentiam, diuidere geometricè, atque etiam organicè in circino partium æqualium.



S It verbi gratia in tres partes arithmetice proportionales progredientes per 2, diuidenda recta quam, in fig Eucl prop 9 ipsa AB. Accipe numerum arithmetice progredientem quemlibet in tribus terminis 2, 4, 6, & in alia qualibet linea indefinita lubito interualllo carpe partes æquales numero 12, deinde alio exemplo diuide datam AB per aliquem ex traditis modis antecedentibus ad has 3, & 1 : propos. eritq; in data AB proportionalitas arithmetica segmenti constantis ex 2 partibus ad segmentum secundum constans ex 4 partibus, & secundi ad tertium segmentum constans ex 6 partibus

~ liter in circino partium æqualium, ea facie, ubi linea iam diuisa est in 100 partes æquales Accipe in latere AB per numeros tria segmenta maiora (quia in circino incommodat exiguitas spatij numeris monadicis) scilicet æquemultiplices maiores numeros in arithmetica proportionalitate, verb. gr primum segmentum a centro A ad 10; secundum segmentum ab eadem A ad 20, tertium ab A ad 30. Atq; est primum segmentum pro 1, secundum pro numero 2, quia spatium 20 est duplum spatij 10, siue segmenti primi 10, tertium segmentum est pro numero 3, quia spatium 30 est triplum primi segmenti 10, itaque est proportionalitas trium segmentorum arithmetica progrediens per eandem differentiam nullatis inter numeros 1, 2, 3. diuiso sic arith-



metice iam semel utroq; latere AB, AC in circino ad terminos 10, 20, 30, expeditissimum eris quamlibet datam iuxta arithmetice proportionalitatem dividere. Nam si quantitatem datam recte interponas inter numeros 1, & 30 circini partium equalium, & immota perstante circini deductione ad quantitatem interpositi intervalli, si accipias intervalla inter 1, & 1, ut inter 1, & 20, usq; interval- lis secueris datam rectam, ea erit secta in arithmetica proportionalitate.
Similem in modum, pro alia quavis progressionem arithmetice pro- portionalitatis, adiuvatur latus AP in numeris tam notatis, pro tripla, quadrupla & c. & ex ea divisione lateris AB dividetur in lubita pro- gressionem data recta arithmetice.

§.XV.

PROBLEMA VI.

Datam rectam in proposità specie harmonicæ proportionalitatis diuidere geometricè, atq; etiam organicè in circino partiũ æqualium.

Simili modo, quo diximus de arithmetica lineæ diuisione, duc lineam indefinitam, & sige tres numeros in harmonica proportionalitate propositos esse 2, 3, 6, in quibus vt tertius 6 est triplus 2 primi, sic 3 differentia ipsius maximi ad medium 3 est tripla ipsius 2 differentie inter medium 3, & minimum 2. Itaq; ad libitum circini interuallum carpe in lineæ indefinita partes 11 æquales; segmentum enim primum duarum partium, & secundum trium, & tertium sex partium erunt inter se in proportionalitate harmonica. Ac deinde uteris sic lineæ diuisà ad diuisionem alterius datæ pro harmonica proportionalitate iuxtà modos Euclidis, & nostros ad has 9, & 10 propos. quibus data lineæ diuiditur vt altera.

Organicè verò in circino proportionum accipe numeros maiores æquemultiplices, v.g. à centro *A* interuallum vsq; ad 10, idest segmentum lineæ *AB*, in 100 partes diuisæ, constans ex duobus quinionibus pro primo numero 2. harmon. proportionalis. deinde ab eodem *A* in lineæ *AB* accipe secundum interuallum, siue segmentum ad numerum 15, quod constat e tribus quinionibus pro secundo numero harmonicæ proportionis. Deniq; pro tertio numero harmon., accipe interuallum, siue segmentum constans e sex quinionibus ab *A* ad numerum 30, 10, 15, 30: vt 30 triplus primi 10, sic 15 differentia ad 5 differentiam, &c. Datam verò lineam diuidendam interpone inter numeros 30, & 30, eruntq; interualla inter 10, & 10, inter 15, & 15, iuxtà quæ data recta si secetur, constabit e tribus segmentis harmonicam inter se proportionalitatem habentibus; nempe vt segmentum extremum maximum ad minimum, sic differentia inter maximum, & medium ad differentiam inter medium, & minimum.

Pro alijs ac varijs formis proportionalitatis harmonicæ similiter operabere.

§. XVI.

SCHOLION V.

De datæ rectę sectione in data proportionalitate geometrica. Facilius, ac breuius, quàm in antecedentibus Problematibus secare datas rectas in qualibet trium proportionalitatum.
Pro Apiarijs aliqua.

EX dictis in duobus antecedentibus problematibus patet etiam *modus secandi datam rectam iuxta propositam aliquam speciem proportionalitatis geometricæ, operando in modum eius similem, quem ibi docuimus. Qui quidem in usu circini paritum æqualium est si quando primi denary partes in eius instrumenti constructione notatæ non sint. At verò generatim, atq; vniuersaliter loquendo, ac sine cura accipiendi vel denarios, vel quiniones partium pro unitatibus (vt in antecedenti problemate fecimus) sed simplices numeros accipiendo, habes longe facillimum, ac breuissimum modum diuidendi datam rectam in quamlibet proportionem in nostris Apiarijs Philosophiæ Mathematicæ, Apiar. 12. ad banc 10 Euclid. propos. in applicatione, & usu 18, numero marginali 2; unde deducitur modus expeditissimus præ sectione datæ rectæ in qualibet trium, atq; aliarum, si quæ sint iuxta Pappum, proportionalitatum. Modus est per expositionem segmentorum extra totam; antecedentes modi f. erunt componendo segmenta in eadem sectâ. &c.*

Verba ex Apiarij sunt: Sit secanda data linea in tres partes, ita vt prima ad secundam se habeat vt 6 ad 3, secunda pars ad tertiam vt 3 ad 12. Additis inter se numeris 6, 3, 12, & facta summa 21, accipiantur in latere circini proportionum numerus 21, & interuallum lineæ secandæ ponatur inter 21, & 21. Deinde accipiantur interualla pro prima parte inter 6, & 6; pro secunda inter 3, & 3; pro tertiâ inter 12, & 12, quæ erunt partes lineæ ad datam in altera lineâ rationem secandæ.

Iuxta præxim hanc prædictam secturus lineam in tres, vel plures partes

partes proportionalitatis harmonicae ad praescriptum propositi harmonici numeri verbigratia 2, 3, 6, addantur 4 numeri inter se in summam 11, tum accipe intervallum à centro circini (partium equalium 100) ad 11. data recta harmonicè secunda quantitatem interpone inter numeros circini 11, & 11, atq; intervalla inter 2, & 2, inter 3, & 3, inter 5, & 6 partium equalium in circino, erunt signata data recta diuise in tres partes habentes inter se proportionalitatem harmonicam 1, 2, 6.

Sic in arithmetica proportionalitate numerorum 2, 4, 6, summam eorum 12 applicatà circino proportionum, & interposito intervallo data recta secunda inter 12, & 12, intervalla inter 2, & 2, inter 4, & 4, inter 6, & 6 dant sectiones proportionalitatis Arithmeticae, &c.

Pariter in proportionalitate Geometrica. Itemq; in omnibus singularum proportionalitatum speciebus varijs, quas variæ numerorum formæ significarint.

Ab exemplis hic positis quemadmodum & ab alijs vide, Lector amice, quantum fecunditatis aliquando lateat in aliquibus Apiariorum propositionibus, quæ paucis verbis à nobis ibi appositæ sunt. Habes enim in citato exemplo 12 Ap. tam copiosum, & genericum modum diuidendi facillimè ad lubitam proportionem lineam datam. Quemadmodum & ad lib. 4. post propof. 16 Eucl. vniuersale id problema excitandi facillimè, atq; expeditissimè quamlibet regularem figuram super datà recta, prodit a propof. 2, vbi docemus facillimè, dato latere polygoni regularis, inuenire semidiametrum circuli circumscribendi, in Apiar. 12, ad lib. 4. Eucl. Hac pro venata ijs indicata sunt, qui vel leniter, vel liuidè alienas lucubrationes legunt, & leniter etiam, ac liuidè de ijs pronuntiant.

§. XVII.

COROLLARIUM III.


Et PROBLEMA VII.

Datam rectam in quinque segmenta organicè,
& geometricè concidere conflatia tres si-

~T

mul

7 mul proportionalitates, geometricam, harmonicam, arithmetica ex usu 10 propof. huius Eucl.

 *Q*uod Pappus lib. 3. prop. 15. exhibet operosius, atq; in quinque lineis problema hic à nobis propositū, nos in vnica linea expeditissime præstabimus è circino proportionum, iuxta exempla in antecedenti Scholio, à quo corollarij loco hoc prodit in usum singularem 10 huius propof. Eucl.

Ex Pappo accipio numeros 3, 4, 6, 9, 12. minimos constantes in dupla proportionione tres simul in vna serie proportionalitates. In tripla etiam proportionione minimi constantes proportionalitates tres 3, 3, 6, 12, 18. In serie dupla tres priores sunt in harmonica proportionalitate, nam vt 6 est duplus ipsius 3, sic differentia 2 inter 6, & 4 est dupla differentie inter 4, & 3. Secundus, tertius, & quartus, 4, 6, 9 sunt in Geometrica proportionione sesquialtera, vt enim 9 continet ipsum 6 semel ac eius dimidium, sic 6 continet ipsum 4 semel, ac ei is dimidium. Tertius, quartus, & quintus sunt in arithmetica proportionalitate, 6, 9, 12; habent enim eandem differentiam 3 inter se. In numeris proportionis triplaris agnosce, mi Tyro, tute tres easdem proportionalitates.

Igitur iunge in vnā summam numeros 3, 4, 6, 9, 12, eritq; numerus 34. In circino partium accipe interuallum à centro *A* ad numerum 34. Datam rectam interloca inter numeros circini 34, 34. Interualla inter 3, 2, inter 4, 4, inter 6, 6, inter 9, 9, dant segmenta, quibus concisa data recta conficit vnā rectam sectam in triplici simul proportionalitate.

Geometricè verò ex usu 10 propositionis huius Eucl. sic. Duc rectam indefinitam; atq; in eā accipe lubito interuallo partes 34. datam diuidendam iunge in angulum cum diuisa, atq; operare iuxta 10 propof. Eucl. & iuxta alios modos geometricos à nobis ad eā, diuiseris geometricè datam in triplici simul proportionalitate, ac facilius in vnā, quàm Pappus in quinque lineis exhibuit propositionem nostri huiusce Corollarij.

SCHOLION VI.

Pro praxi organica præcedentium
animaduersione.

Exemple

PROPOSITIO X.

Exemplo Pappi datos numeros proportionalitatis, siue proportionalitatum, iuxta quos diuisenda sit data recta, translucito ad minimos, primum numerum imminuendo ad unitatem, vel binarium, & seriem continuando in minimis, iuxta proportionalitates datorum maiorum numerorum, tum ob alia, tum in primis pro organica in circino partium operatione, ne summa datorum numerorum excedat centenarium, siue alium numerum, in quem latus circini diuisum fuerit, atque operationem organicam fallat; ac etiam ne geometrica linea diuisio iuxta maiores numeros fiat productior, atque incommodet. &c.

§. XVIII.

PROBLEMA VIII. & -

- Vfus 10 Propos. Eucl. in inuentione facillima mediæ in harmonica proportionalitate tam organicè, quàm geometricè.



Aliqui ex Pappo prolixius, nos sine Pappo breuius, ac facilius ex hac 10 propos. Eucl. exequemur propositum problem a, quod licet videatur pertinere ad 13 prop. Eucl. inferius, ubi de inuentione media in geometricà proportionalitate, ea non hic nos absoluius, quia per nos immediatè manat eiusdem solutio ab hac 10 propos. Eucl. atque etiam ut Tyrones videant ad quàm preclara continuò perducatur hac eadem Euclidiana propositio.

Sint datae duae rectae AB, AC, quae in commune segmentum componantur, iunctis extremis in commune punctum A. Earum differentia CB, quàm maior AB superat minorem AC, secetur ex hac 10 propos. Euclid. (per modos organicos, vel geometricos in antecedentibus) in D similiter, ut secta est composita ex duobus segmentis AB, AC, hoc est, ut AB ad AC, sic fiat BD ad DC. Dico segmentum AD esse mediū

in proportionalitate harmonica inter datas AB, AC. Quoniam enim differentia BD, qua maior AB superat mediam AD, se habet, per constructionem, ad differentiam DC, qua media AD superat minorem AC, ut se habet extremarum maior AB ad minorem extremam AC: ergo, iuxta definitionem harmonica proportionalitatis, sunt tres AB, AD, AC harmonicè inter se proportionales, ac media AD, quæ quærebatur, inuenta est. Ita nos aliter, ac paucis, ac sine alijs vel apud Pappum, vel pluribus, & prolixioribus apud alios post Pappum.

§. XIX.

SCHOLION VII.

Vfus amplissimi propof. 10 indicati in vniuerfa Geometria, & Stereometria.

EX diuisione lineæ iuxta datam proportionem in triplici genere proportionalitatis siue singillatim, siue mixtim sumptæ, pendet constitutiones, diuisiones, æctiones &c. non solum planarum omnium figurarum, sed omnium etiam solidarum, iuxta quodlibet genus, & speciem proportionis, si nimirum reducantur vel ad parallelogrammata, vel ad parallelepipeda intra easdem parallelas lineas, vel intra eadem plana parallela. Nam prout bases lineares, vel plana fuerint diuisæ, &c. sic & figuræ iuxta 1 prop. huius sexti, & propof. 32. vndecimi, &c. Vide quàm amplè pateat huius 10. propof. vsus.

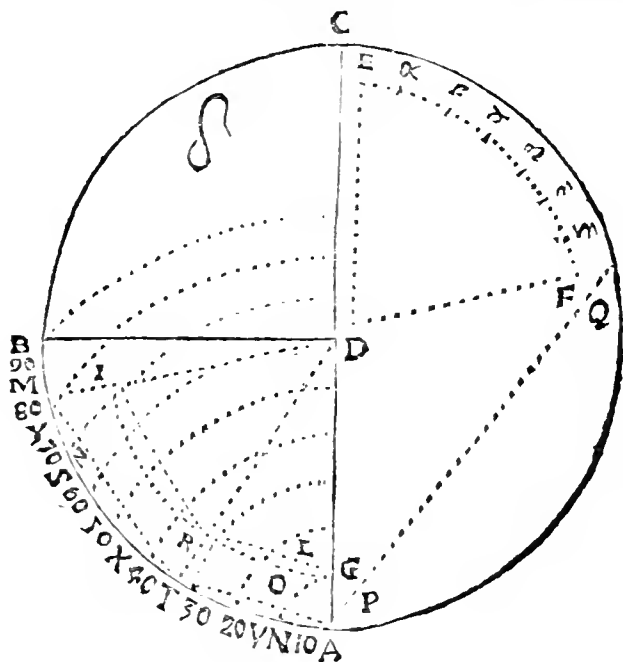
§. XX.

PROBLEMA IX.

Datam circularem lineam infectam datæ circulari sectæ similiter secare duplici modo.

Quem.

Quemadmodum 9 antec. prop. traduximus etiam in usum circa circularē lineam; sic & hanc 10 traduximus ad circularis lineæ sectionem in proportionē sectę alterius circularis. Problema solui potest & ex usu circini proportionū in ea facie, inquam translatae sunt chordæ arcuum quadrantis, & ex modo, quo in § 10 ad anteced. 9 propos. per quadrantem diuisum im-



peratam partem abstulimus. ibi septimam; Corollarium enim hoc est. Nam si arcus EF secandus est ita, ut pars altera maior habeat se ad minorem ut 4 ad 3, fit concentricus quadranti AB, & ora extremā diuisā in 90 gradus, pars intercepta inter latera DIM, DGA diuiditur in 70, ut ibi iam factum est, atq; ex termino communi vtriusq; partis 4, & 3 ubi T, ducta TD secat arcum IG in R similiter. &c.

In circino vero proportionum interposita semidiametro dati arcus inter 60, & 60, aptatur interuallum dati arcus inter numeros similes, & à centro circini ad terminos numerorum, in quos incidit interuallū dati arcus, fit diuisio numeri ut 3 ad 4, id est pro exemplo accipitur numerus 33 graduum, & interuallo inter 33, & 33 sectus arcus erit

ut 3 respectu reliqui ut 4, velut 33 respectu reliqui ad 77, id est respectu numeri 44, est ut 3 ad 4.

§. XXI.

SCHOLIION VIII.

De diuisione anguli ut alter diuisus est.

VTex problemate § 10 ad 9 propos. anteced. sic ex proximè antecedenti corollaria consequuntur magni momenti, velut datum angulum diuidere non solum in equalia, ut docuimus ad propos. 10, sed etiam in data proportionē, siue similiter ut diuisus est alter. Sic angulus D dati arcus EF factus communis areæ maiori AM diuisus est similiter in duos IDR , RDC ut est & totus MDA in duos MDT , TDA . &c.

Potest etiam anguli proportionata diuisio fieri per circinum proportionum iuxta dicta in §. 20 antec.

§. XXII.

SCHOLIION VII.

Quantitatem mathematicam esse in infinitum diuisibilem est per se notum.

Antequam discelas à 9, & 10 huius, vnum tibi, mi Tyro, ingeram non leuis momenti, quod faciat etiam ad 9, & 10 propos. lib. 1., vbi de diuisione anguli & lineæ in duas æquales partes, hic verò in quaslibet, & cuiuslibet proportionis. Si quis igitur obijciat Geometrico Philosopho: Tua isthac problemata de anguli, vel lineæ diuisionibus vniuersè falsa, ac nulla sunt, quippe mixta falso fundamētū de diuisione quantitatis in infinitum. Erunt enim anguli acuti aliqui, ac rectæ aliquæ lineæ tam exiguæ quantitatis, ut nulla ratione diuidi queant &c. Respondeo. De quantitate in materia physica tu, o d. sceptatoris philosophiæ professor, videris.

Quan-

Quantitas mathematica, id est in abstractione geometrica pure concepta, hoc ipso quod quantitas est, essentialiter inuoluit extensionem, & proprietatem diuisibilitatis in extensione, &c. Itaque apud Geometricos philosophos est pro axiomate: Quantitas geometrica, siue abstracta diuisibilis est in infinitum. Quantitas in abstractione geometrica non constat ex indiuisibilibus. Ac propterea supposito, seu per se notum apud abstracte geometricè philosophantes eo primo principio, atque axiomate, demonstrant deinde problemata de diuisionibus angulorum, linearum, figurarum, &c.

Nota
distinctionem.

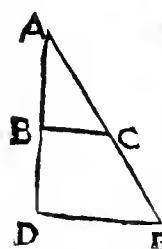
Cur sit
axioma,
& supposito
per se notum
quantitatem in
abstractione
mathe-
matica
esse in
infinitum
diuisibilem.

Atque ut hinc videas à Geometrica Philosophia spectari contemplationem, ac theorematum etiam in problematibus, en tibi dum docet modos diuidendi lineas, angulos, figuras, ut sine ulla controuersia demonstraret, nec obicem habeat ab ijs, qui opinantur physicam quantitatem constare ex indiuisibilibus, suo de more, ac iure refutit, ac euadit infelix illam suam abstractionem, ubi mentaliter diuidit in abstracta sua quantitate lineas, angulos, figuras, &c. Sunt igitur ea non minus theorematum, quam problematum demonstrata extra omnem disputationem, & controuersiam.

Relege demonstrationem in § 5 ad 4. pr. bu pro quantitate in infinitum diuisibile; & ad 12 bu. § 14, & ad prop. 14, §. 2.

Propos. XI. Probl. III.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



Sint datæ BA, AC, & ponantur ut angulum quemcumque contineant. Oportet ergo ipsis BA, AC tertiam proportionalem inuenire. Producantur AB, AC ad D, E puncta; & a ponatur ipsi AC æqualis BD, & ipsi BC^b ducatur parallela DE per D. Cum itaque lateri DE trianguli ADE ducta sit parallela BC, erit ut AB ad DB, ita AC ad CE; æqualis est autem BD ipsi AC; est ergo ut AB ad AC, ita AC ad CE. Datis ergo duabus AB, AC inuenta est tertialis CE. Quod oportuit facere.

a prop. 3
1.
b prop. 3
1.
c prop. 2.
6.

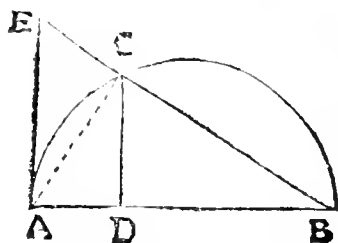
§. I.

PROBLEMA I.

Aliter quam Euclides

I—

— Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem maiorem, & minorem adiungere.



Circa datam maiorem AB describatur semicirculus ACB . Data minor B ex altero diametri termino B applicetur ad C . Ex C demittatur perpendicularis CD . Ex altero diametri termino A excutetur perpendicularis AE occurrens applicatæ BC productæ in E . Duabus AB, CB erit tertia DB minor proportionalis, & eisdem duabus

erit tertia maior proportionalis ipsa BE . Si imagineris ductam AC , tria rectangula triangula BEA, BCA, BCD erunt æquiangula, scilicet communem angulum habentia in B , & angulos rectos, tum in semicirculo ad C , tum ad perpendiculares in $D, \& A$; ergo, per 4 huius, ut AB ad BC , sic BC ad BD . Rursus ut BC ad BA , ita BA ad BE , etiam per prop. 6 in progym. 30, Api. 1. Quinimmo quatuor erunt inter se continue proportionales BE, BA, BC, BD .

§. II.

PROBLEMA II.

Aliter II—

— Atq; alia praxis geometrica pro tertia proportionali.

Non

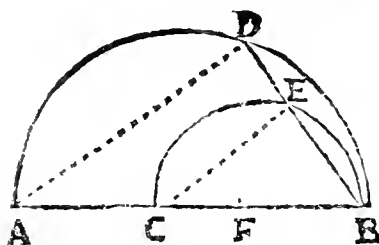
EB erit & componendo, ut *AB* prima datarū ad *CB* secundam, sic *DB* (idest secūda illi aequalis *CB*) ad *EB* tertiam.

§. IV.

PROBLEMA IV.

Aliter IV —

— Tertiam maiorem proportionalem . &c.



S Int data *FB*, *CB*, & composita in cōmune segmentum *FB*. Super maiore *CB* describatur semicirculus *CEB*, & centro *B*, intervallo minoris *FB* fiat applicatio, siue sectio in *E*. iungatur *BE*, & producat̃ur ad quantitatem maioris *BC* usq; ad *D*, unde ad angulum

rectum demittatur recta occurrēs productā *BC* in *A*, eritq; *EA* tertia maior proportionalis inuenta. Demonstratio, & formula argumentationis erit eadem, quā in antecedenti de tertiā minoris proportionalis inuentione. idest: ut *BE* ad *ED*, sic *EC* ad *CA*, per 2, & componendo ut *BE* ad *ED*, (idest ad illi aequalem *BC*) sic *BD* ad *EA*. ergo &c.

§. V.

PROBLEMAT A V, VI, VII.

Aliter V, VI, & VII. tert. propor.

S Cilicet ex usu circini proportionum, quem habes in antecedenti: bus ad 4 propos. huius. Et ex usu normæ. Et ex modis apud Pappum. Quem normæ, usum, & quos modos habes ad prop. 3.

§. VI.

PROBLEMA VIII.

Aliter 8 ex lib. 3. Eucl. tertiam proport. &c.

V^T videbis inferius ad propos. 16, & 17 huius, quas supponit
vsus ibi positus ex aliquibus propositionibus libri tertij.

§. VII.

PROBLEMAT A IX, X, XI.

Aliter 9, 10, 11, apud alios tertiam proport. &c.

V^I Ide Clavius non solum in scholio ad hanc prop. 11. Eucl.
sed & in Astrolabio lib. 1. lemm. 12, ubi & per rectā-
gulum, & per circulos se tangentes tertiam, & quartā
proportionales inuenit. Si autem modi nituntur ope pa-
rallelarum, ut & hic Euclides.

2 Habes & modum hic Euclidis, quem indicauimus in vsibus 2 pro-
posit. ex qua demonstratur.

§. VIII.

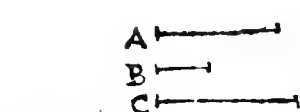
Vsus tertiae proportionalis ad sectiones conicas,
ad horaria, ad specula vltoria, ad asymptotos,
idest lineas inter se magis, ac magis acceden-
tes, nunquam se contingentes. &c.

V Ide in Apiar. 3, Prog. 2, propos. 1, 2, 3, 4, 7, 9. & Ap. 7,
Progym. 3, & eius corollar. & propos. 4, num. 2. & c. Pro-
gym. 9. & c. Incitatis locis habes problemata magni mo-

menti, atq; vsus, præsertim in Conicis, qualia sunt inuentio lateris recti, & descriptio hyperboles, atq; etiam paraboles ad specula vñoria, & ad plura alia singularia, Ap. 7, Prog. 3, propof. 3, & eius corollar. & prop. 4, num. 2. &c.

Propof. XII. Probl. IV.

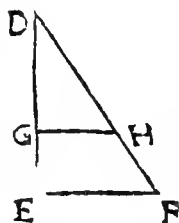
Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.



a prop. 3.
1.

b prop.
31.1.

c prop. 2.
6.



O Porteat tribus datis rectis A, B, C quartam proportionalem inuenire. Exponentur duæ rectæ DE, DF continentes angulum quemcūque EDF: & ^a ponatur ipsi A æqualis recta DG, ipsi B recta GE: & ipsi C recta DH; ^b atque ipsi GH agatur parallela EF per E. Cum ergo lateri EF trianguli DEF ducta sit parallela GH, ^c erit vt DG ad GE, ita DH ad HF. Est autem DG æqualis ipsi A, GE ipsi B, DH ipsi C; est ergo vt A ad B, ita C ad HF. Tribus ergo datis A, B, C inuenta est quarta proportionalis HF. Quod oportuit facere.

§. I.

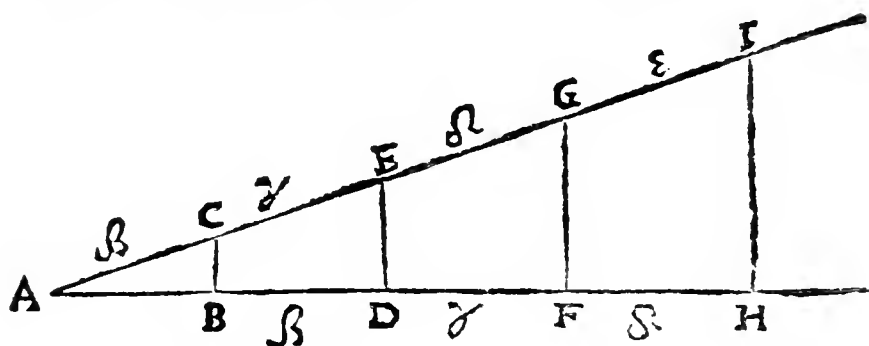
PROBLEMA I.

Aliter I. =

= Tribus datis lineis non solum quartam, sed quintam, sextam &c. in infinitum continuè prop. inuenire ad maior. & minores termin.

In

IN triangulo videbis hic à vobis modum continuandi lineas plures in eadem proportionione, habebisq; trianguli latera secta in eadem continuata proportionione segmentorum, non solum contiguum, sed etiam oppositorum. Verbi gratia in Triangulo *AIH*



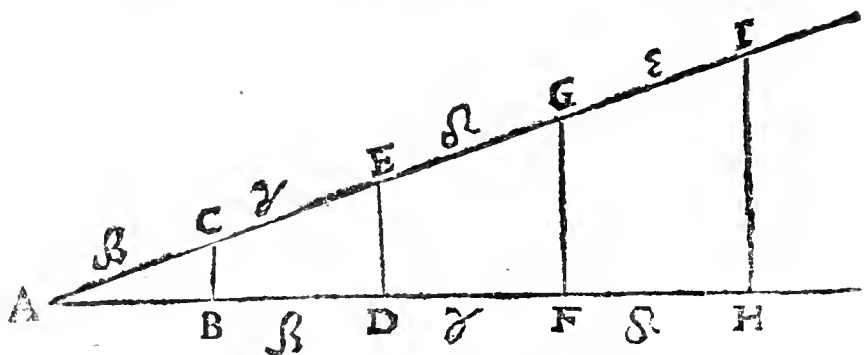
sunt *AB, AC, CE, EG, GI*; item *AB, BD, DE, FH*; item *AB, AC, BD, CE, DF, EG, FH, GI* sunt in eadem, & continuata proportionione. Constructionem, & demonstrationem iam accipe.

In continuatione ad maiores terminos incipiendum est à prima minima datarum linearum, & progrediendum ex ordine ad secundam maiorem primà, minorem tercià. &c. Itaq; datarum prima, & secunda *AB, AC* iungantur in angulum ad *A*, & producantur etiam ultra *I, & H* in infinitum, prout opus fuerit. Iungaturq; recta *BC*, ac deinde in inferiori, siue opposito latere, secetur equalis secundà ipsa *BD*, & ex *D* ducatur *DE* parallela ipsi *BC*; secetur *DE* equalis ipsi *CE*: ex *F* ducatur *FG* parallela ipsi *DE*; secetur *FH* equalis ipsi *EG*: ex *H* ducatur *HI* parallela ipsi *FG*; ac sic deinceps in infinitum. Dico ipsas *AB, AC, CE, EG, GI*, vel *AB, BD, DE, FH*; vel oppositas *AB, AC, BD, CE, DF, EG, FH, GI*, esse in eadem proportionione duarum *AE, AC* continuatà.

Ut Tyrones facilius agnoscant sectiones aequales, ijs apposui literas easdem græcasi, verbi gratia eadē *β* apposita ipsis *AC, ED* indicat eas esse eandem lineam, siue aequales, ac pari ratione de reliquis. &c.

Ad demonstrationem verò (apud aliquos aliter, & obscuram) facilius intelligendā in ratiocinationibus è lib. 5, utar pro Tyronibus eo ordine, ut facilitatem maiorem nemo possit à nobis desiderare.

Ac primo quidem rectam *CE* esse tertiam proportionalem duabus *AB, AC*, facile patet, nam in triangulo *CED* secta sunt à parallelis *BC,*



BC, DE latera AD , AE proportionaliter in B , & C ; ergo per 2 huius, ut AB ad BD , sic AC ad CE , sunt autem AC , BD sectæ æquales, ergo ut AB ad AC , sic AC ad CE .

Dico præterea EG esse quartam proportionalem. Nā in triângulo AGF , (ut modo probatum est in AED è 2 huius) ut AD ad DF , sic AE ad EG , & permutando, per 16 quinti, ut DF ad EG , sic AD ad AE ; sed ut AD ad AE , sic AB ad AC ; quod sic probo: ut AB ad BD , sic AC ad CE , per 2 huius, & componendo, per 18 quinti, ut AD ad AE , sic AE ad AC , & permutando, ut AB ad AC , sic AD ad AE ; ergo ut DF ad EG , sic AD ad AE ; & AB ad AC , ergo DF (sine illi æqualis CE) & EG sunt in eadem proportionem ipsarum AB , AC .

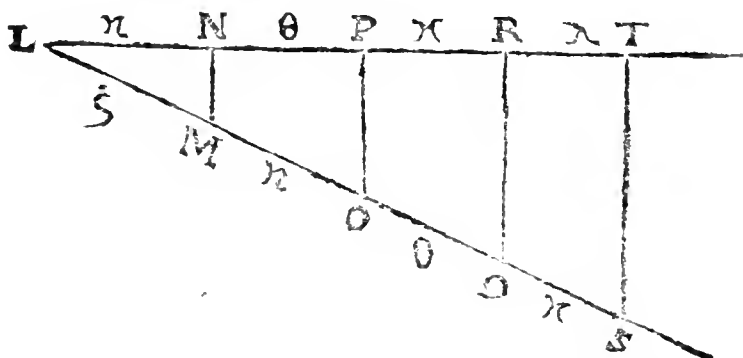
Pari ratione, ac rationatione demonstrare licet GI esse quintam proportionalem in eadem proportionem ipsarum AB , AC , CE , EG . Nā ut AF ad FH , sic AG ad GI , & ut FH ad GI sic AF ad AG , & ut AF ad AG , sic AB ad AC , ergo ut FH ad GI , sic AB ad AC . Est verò ut AF ad AG sic AB ad AC , quemadmodum probatum est esse AD ad AE , ut AB ad AC . Nam ut AB ad BF , sic AC ad CG , & ut AF ad AB , sic AG ad AC , & ut AF ad AG sic AB ad AC .

Non est cur Tyro turbetur in hac postrema rationatione de quinta proportionali GI , in qua nihil aliud est nisi modus idem probationis de quarta, tertia, & c. sed sine citationibus 2 huius, & 16, & 18 quinti. Kuid percipiat Tyro argumentationem de quarta proportionali EG probata in eadem proportionem cum ipsis AB , AC , eamq; formulam applicet proportionaliter reliquis β , γ , & pluribus lineis in continua proportionem positis in triângulo magis, ac magis producto.

In inuentione verò plurium proportionalium ad minores terminos incipiendum erit in constructione à maxima trium datarum, & iun-

gen-

genda in angulum cum secunda minore, &c. ut vides in figura hic appo-
posita LST, quæ quasi quædam inuersa est proximè antecedenti tria-



gularis superioris figuræ AIH. Sunt in triangulo LST ipsa LM maior
quàm LN, & LN quàm NP, & NP quàm PR, & PR quàm RT de-
scendēdo semper in eadē proportionē, quàm habent maior LM ad mi-
nores LN, &c. Similes literæ græcæ xi inter LN, & MO notant scē-
lām MO equalē ipsi LN, sic æquales NP, OQ, æquales PR, QS, &c.
ut in antecelentis figuræ triangularis AIH constructione factum est.
Eademq; hic etiā est formulā demonstrationis.

§. II.

PROBLEMA II.

Aliter II. —

— Plures rectas lineas in eadem proportionē ad
minores, & maiores terminos facillimè
continuare, siue describere.

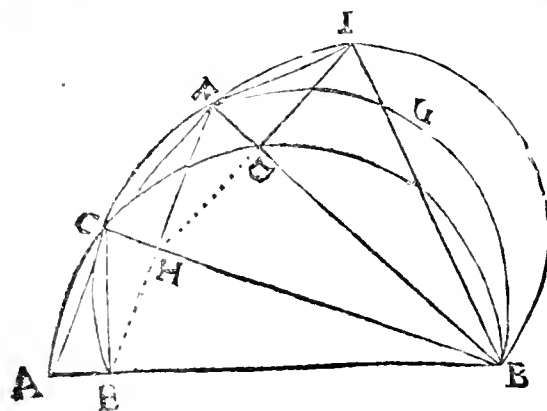
Super datarum maiore AB describatur semicirculus ACDB, &
in eo applicetur altera datarum minor CB: demittatur ex C per-
pendicularis CE in diametrum AB. Rursus super CB de-
scribatur semicirculus CFCB, & in eo applicetur BF ipsæ EB
æquali.

Sciendunt, & aequalibus arcubus insistentes anguli EBC , CFB , erunt, per 27 tertię, aequales. Pariq; modo si tertię semicirculi FIB peripheria producta intelligatur ex F in H , patebit aequalitas angulorum CBF , FBI propter aequales CF , FI aequalibus arcubus subtensas. &c.

S C H O L I O N II.

Ad facilitatem operationis pro demittendis perpendicularibus. &c.

D Emissa perpendiculari CF , reliquę FH , ID facilẽ demittuntur, regulę iungente duo puncta EF , HI ; cadit enim FH perpendicularis in unam rectam FE , & ID in unam rectam IH Quod sic demonstr. Triangula EHE , BHF habent duos angulos ad B aequales, per demonstratũ in antecedenti Schol. & duo latera EB , BF secta aequalia, & latus HB cõmune, per 4 pri. habebunt & bases FH , HE aequales, & angulos ad bases aequales, angulũ



BFH ipsi BEH , & BHF ipsi BHE aequalem; at BHF à perpendiculari FH est rectus, ergo & BHE ; ergo, per 14 pri. ipsę FH , HE conueniunt in unam rectam EF . Pariq; modo de HI .

§. III.

C O R O L L A R I U M I, &

P R O B L E M A III.

Pra-

Praxis altera perfacilis, sine semicirculis, continuandi plures lineas in eadem proportionem ad minores terminos.

Quemadmodum docuimus praxim continuandi plures lineas in eadem proportionem ad maiores terminos sine designationibus semicirculorum; ita potes sine semicirculis continuare plures lineas in eadem proportionem ad minores terminos sic. Post BC in primo tantum semicirculo applicatam, & perpendicularem CE demissam, fiat angulus CBF æqualis angulo ABC, & in BF ultra F producta secetur BE ipsi BE æqualis, & demittatur perpendicularis FH (regula appposita ad puncta F, E, ut dictum, & probatum est in anteced. Schol.) & fiat angulo CBF angulus æqualis FBE, & secetur BE æqualis ipsi BE. Ac sic deinceps; eruntq; BA, BC, BE, BI, BD in eadem proportionem; ac iunctis ad C, E, I, perpendicularibus AC, CE, EI, patebit demonstratio in triangulis reëctangulis, & æquiangulis, & similibus, &c. ut in antecedentibus §§ demonstratum est.

§.IV.

COROLLARIUM II, &

PROBLEMA IV.

Lineæ spiralis in plano descriptiones per lineas in eadem proportionem continuatas modo in antecedentibus §§. tradito.

Si ultra BI per angulos æquales inueniantur modo, quo antecedentes descriptæ sunt, aliæ, atque aliæ lineæ in eadem proport. ad minores, ac minores terminos in orbem per eundem, ac desinentes circa B, & vertices proportionalium A, C, E, I, &c. reliqui iungentur curuâ scissim, in orbem semper minorem decrescente, sine sen-

per minus à B distantie, ac denique terminato in linea AB ad punctum B; ea erit forma quadam lineæ in plano spiraliter serpentis, & inuolutæ; ac pro varia linearum proportionione, in qua fuerint descriptæ, & continuatæ, variæ fient spirales. Nec vero necesse est ullam prædictarum spiraliū esse ex genere cōmunis, & vulgatæ in plano spiralis, de qua Archimedes, & Pappus ex antiquis. Nam præter genus id spiralis ab antiquis definitæ plures aliæ spiraliter implexæ, ac serpentes in plano lineæ describi possunt. Hic interim, amice Lector, ex modò demonstratâ continuatione linearum proportionalium habes à nobis pro lucro, & corollario geometrico mixtas lineas in varia proportionione per vertices proportionalium rectarum linearum spiraliter, & proportionaliter serpentium, siue ex amplo in angustum per lineas proportionaliter descrecentes; siue à minima propepropè B proportionaliter crescentium in orbem semper maiorem.

§. V.

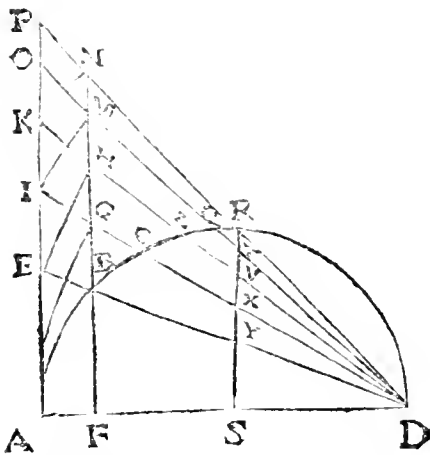
P R O B L E M A V.

Aliter III —

— Plures lineas in eadem proportionione continuare ad maiores, & minores terminos.

P R A X I S

Sint datæ rectæ DA, DB, quarum proportionem libeat continuare tum ad maiores, tum ad minores terminos. Circa maiorem DA describatur femicirculus ABCD, in quo ex termino diametri D applicetur minor data DB, eademq; producat̃ur donec erectam in puncto A perpendicularem AE secet in E; nec non ex puncto B in eandem diametrum DA demittatur perpendicularis BF, quam arcus AG, EH descripti centro D interuallis DA, DB, secent in G, H, & per G, H ex eodem puncto D producantur rectæ secantes tangentem AE, in I, K, & circumferentiam in C, L. Iterumq; centro D, interuallis DI, DK describantur duo arcus IM, KN secantes perpendicularē FB in punctis M, N, per quæ ductæ DM,



DM, DN secant tangentem in O, P, & circumferentiam in QR. Dico DP, DO, DK, DI, DE, DA, DB, DC, DL, DQ, DR esse continuè proportionales.

Prædicta praxis est nostri Villalpandi.

Quinimmo si ex R demittatur perpendicularis RS, continuabuntur &

aliæ minores in eadem proportionē.

Demonstrationi ingeniosæ huius praxis præmitto duo lemmata.

§. VI.

LEMMA I.

Si sint quotcunque magnitudines, & quæ est media proport. inter minimam & maximā, ea sit quoq; media inter reliquas, illæ magnitudines erunt proportionales ponendo minimam, & maximam extremas.

B Reuitatis, & facilitatis gratia pro Tyronibus indicabo veritatem propositi lemmatis in numeris.

1 2 4 8 16 32 64.

Vides enim 8 esse medium proportionalem numerum inter extremos 1, & 64, inter 2, & 32, inter 4, & 16. Vides etiam omnes eos numeros esse in vna, eademq; proportionē dupla continuatē. &c.

Vide præterea Villalp. lemm. 6. c. 1.

§. 7.

§. VII.

L E M M A II.

Si sint quotcunq; magnitudines continuè proportionales, & aliæ quædam in eadem ratione, sitq; vna aliqua posteriorum media inter duas quaslibet priorum, etiam reliquæ posteriores eodem ordine erunt mediæ inter reliquas priores.

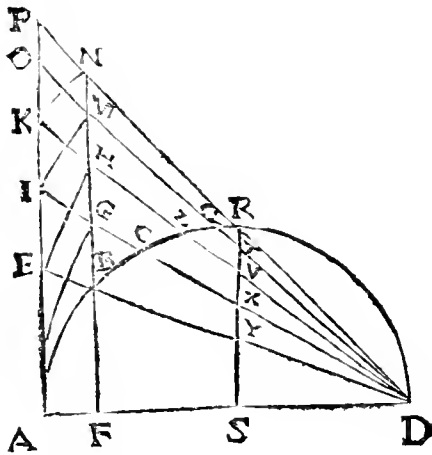
<i>A</i>	1	4	16	64	256	1024
<i>B</i>	2	8	32	128	512	

Vides utramq; classem numerorum tam superiorem sub *A*, quàm posteriorem sub *B* esse in eadem proportionem quadrupla, & in posteriore classe sub *B* numerum, verbi gratia, vel primum 2, vel tertium, ac mediū 32, hunc inquam, 32 esse mediū proportionalem in proportionem dupla inter 16, & 64 prioris classis sub *A*. Vides etiam reliquos numeros eiusdem posterioris classis sub *B* esse medios proportionales inter reliquos superioris classis, 2 inter 1, & 4; item 8 inter 4, & 16; item 32 inter 16, & 64. &c. sub *A*. Vide etiam Villalp. lemm. 7. cap. 1. &c.

§. VIII.

Demonstratio Praxis ante lēmata præcedentis.

DP, DO, DK, DI, DE, DA, DB, DC, DL, DQ, DR sūt continuè proportionales. Quoniam enim ut DP ad DK, ita est a DK, hoc est DN, ad DH, vel ad DE, propter similitudinem triangulorum DKH, DNH, & t DK ad LE, hoc est ad DH, ita DH, ad DB, erunt b quoq; in eadem ratione cum



cum rectis DP, DK, DE continuè proportionales DB, DL, DR, Eodemq; modo erūt continuè proportionales DO, DI, DA, DC, DQ, & quidem in eadem ratione cum prioribus. Cum enim DF, DC sint æquales, propterea quod eadē DB, sit c media proportionalis inter D-

A, DF, & inter DG, DC, quarum DA, DG ponuntur æquales; sintque præterea triacula DAE, DFB æquiangula, erit eadem proportio DE ad DB, quæ DA ad DF, hoc est ad DC. Quare cum DP, DK, DE, DB, DL, DR sint continuè proportionales, & similiter DO, DI, DA, DC, DQ sint quoq; in eadem ratione continuè proportionales; sitq; d DA media proportionalis inter DE, DB erunt & reliquæ inter reliquas mediæ proportionales, atq; ita omnes vicedecim rectæ DP, DO, DK, DI, DE, DA, DB, DC, DL, DQ, DR erunt continuè proportionales.

Quod vero attinet ad ipsas TD, VD, XD, YD , patet eas esse continue proportionales in eadem proportionem cum ipsis $RD, QD, &c.$ quia sunt in eadem proportionem cum ipsis OD, KD, ID, ED, AD propter parallelas $PA, RS, &$ triangula aequiangula $DOT, DTR, & LOK, DT, V, &c.$ Ut ergo DP ad DO , sic DR ad DT , & ut DO ad DK , ita DT ad DV , &c. Cum ergo probata sint $DR, DQ, DL, &c.$ esse in eadem proportionem cum ipsis $DP, DO, DK, &c.$ cum quibus eandem habent proportionem ipsae $DR, DT, DV, &c.$ ergo & inter se sunt in eadem proportionem continuata, verb. gr. ipsae DL, DQ , atq; ipsae $DT, DV, &c.$ usq; ad extremam, ac minimam DS .

§. IX.

Scholia ad intelligentiam, & confirmationem
de:

demonstrationis proximè antecedentis pro
Tyronibus.

1 **P**robandum fuit in demonstratione lineas illas à maxima PD ad minimā RD, vel SD esse non solum inter se proportionales, sed etiam in eadē proportionē, & propterea esse in eadem continuatā. Quæ omnia, & singula probat demonstratio.

2 Lemma primū citatum applicatur demonstrationi sequentem in modum. Inter PD, DR, inter OD, DQ, &c. usq; ad inter ipsas E, D, DB mediæ est proportionalis eadem AD, sicut inter numeros 1, 64 inter 2, 32 &c. idem numerus 8 est medius proportionalis; ergo ut PD ad DO, sic DQ ad DR. &c. quemadmodum ut 1 ad 2, sic 32 ad 64 &c. in eadem proportionē &c.

3 Lemma secundū citatum ostendit quemadmodum ipsæ DP, DK, DE, DB, DL, DR; item DO, DI, DA, DF, siue DC, DQ, &c. (quæ binæ linearum classes in eadem sunt proportionē) etiam innectantur inter se, & conficiant, & continuent ex ordine eandem proportionem; scilicet quia secundæ classis vna linea, nempe DA est mediæ proportionalis inter duas, nempe inter DE, DB prioris classis, ac propterea reliquæ lineæ secundæ classis DO inter DP, DK; & DI inter DK, DE; & DC inter DB, DL; & Q inter DL, DR sint mediæ proportionales, & connectant, & continuent ex ordine eandem proportionem. Eodem modo, quo, quia numerus 32 secundæ classis est medius proportionalis inter duos prioris classis 16, & 64. ideo et reliqui 1, 8 etc. sunt medij inter reliquos 1, 4, 16, & continuant vnā, eandemq; totalem seriem proportionis duplæ numeri secundæ classis inter eos numeros prioris classis. Reuise eos numeros in antecedenti secundū lemma.

§ X.

PROBLEMA VI.

Aliter IV —

Quotlibet lineas inter se proportionales ad maiores, & minores terminos continuare.

Præ

Pater modos hactenus in antecedentibus positos, ac demonstratos habes & alium apud Claviū in Schol. ad 11 propos. huius, ubi docet lineas proportionales continuare ad plures terminos. Qui tamen ad facilitatem, & simplicitatē maiorem videtur fortasse reduci posse, descripto tantū semicirculo circa maiorem duarū priorum linearum, ac demissis perpendicularibus ex applicata, &c. Vide figurā apud Claviū, & iuxta nostram indicationem id problema facilius exerce. Demonstratio est ex antecedentibus propos. huius lib. 6.

Hac etiam apud Claviū indicamus, ut ingeniosa varietate conditas Euclidem, & alacriorē animum Tyronibus excites ad geometrica theoremat a, & problemata libenter discenda.

§. XI.

PROBLEMA VII.

Aliter V.

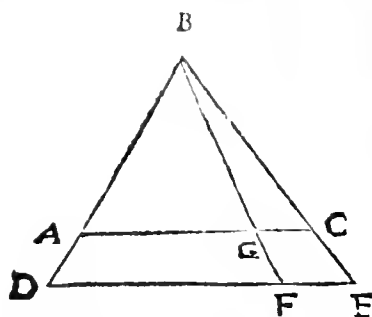
Scilicet per sectiones lineæ media, & extrema ratione. Vide ad 30 huius. quæ propositione eger ille ibi modus continuandi proportionales ad maiores, & minores terminos.

§. XII.

PROBLEMA VIII.

Aliter VI.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.



D Atque sint tres lineæ AB, BC, BD. Si oporteat quartam invenire, ad quam BD sit sicut BA ad BC, coniungam AC, & producam BC, cui ad E occurrat linea DE ipsi AC æquidistans, eritque propter similitudinem $\Delta\Delta$ sicut AB, BC, sic BD, BE. Itaque BE erit linea quæ-

sita. *Maurolycus lib. 2 de lin. horarys, cap. 6, reg. 5.*

§. XIII.

PROBLEMA IX.

Aliter VII tribus quartam proport. &c.

Scilicet in usu eircini proportionum, quem habes à nobis in loco ad propof. 4, qua nititur, § 10.

§. XIV.

PROBLEMA X.

Aliter VIII quartam proport.

Geometricè, ut habes ad 8 propof. & eius corollarium, § 5.

§. XV.

PROBLEMA XI.

Aliter IX.

Organice per usum normæ, ad corollar. eiusdem octavæ propof. Eucl.

§. XVI.

PROBLEMA XII.

Aliter X.

Scilicet paradoxice è libro 3 Eucl. quem modum habebis inferius ad 16 prop. qua eget, ut demonstretur.

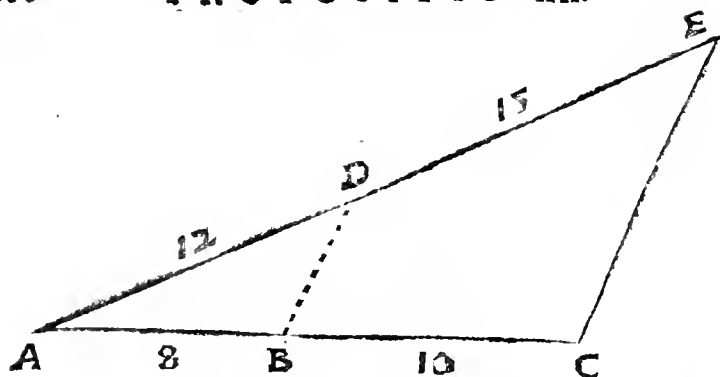
§. XVII.

Vsus quartæ proportionalis in Geometria practica.

VT vidisti ad quartam propositionem huius lib. 6 Euclidis & ad aliquas alias antecedentes, ubi vsus aliquot in exemplis Geometriæ practicæ prodidimus inaccessæ altitudines, longitudes, latitudes, profunditates, quæ ignotæ sunt, ac deinde per modos ibi positos inuestigantur, & agnoscuntur, nihil aliud sunt, quam vsus quidam, atq; inuentiones quartæ proportionalis.

Regula item Arithmetica proportionum quam vocant auream, vsus quidam est huius 12 propof. Euclid. nempe tribus quartum numerum proportionalem inuenire. Cuius regulæ vsus est creberrimus præsertim in Geometria practica. Vide eius regulæ arithmeticæ canones apud nos in Apiar. 11, Progym. 4, cap. 4.

Igitur si geometricè, ac sine operationibus arithmeticis lubeat operari in Geometria practica iuxta modum hîc ab Euclide traditum inueniendæ quartæ proportionalis, sit (in dimensione alicuius inaccessibleis altitudinis, &c) pro prima cognita longitudine, ver. gr. 8 passuum quælibet recta AB diuisa in 8 partes æquales per vsum 9 propofitio.



Eucl. antecel. ex circino proportionum, à quo, iuxta ibi præcepta, octaua pars rectæ AB statim habetur. Secunda cognita magnitudo, verb. gr. baculi paralleli turri dimetiendæ sit BC 10 qualium est ipsa AB 8, iunctæq; sint in. vnâ rectam AC. Tertia cognita magnitudo, verb. gra. distantia a pede mensoris ad pedem turris, sit passuum 12, pro qua ad lubitū angulum in A ducatur recta partium 12 æqualium, qualiū est vel AB 8, vel BC 10. Iungatur recta ad terminos B, & D primæ, ac tertiæ AB, AD. Ex C ducatur ipsi BD parallela CE occurrens ipsi AD productæ in E. Dimensa DE in partibus ipsius AB dabit cognitam quartam proportionalem magnitudinem, nempe altitudinem turris, 15.

Sed & aliter pro Geometriâ practicâ per circulum inueniemus ignoratam quartam quantitatem post 16 propos. inferius, vbi demonstratio praxis eius perficitur.

§. XVIII.

COROLLARIUM III.

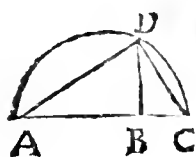
Linea in infinitum diuisibilis.

EX inuentione quartæ proportionalis ad minores terminos, quæ semper potest inueniri, datis tribus, patet lineam esse diuisibilē in infinitum; secus. n. aliquando non posset dari quarta proportionalis ad minores terminos. Vide etiâ inferius ad propos. 24. huius §. 2.

Pro.

Propos. XIII. Probl. V.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.



S It duabus datis AB, BC media proportionalis inuenienda. Ponantur in directum, describaturq; super AC semicirculus ADC; ^a & ducatur a B puncto BD ipsi AC ad angulos rectos, iunctis AD, DC. ^b Et quia angulus ADC rectus est, quippe in semicirculo, estq; in triangulo rectangulo ex angulo recto D ad basim AC perpendicularis ducta DB, erit BD inter partes basis AB, BC media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

^a prop. 11.
1.

^b prop. 31.3.

^c corol. 1.
prop. 8.6.

§. I.

SCHOLION I.

Propos. hæc 13 tripliciter locale Porisma est.

Quod Clavius affirmat in scholio de quacunque perpendiculari educta à quouis puncto diametri ad circumferentiam, eam esse mediam proportionalem inter diametri segmenta, &c. apud nos auxilium est ad ostendendum hanc 13 propos. esse tripliciter localem. Hic autem suppono ea, quæ habes in prior nostro tomo de propositionibus apud veteres Geometras localibus, earumq; generibus, & exemplis ad propos. 32, § 6, & 7, 11. & ad propos. 35, § 1, 2.

Igitur est localis hæc propositio 13, primò ratione loci, ex quo deducitur perpendicularis, quæ sit media inter segmenta &c. iuxta ea quæ habet, ac proponit Eutocius ad lib. 1. Conic. Planos locos antiqui Geo-

Geo.

*Loci
plani qui
est apud
Ani-
mos Geo-
metras.*

Geometrae appellare consueverunt quando non ab vno duntaxat puncto, sed a pluribus Problema efficitur, ut si quis proponat, data recta linea terminata inuenire punctum, a quo ducta perpendicularis ad datam lineam, inter ipsius lineae partes media proportionalis constituatur. Locum huiusmodi vocant Geometrae, quoniam non vnũ duntaxat est punctum, quod problema efficit, sed locus totus, quem habet circumferentia circuli circa datam rectam lineam veluti circa diametrum descripti. Si enim in data recta linea semicirculus describatur, quodcumq; in circumferentia sumpseris punctum, & ab ipso perpendicularem ad diametrum duxeris, quod propositum est efficiet.

Secundò est localis ratione etiam anguli, à quo deducitur perpendicularis, qui angulus cum sit rectus, habet in toto semicirculi arcu punctum non vnum, sed vagum, ad quod fiat, iuxta § 6 ad propos. 32 in to. 1.

Tertiò est localis etiam ratione puncti in diametro, a quo puncto erigatur perpendicularis ad arcum semicirculi, quæ sit media proport. &c. Ab omnibus enim punctis designabilibus in diametro potest ea erigi perpendicularis.

Triplici autem hoc modo propositum hoc problema est propriè Porisma in inuentione puncti, à quo ducenda sit perpendicularis, &c. iuxta ea quæ habes in 1. To. vbi de Corollario, & Porismate. Illuc reuise.

§. II.

SCHOLIION II.

De duplici conuersione apud nos problematis:
Duabus mediam &c.

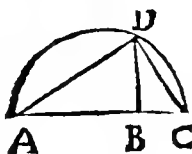
Scilicet: datæ rectæ duas extremas proportionales adinuenire, ita ut data fiat media proportionalis inter duas adinuentas. Quod problema conuersum duplici modo nos exequimur, ac demonstramus, ut inferius in loco videbis ad propos. 17, & ad 30, quibus propositionibus egent duo illi apud nos modi. Hic, vbi est apud Euclidem id quod conuertitur, saltem indico Conuersiones suis in locis ritè demonstrandas.

§. III.

THEOREMA.

Si ad lineam rectam perpendicularis ducatur, quæ sit media proportionalis inter segmenta lineæ, semicirculus circa illam lineam rectam descriptus transibit per extremum punctum lineæ perpendicularis.

Hoc theorema, quod Clavius post propof. 13 libri 13 demonstrat non sine usu propositionis 17 huius lib. 6, nos hic ante eam propositionem aliter sic expeditur, ac in figura Euclidis.



Si enim perpendicularis DB ducta ad rectam AC est media proportionalis inter segmenta AB, BC, & semicirculus ADC circa AC descriptus non transibit per extremum D lineæ perpendicularis BD; ergo transibit per punctum vel infra, vel supra D, ac proinde linea vel maior, vel minor quam ipsa BD, erit media proportionalis inter AB, BC, per hanc 13. Quod est contra suppositum. Supponitur enim ipsa BD, non autem maior, vel minor media proportionalis inter AB, BC. Ergo semicirculus transibit per D; nec enim potest inter AB, BC esse nisi una media proportionalis.

§. IV.

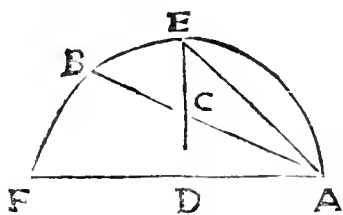
PROBLEMA I.

Aliter I.

Dua-

Duabus datis rectis lineis mediam proportionalem inuenire.

Mediam proportionalem licet inuenire non solum per descriptionem semicirculi, &c. ut Euclides, sed etiam in dato, & iam descripto semicirculo vel applicando alterutram, vel utramque, vel a descripto semicirculo super maiore datarum.

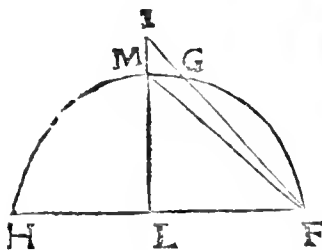


Itaq; 1. in dato semicirculo AE (cuius scilicet diameter sit maior maiore datarum linearum) applicetur maior datarum AB , & in ea secetur minor AC : ex C demittatur perpendicularis ad diametrum in D : & DC protrahatur ad sectionem circumferentiae in E : iuncta AE est media proportionalis inter AB , AC . per theor. 1. §. 37. ad 4 sexti.

§.V.

PROBLEMA II.

Aliter II.



In dato semicirculo HGF applicetur minor datarum ipsa FG , & producta extra circumulum secetur in I ad quantitatem maioris duarum datarum linearum, inter quas oportet inuenire mediam proportionalem. Ex I demittatur perpendicularis IL secans circumferentiam in M . Iuncta FM erit media proportionalis inter ipsas FG , FI , per eandem citatam propositionem in § 37 ad 4 huius.

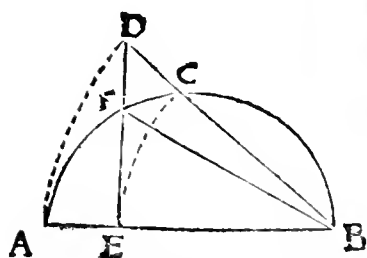
§.6.

§. VI.

PROBLEMA III.

Aliter III.

Describendo semicirculum super maiore
daturum.



S Int datæ rectæ AB, BC . Circa maiorem AB describatur semicirculus, in eoq; applicetur minor data BC . Deinde centro B , interuallo maioris BA describatur arcus secans protractam minorem BC in D , demittatur perpendicularis DE secans circūferentiam semicirculi in F , neſtaturque

BF , erit recta BF media proportionalis inter datas AB, BC . *Villalpandi constructionem ex parte appoſuiſimus, omiſſa eiſdem demonſtratione. Nos hanc praxim demonſtramus & corollar. 8. prop. huius li. 6. ſunt enim æquales BD, BA , & BC, BE , eſtq; BF media proport. inter BA, BE , ſi ſingas iunctam AF , & factum triangulum in ſemicirculo reſt angulum. Quod verò DE ſit perpendicularis, habes demonſtrationem apud nos in § 10 ad propoſ. 32 lib. 1. in tomo noſtro primo, ſi nempe ſingas iunctam AC . Vide citat. § 10, & hic applica.*

§. VII.

PROBLEMA IV.

Aliter IV. —

— Applicando vtramq; datam in ſemicirculo.

Aa

Duæ

IN *Apiar.* nostro 12, applicat. 34, quæ est ad lib. 6. prop. 13, docemus mediam proportionalem inuenire ope circini proportionum, qui modus pendet ex operationibus Arithmeticis, & ex 16, & 17 prop. inferius. ibi ad eas propositiones in § 8. vide.

Hic indicamus, ut, si lubeat, eo utare.

Ibidem indicamus abusum, apud aliquos, circini proportionum circa operationes, quæ sine eo circino facilius exercentur.

§. X.

PROBLEMAT A VIII, & IX.

Aliter VIII, & IX.

EX libri tertij propositionibus 35, & 36. Quorum modorum demonstratio manat à prop. 17, & eius corollario ex Clauio. Inferius ibi hauries ad fontem. §§ 2, 3 ad prop. 17.

§. XI.

PROBLEMA X.

Aliter X.

EX propositione ultima lib. 2 elem. geom. ibi enim (vide figurâ Eucl. in 3. par. bu. 2 To.) EH est media proportionalis per semicirculum, (ut in hac 13 prop. inuenta) super qua erigitur quadratum æquale quadrilatero rectangulo DB, siue triangulo A. Itaq; Euclides antequam hic aperte, tacite ibi docet inuentionem mediar. &c.

SCHOLION III.

Problemata de rectilineis tertio, quarto, medio proportionalibus, quæ videntur spectare ad propositiones 11, 12, 13 Euclidis, & ab ijs pendere nos perfectiora, & in omnibus suis partibus melius demonstrata dabimus ad 25 propos. huius, (§ 10, & seqq.) qua egent ad omnimodam perfectionem.

§. XII.

SCHOLION IV.

De vario, & multiplici usu linearum mediarum proportionalium apud nos in omni genere Philosophiæ Mathematicæ.

Nullo modo fraudandos censemus Tyrone Geometricos saltem indigitatione multiplicis usus mediæ proportionalis, ut conditum degustent Euclidem; cui, & Geometricæ Philosophiæ iniuriam fieri arbitramur, si vel ignorantem, vel maligno silentio prætermittatur manifestatio ingentium opum scientificarum, quæ in elementarijs Geometricæ Philosophiæ propositionibus latent. Videbis inferius ad prop. 28, & 20 aliquos usus med. proport. in Conicis. Hic interim aliquos etiam e multiplicibus usus iudico, quos alibi (præsertim in Apicijs) apud nos expressiores videre poteris, nebis eadem, licet nostra, describere videamur. Itaq; —

I.

— In Geom. speculatiua usus med. proport. pro diuisionibus, &c. figurarum.

Vide inferius ad propos. 20. huius, §§ 2, 4, &c.

II.

Itē in Geometria speculatiua vsus mediæ proportionalis pro trasformationibus, & quadrationibus difficillimorum curuilineorum.

Vide in Ap. 1. prælibam. 3, ubi Poteum geometricum exhibemus, præsertim in propos. 2, 3, 4, 5.

III.

In pictura optica vsum in signem mediæ proportionalis —

— *Vide inferius ad prop. 20. § 24, 25, 26, 27.*

IV.

Vsus mediæ proportionalis pro descriptione sectionis conicæ hyperbolicæ, & pro exhibitione asymptoton, idest linearum rectarum cum linea hyperbolica concurrentium, & in infinitum semper inter se accedentiū, nunquam tamen se contingentium.

Ap. 1. 3. progym. 3. proposit. 7, 8, 9.

V.

Vsus mediæ proportionalis pro catōptricis in descriptione sectionis Parabolicæ ad faciendā vistoria mirifica specula.

Ap. 1. 7, progym. 3, Proposit. 2.

Scho.

SCHOLION V.

Quoniam sint sectiones conica hyperbolica, & parabolica, habes apud nos in 1 tom. ad propof. 44, § 1. & inferius in hoc 6 lib. ad propofit. 29. Vide, & Apollonij Conicorum lib. 1. propof. 11. & 12. Et vide apud eundem ad pleniorẽ, & planiorẽ intelligentiam initio lib. 1 definitiones axis, lateris recti, transversi, ordinatum altarum, &c.

VI.

In Geometriã Practica vsus mediæ proportionalis pro dimensione vniuerfi terrarum orbis, altitudinum, profunditatum, distantiarum inaccessarum. &c.

Apiar. 2, Progym. 3, propof. 7, & Schol. ad eam, & propof. 8, & corollar. Et progym. 2, propof. 6. Prodit hic vsus ex inuentione diametri totius terræ, quam diametrum habes a nobis proditam in antecedentibus ad propof. 8 huius lib. 6.

VII.

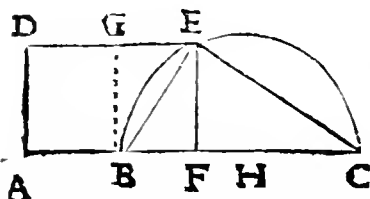
In Gnomonicis vsus med. proport. pro varijs, & vtilibus praxibus circa stylos horariorum.

IN Ap. 9. Prog. 4. cap. 2. nu. 3, & cap. 5, num. 2, ubi horaria horozontalia geometrica facillima ratione construimus, ac demonstramus, stylumq; nihil aliud esse quàm mediam quandam proportionalem ostendimus. Ex qua doctrina docetur modus longitudinis styli velerigendi, vel (si eius longitudo ignorata sit, vel stylus ipse amissus) iterum reponendi.

§. XIII.

PROBLEMA XI.

Dato medio proportionali, in data linea duo extrema reperire. Oportet autem datum mediū dimidia parte datę lineę non esse maius.



S It datum medium AB , data verò linea BC . Volo in BC duo extrema proportionalia reperire, inter quę sit AB medium proportionale. Modo tamen AB non fit maius dimidia parte ipsius B .

C . Nam sic medium esse non posset. Iungo AB , & BC , vt AC fit linea vna. Tum super BC deferibo semicirculum BEC . Et à pūcto A crigo perpendicularem AD , quam pono ipsi AB æqualem; Er per pūctum D duco DE parallelam ipsi AC ; quę omnino secabit, aut cōtinget semicirculum, vt in pūcto E ; cum AD non sit maior semidiametro. Tum à pūcto E demitto EF perpendicularem ipsi BC . Dico BC sic diuisam in pūcto F , vt AB sit media proportionalis inter BF , & FC .

Hoc autem satis manifestum est ex ipsa trigesima Tertij, & Consecutario antecedentis. Nam cum FE sit æqualis AD , per trigesimam quartam Primi; ob idq; ipsi AB ; ductis lineis BE , & CE , fiet Triangulum BEC rectangulum. Ob id, ex ipso consecutario, erit BF ad FE (ob idq; ad ipsam AB) vt FE ad FC . Quod fuit faciendum.

Peletarius ad hanc 13.

S C H O L I A.

1 Differt antecedens problema à nostro, quo, ad 17, & 30 propos. huius, data duas extremas proportionales adinuenimus, quod Peletarius duas extremas proportionales inuenit in altera data, cum apud nos vna tantum sit data, & c.

2 Cla-

De inuentione duarum mediarum proportionalium.

§. I.

SCHOLION I.

Euclides ab Apollonij reprehensionibus vindicatus. Apollonius ipse ab Antiquis reprehensus, etiam prolato eius paralogismo in inuentione duarum mediarum proportionalium.

POST inuentionem mediæ proportionalis inter duas datas lineas, consequens in Geometrica Philosophia videbatur ut Euclides doceret etiam modum inueniendarum duarum mediarum proportionalium inter duas datas, propter vsus quamplurimos earum duarum mediarum, præsertim in Stereometria, ut inferius videbis, Sed prudens Euclides in hisce Geometricis Elementis ea tantum ponenda censuit, quæ non requirerent vel lineas, vel instrumenta, præter elementaria, scilicet ea, quæ extra lineas rectas, vel extra circinum, normam, & regulam, non requirerent ductus aliquos mixtarum linearum per instrumenta quasi mixta. Quorum rerum ut plurimum eget apud antiquos ea duarum mediarum inuentio.

Cur Euclides nihil de inuentione duarum mediarum proportionalium.

Apollonius Pergæus in epistola ante lib. 1. Conicorum contra Euclidem sic scribit: Animaduerti non positam esse ab Euclide rationem componendi loci ad tres, & quatuor lineas, verum ipsius tantummodo particulam quandam, atque hanc non satis feliciter &c. Pappus Alexandrinus in Prologiis ante lib. 7. Collectionum Mathematicarum, ubi de Conicis Apollonij, interpretatur verba Apollonij de loco ad tres, & quatuor lineas in sensum geometricum reconditionem, quam Eutocius Ascalonita in Commentariis in Apollonium, & eius citatam epistolam. Omissa Pappi interpretatione, appono interpretationem Eutocij, quæ ad rem meam facit: sic scribit: Inuehitur deinde Apollonius in Euclidem, non ut Pappus, & nonnulli arbitrantur, quod duas medias proportionales non inuenerit, si quidem Euclides rectè

re^{te} inuenit vnam mediam proportionalem non infeliciter, vt ipse inquit. Duas verò proportionales medias neq; omnino in elementis inuestigare aggressus est, & Apollonius de duabus medijs proportionalibus in tertio libro nihil inquirere videtur. Sed verisimile est Euclidem in alio libro de locis conscripsisse, qui ad manus nostras non peruenerit.

2 Pro Euclide in Apollonium Pappus loco citato: Quem autem dicit in tertio libro locum ad tres, & quatuor lineas ab Euclide perfectum non esse, neq; ipse perficere poterat, neque aliquis alius: sed neq; paululum quid addere ijs, quæ Euclides scripsit per ea tantum conica, quæ vsq; ad Euclidis tempora præmonstrata sunt, vt ipse etiam testatur, dicens fieri non posse vt locus perficeretur absq; ijs, quæ ipse scribere cœtus sit. Euclides autem secutus Aristæum scriptorem luculentum in ijs, quæ de Conicis tradiderat, neq; anteuertens, neq; volens eorum tractationem destruere, cum mitissimus esset, & benignus erga omnes, præterea eos, quæ Mathematicas disciplinas aliqua ex parte augere, & amplificare posset, vt patet, & nullo modo infensus, sed accuratus, non arrogans velut nunc, quantum ostendi potuit de loco per eius conica in memoriam proditi sit. Non addens perfectum illud, absolutumq; esse, tunc enim necessario reprehendi posset, nunc vero haudquaquam illud faciendum est, si quidem & ipse in Conicis pleraq; imperfecta relinquens non satis ea valet tueri. Adijcere autem loco quæ deerant, facile potuit, animo comprehendens ea, quæ ab Euclide de loco scripta fuerant, & dans operam Euclides discipulis Alexandriæ longo tēpore, ex quo adeo excellentem in Mathematicis habitum est affectus, neq; vsquam deceptus est. At locus ad tres, & quatuor lineas, in quo magnifice, se iactat, & ostentat, nullā habita gratiā, si, qui prius scripserat, est huiusmodi. *Vide cætera apud Pappum, quæ hic nunc nihil ad nos.*

Adde his Pappi etiam rationes nostras, quas paulo ante pro Euclide attulimus circa omissionem duarum mediarum &c.

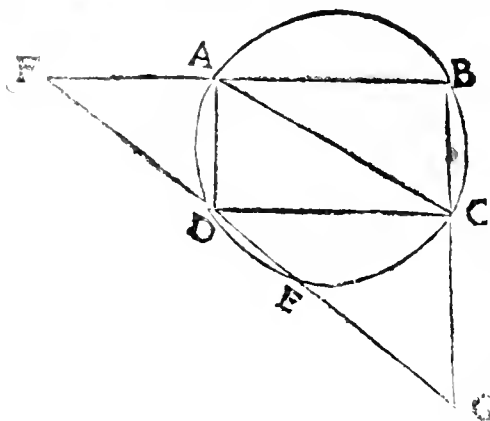
3 Pappi sententiam de Apollonio Euclidis nō æquo reprehensore, quod verè ipse Apollonius reprehendendus sit in quibus alium im merito reprehendit, confirmant non solum ea ex ipsomet Pappo: & ipse (scilicet Apollonius de quo loquitur) in Conicis (quæ vt prædixit, ab alijs, atq; etiam ab Euclide iam perscripta pro suis veditauit) pleraq; imperfecta relinquens, non satis ea valet tueri; sed confirmat etiam (extra Conica) exemplum in rem nostram de inuentione duarū mediarum ab Apollonio frustra tentatā. Bona fide apponam vt licet eundem, quum, ac doctum Iohannem Grammaticum Alexandrinum

Euclides inuigilamus, & benignus erga omnes, & veterum testimonio.

Apollonius pleraq; imperfecta in conicis, non satis tueri ea valet. &c. ex Pappo.

Euclidis extrema laudes apud Pappum. Euclides nunquam deceptus.

cognomento Philoponum, in comment. 36 ad lib. 1 Poster. Analytic[ae]
Aristotelis. Est autem Apollonij Pergaei in hanc rem (de duarum



Imper-
fecta, &
paralo-
gistica
demon-
stratio
Apolloni-
um apud
veteres.

catur AC. Et circa triangulum ACD describitur circulus ADEC, & producantur lineæ BA, & BC in rectam vsq; ad F, & G, & coniungatur F, G, transiens per punctum D, ita vt FD æqualis sit lineæ EG, hoc enim tamquam petitio sumitur indemonstratum. Manifestum vtiq; est, quod & FE æqualis est ipsi DG. Quoniam igitur extra circulum ADC punctum sumptum est F, & ab ipso F duæ rectæ lineæ FB, & FE deductæ secant circulum ad puncta A, & D; quod igitur sit ex BF in FA, æquale est ei, quod sit ex EF in FD. Hæc eadem ratione & quod sit ex BG in CG æquale est ei, quod sit ex DG, in GE. Æquale autem est id, quod sit ex DG in GE ei, quod sit ex EF in FD; vtræq; enim vtriusq; æquales sunt, EF scilicet ipsi DG, & FD ipsi EG. Igitur, & quod sit ex BF in FA, æquale est ei, quod sit ex BG in GC. Est igitur vt FB ad BG, ita GC ad FA, sed vt FB ad BG, sic & FA ad AD, & DC ad CG, propter similitudinem triangulorū. Est autem DC æqualis ipsi AB, & AD ipsi BC, igitur & vt AB ad CG, ita FA ad AD. Erat autem & vt FB ad BG, id est vt AB ad GC, sic GC ad FA, igitur vt AB ad GC, sic & ipsa GC ad FA, & ipsa FA ad BC. Quatuor igitur rectæ lineæ AB, GC, FA, BC inuicem proportionales sunt.

Vidisti ne, mi Tyro, Euclidis reprehensorem Apollonium non demonstrasse id, quod maxime oportuit, nempe ipsas FD, EG esse aequales, & pro petitione sibi assumpsisse, ac supposuisse id, quod geometrica indiget demonstratione? Itaq, nosler Euclides potius omittendam, quam precariam afferendam pro legitima, & Geometrica, demonstrationem sapienter, ut semper, ac merito censuit. § 2

§. II.

SCHOLION II.

Duarum mediarum proportionalium inueniendarum occasio, & vsus.

I Accidit inuentioni duarum mediarum linearum proportionalium idem quod & quadratur circuli, cuius theorema iam pridē in Geometrica philosophia demonstratum est, problema verò nondum. Pariter duas medias proportionales, immo & plures in eadem proportionē lineas lineis alijs interpositas demonstrant varia theoremata à nobis apposita ad antecedentes propositiones huius lib. 6. element. At inter duas datas more problematum Geometricorum ponere, ac designare duas in eadem cum atis proportionē, nondum præcisè geometricè factum, ac demonstratum esse aliqui arbitrantur. Nos verò loco veri paradoxii asseruimus (& hic etiam paullo inferius asseremus) in Ap. 2, Prolegym. 3. prop. 11, & in Ap. 3. progym. coroll. 2. post propof. 1, geometricè, ac organicè ritè inuentas ab antiquis duas med. propor.

Quod quidem problema de duabus medijs plurifariam vtile est; ac propterea hic in loco a nobis de eo agendum est. Ab eo enim patet campus ingens Euclidem eruditè condiendi, atque ornandi.

Illud autem in primis hic sequemur ut, pro Tyronibus, missis mixtis aliquorum lineis, & instrumentis operosioribus, utemur tantum rectis, & circularibus lineis, & instrumento, quod à norma non differt; ne scilicet in Elementis geometricis à facilitate elementari discendamus.

Extat apud veteres Geometras epistola Eratosthenis ad Ptolemaum Regem, quæ hic consequitur.

Ptolomæo Regi Eratosthenes. S.

Dicitur ex antiquis tragœdiarum compositoribus vnum introducere Minoa Glauco Sepulchrum excitare volentem, cumq; dictum fuisset illud quaquā versus esse pedes cent-

Dua-
rum me-
diarum
propor-
tionalium
inuentio
est &
theore-
ma, &
proble-
ma.

*Minos
Glauco
Sepul-
chrum
cubica
figura
instituta
fi-
gura
duplica-
ri.*

*Delij
peste la-
borantes
instituta
duplica-
re.*

*Vfus
duarum
mediarum
propor-
tionalium.*

centum; Dixit parvam fore arcam pro Regio sepulchro, duplicetur igitur, & cubus non mutetur. Certè qui vniuiquodq; latus duplicare voluerit, non erit erroris expertus. Nam lateribus duplicatis planum quodlibet quadruplum efficietur, ipsum verò solidum octuplum. Quæsitum igitur est a Geometris, qua ratione solidum in eadem figura permanens duplum efficeretur. Quæstio hæc cubi duplicatio nominata est. Nam proposito cubo, quærebant qua via alterum illi duplum efficerent. Ambigentibus, & laborantibus cæteris, primus extitit Hippocrates, qui indicauit id fieri posse, si constitutis duabus lineis, quarum maior minoris esset dupla, duæ mediæ in continua proportionem inuenirentur. Quare ea res dubia in maiorem difficultatem versa est. Aliquanto post Delij morbo laborantes, cum ab oraculo Apollinis iuberentur arcam ipsius duplicare, neque qua id fieri posset ratione satis viderent, in eandem dubietatem incidere, & obiurgante Platone eos Geometras, qui erant in Academia, ab ijs quæsitum est, ut inuenirent quod propositum fuerat. Ij, cum labori se dedissent, & conantes inuenire duas medias proportionem respondentem duabus propositis lineis, dicitur Architam Tarentinum eas inuenisse hemicylindrorum ratione, Eudoxus verò flexis quibusdam lineis. Cæterum uterque probatam harum rerum rationem inuenire, sed neuter eas ad usum potuit accommodare, & manibus experiri, excepto vno Manechino, qui tamen parum fecit, & id parum maxima cum difficultate. Sed nos excogitauimus per organa facilem inuentionem, qua non tantum duas medias proportionales duabus datis, sed quotquot propositum fuerit ut inueniamus, & eo inuento poterimus deinceps ad cubum reducere propositum solidum lineis æquè distantibus contentum, aut etiam ex vna aliam figuram formare, quæ aut æqualis, aut maior sit, seruata similitudine. Quoniam nulli dubium est, quin huiusmodi instrumento duplicari possint aræ, edificiaque & ad cubum referri liquidorum, & siccorum mensuræ, ut modiorum, & similium, quarum mensurarum lateribus vasorum capacitas dignoscitur, & et summam dicam, quæstionis huius cognitio utilis est volentibus duplicare, aut maiora reddere organa, è quibus tela, saxa, aut fere æ præ mittuntur. Nam necesse est omnia in latum, & in longum crescere proportionem quadam, siue foramina sint, siue nerui, & innumera alia, aut quicquid opus fuerit, si totum proportionem augeri cupimus; quod fieri non potest sine medijs inuentione.

3 *Habes in antecedenti epistola 1 occasionem duarum mediarum proportionalium datam esse à quæstione duplicandi cubi &c. & ex hoc exemplum Abductionis Geometricæ, de qua vide inferius § 9. 11. non esse*

esse problema id potius curiosum, quàm utile, quod utilitates tot practicas habet. Exempla præcipuorum è prædictis vsuum habebis inferius apud nos in sectione secunda Brauiarj nostri stereometrici. Illuc te promoco.

§ III.

SCHOLION III.

De veterum molitionibus, & inuentis circa inuentionem duarum mediarum proportionalium. Recentiorum aliqua non diuersa ab antiquis. Animaduersio in Pappum noua, vel non prorsus vulgata è recentioribus & à nobis.

QUæ in epistola Eratosthenis innuuntur inuentiones, & instrumenta pro duabus medijs proportionalibus, fusius exponuntur è Veteribus ab Eutocio in commentar. ad Archim. de sphaera, & cylindro, & a Pappo lib. 1. propos. 5. & lib. 4 post 1 rop. 2. vsq. aa 26. Item a nostro Claudio in Geom. pract. & ab alyis; inter quos vide etiam Daniele Barbarum in Comm. ad lib. 9. cap. 2. Vitruuij, vbi habet inter vetera id noui quodd apponit orthographiam mesolabij Architæ, ac eius vsum sibi missa ab amico Antonio Maria Paccio.

Neq; vero nobis otium est censuram exercere, ac prodere deficientias aliorum siue antiquorum, siue recentiorum in molitionibus organicis, & geometricis circa hoc celeberrimum problema de duabus medijs. Geometricè sciens lector citatos à nobis Authores legat, ac de ijs, si lubeat, censeat.

Tantum hic indico non facile esse noua circa hoc problema moliri post acutissima Veterum inuenta, ac prouis aliqua afferri ab alijs, quæ coincidunt cum antiquorum inuentis. Exemplo sit Orontius in lib. de hætenus in Geometriâ desideratis, &c. vbi pleraq; prouis, atq; a se inuentis habet circa inuentionem duarum mediarum, quæ tamen non differunt ab antiquorum inuentis. Modi enim quos affert

Orontius de duabus medijs proportionalibus coincidis cum antiquis.

ferit in lib. I. propof. 1. vsq; ad propofitionem 4, sunt idem cum inuentionibus Eratoſthenis, licet Orontius aliquid variet, dum utitur ſuo illo gnomone, ubi diuiſio facta eſt lineolæ ſecundum mediam, & extremam rationem.

Pariter alij aliqui modi poſteriores apud eundem Orontium in idem cadunt cum demonſtratione, ac deſectia demonſtrationis Apolloniꝝ à nobis è veteribus allatæ, § 1. antec. Modus item propoſitionis 5 apud eundem Orontium eſt idem cum modo Platonis apud antiquos.

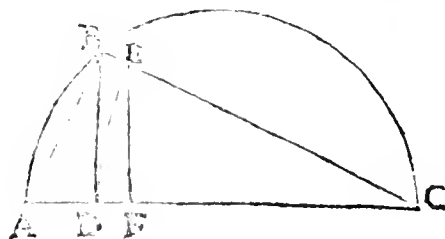
Pappus
m. ele. af-
firmat
proble-
ma de
duabus
medijs
eſſe tan-
tum è ge-
nere pro-
blematu
ſolutorũ.

2 Quod verò Pappus lib. 2. cit. affirmat problema de duabus medijs eſſe è genere tantum ſolidorum problematum (vide quæ nos perſcripſimus in To. 1. huius *Erarũ*, § 4. ad primam, & § 1. ad 35 propoſitiones libri 1. elem.) redarguitur ſententiæ falſæ ab ijs antiquorum, & Recentiorum, qui reſolventes eſſe etiam id problema planum, & lineare, dum id ſolvere conati ſunt vel per mixtas quaſdam ingenioſas lineas, vel per ſimplices ortum in plano habentes, ut ſunt rectæ, & circulares. Sic Nicomedes conchili, Diocles cissoidea, Menechmus ſectiõibus conicis. Rectis verò, atq; etiã circularibus lineis Erat hoſiæ, Stenes, ſporus, Plato niſi ſunt problema abſolvere.

At nos interim iam pridem apud alios vulgatis, ac protrititis, licet ingenioſiſſimis, veterum inuentis circa duas medias, &c. apponemus aliqua ſultem non paſſim vulgatiſſima è recentioribus inuentis, ut Lectori ſit aliquod pretium opera in legendis noſtris hiſce ad Euclidem condimentis,

§. IV.

Pro duabus medijs Theorema, ac Lemma.



IN ſemicirculo quolibet ABC , ſi applicetur qualibet recta CB , & à pũcto ſectiõis cum circumferentia B demittatur in diametrum perpendicularis BD ; in intervallo CD ſi ſecetur applicata in E , atq; a ſe-

ctiõne demittatur perpendicularis EF , erũt applicatæ ſegmenta BC , CE

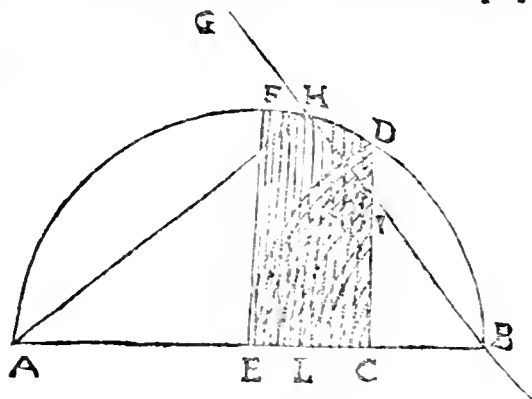
CE duæ mediæ proportionales inter diametrum *AC*, & inter segmentum *CF*. Iuncta enim *AB*, sunt tria tri angula inter se æquiangula *ACB*, *BCD*, *ECF*. nam in primo triangulo angulus *ABC* in semicirculo rectus est, in secundo, & tertio triangulo anguli *BDC*, *ECF* à perpendicularibus recti sunt, & angulus ad *C* communis est. Ergo reliqui reliquis æquales. Quare, per quartam huius, habent latera circa æquales angulos proportionalia. Igitur ut *AC* ad *CE*, ita *CB* ad *CD*, hoc est ad *CE* sectam ipsi *CD* æqualem, & ut *CB* ad *CE*, ita *CE* ad *CF*. Itaq; quatuor sunt rectæ inter se continuè proportionales *AC*, *CD*, *CE*, *CF*.

§. V.

PROBLEMA I.

Datis duabus rectis duas medias proportionales attentare, atq; interponere.

DAtæ sint maior *AB*, minor *BC* inter se in commune segmentum *CB* compositæ, inter quas oportet duas medias inuenire. Circa maiorem describatur semicirculus *ABE*, & ex minoris termino *C* excitetur perpendicularis *CD*.



Intervallo *BD* signetur diameter in *E*; ex *E* perpendicularis secet circũ. ferentiã in *F*. Deinde intra terminos *FD* varijs intervallis ex *B* fiant crebræ

aliquot sectiones in circumferentiã, ex quibus sectionibus demittantur in diametrum totidem perpendiculares. Ex *B* intervallis ad singulas perpendicularium cum diametro sectiones ducantur arcus sectiones.

circulo, quæ nostro negotio aptæ sunt. Accipiat^r norma duplicata EGH, cuius rectus angulus I sursum, aut deorsum moueatur per perpendiculararem CD, ac interim latus IB semper excurrat per punctum B, donec duellorum arcuum ex B per spatia EA, AD unum aliquem contingant in extremis latera IA, IH, cum vides factum ad extrema arcus GH; hoc enim factio duæ HE, IB erunt inuenta media proportionales inter AB, BC. Nam iuncta AH, statim patet demonstratio, & applicatio figura lemmatis proxime ante edentis. Ac pro norma geminata GIGHB in figura huius § 7, sunt in figura lemmatis recta CD, FN ad angulum rectum in N, & ibi ex D applicata DF in C notat in figura norma geminata extrema arcus G, H, &c. Itaq; in utraq; figura tria sunt rectangula aequiangula triangula. In figura quidem normæ geminatae trianguli AHB angulus H in semicirculo est rectus, in triangulo GIB angulus I normæ rectus est, in triangulo ICB angulus C à perpendiculari DC est rectus, & angulus ad B communis est tribus triangulis, &c. Igitur ut AB ad BH, ita BG, hoc est illi æqualis BH, ad BI, & BI ad BC. Quod erat faciendum.

SCHOLION V.

Lemma, & propositio proxime antecedentia à Villalpando sūt, à nobis tamen accisa, & aptius Tyronum captui explicata, & inter se collata, ut lucem accipiant inuicem. Vide plura, & verba ipsa, & instrumentū Villalpādi apud nos in Apiar. 2. Prog. 3, propos. 11. & scholia ad eam. Et ipsum Villalpanam cap. 3 ubi etiam per curuas quasdā, quas appellat proportionatrices, ingeniosè duas medias inquirat, &c.

§. VIII.

PROBLEMA III.

Aliter III.

Duas medias proportionales. &c. —

— Ut habes apud nos ex Platone in antecedētib^{us} ad propos. 8 bñius, & ad eius corollarium.

§. IX.

SCHOLION VI.

Quomodo duæ mediæ proportionales inferuiant duplationi cubi. Et in duarum mediarum proportionalium inuentione exemplum ad Aristotelis intelligentiam de Abductione Geometricà.

E *Uclides lib. II, Prop. 33.* similia solida parallelepipeda inter se sunt in triplicata ratione homologorum laterum. & *corollarium eius propositionis:* si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales, ut est prima ad quartā, ita parallelepipedum super primam descriptum ad parallelepipedum simile, similiterque descriptum super secundam. *Igitur, ut cubus dupletur, accipienda est recta, quæ dupla sit lateris dati cubi, & inter has duas duas mediæ proportionales inueniendæ sunt, ac super secunda excitatus cubus erit duplus dati cubi.* Nam ut linea quarta primæ est dupla, sic cubus excitatus supra secundam est duplus cubi super primam, per *propof.* & *corollar. cit.* Vide in Breuiario nostro Stereometrico in fine bu. 2 To. ad usum pro hac duplatione cubi.

2 Quoniam ergo cubi duplatio eget inuentione duarum mediarum proportionalium, ideo abducta est quæstio duplationis cubi ad quæstionem duarum mediarum &c.

Abductio Geometrica quæ nã.

Optime, atq; opportune huc *Proclus lib. 5. in eomm. ad Eucl. primam propositionem.* Abductio (*inrudite interpres: inductio*) est transitus a proposito problemate, vel theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositum quoq; perspicuum est. Exempli causa, cum cubi duplatio proposita esset ad inuestigandum, quæstionem in aliud transfudere, quod illud propositum consequitur, ad duarum nempe mediarum linearum inuentionem translata est quæstio, & sic quærebant deinceps: quoniam modo datis duabus rectis lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primum autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum titularum Abductionem fecisse, qui & lunulæ quadratum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit.

3 Hic quasi corollary loco patet quid sit *Abductio*, de qua *Arist.* in li. 2 *Priorum Resolutoriorum* cap. 31. Vbi & exemplum ponit quadratæ lunulæ ab *Hippocrate*, qui à quæstione de circuli quadratura fecit *Abductionem* ad quæstionem de rectilineo, quod æquale circulo sit, ac de recta linea ducenda, quæ æqualis sit circuli peripheriæ. &c.

§. X.

SCHOLIION VII.

Dux mediæ proportionales iam pridem antiquorum inuentis geometricè, ac demonstratiuè inuentæ sunt.

Miror aliquos in Geometricis canillosè philosophantes, dū alienis inuentis inuident, audere in Geometrica philosophia, quam profitentur, ea negare, vel respuere, quibus nō firmatis, nutat præcipua moles eius philosophiæ, quam certissimam, ac firmissimam omnium humanarum scientiarum semper omnia sæcula venerata, & admirata sunt. Sic aliqui dum ab Antiquis inuenta (quibus certiora nec ipsi possunt inuenire) circa duas medias proportionales conātur labescere, non intelligunt penè vniuersæ Stereometriæ, atque aliarum Mathematicarum scientiarum, (aut etiam extra mathematicas artium) præclarissimas theorias, & operationes labescere, quæ pendent ab inuentione duarum mediarum proportionalium.

Quam pernicio sum sit negare duas medias proportionales inuētas.

Qualium theorematum, & problematū ad praxes aliqua sunt apud Euclidem in posterioribus libris, in primis apud Archimedes, ac plures alios. Quos nugatos, non philosophatos esse, (& quidē publico cum errore omnium sæculorum, quibus semper in admiratione fuerunt) dicendi essent, dum aliqua demonstrant circa solida corpora, quæ vniuersæ firmitudinis sunt sine inuentis duabus medijs proportionalibus.

Nugæ non sunt quæ Archimed. &c. de solidis &c.

Nos igitur licet hic in antecedentibus aliqua protulerimus etiam à recentioribus circa inuentionem duarum proportionalium, ea tamen non præposuimus, sed apposuius antiquis inuentis, & ad copiam, non ad indigentiam ea exposuimus, quasi melioribus, aut certioribus indigerent antiquorum inuenta circa duas medias. Itaq; quod olim in Apiar.

quia duæ mediæ proportion. rite sunt inuenta.

Nicomedis
modus
pro 2
med. pro-
port. in-
uentione
optimus,
demon-
strati-
uus, &c.

*Apiar. 3 prog. 1. ad Nicomedis conchoiden, quasi dubij, ac trepidi pronuntiamus, hic disertè profiteamur, ut Geometricæ philosophiæ partem potiore de solidis verè esse solidam ostendamus, affirmamusq; duas medias proportionales iam pridem geometricè, ac demonstratiuè inuentas. Nam ut reliquorum Antiquorum inuenta omittam, & saltem vnum indicem, cuius, & apud nos vestigia sunt, duæ mediæ inuētæ per modum Nicomedis opelineæ conchilis, habent eam certitudinem geometricam, qua nulla maior desiderari potest in vllius problematis geometrica demonstratione. Non ducitur punctis discretis iuxta oculi æstimationem, sed ductu continuato regulari, certo, ac firmato in firmo, ac facili instrumento. Quod a circino in sui operatione non differt, nisi quod dum in orbem fertur cuspis lineæ cōchilis designatoria, eodem tempore regula, quæ quasi semidiameter est, etiā in longum fertur certo, firmo, regulari, & continuato motu. Vide id instrumentum etiam apud nos in *Apiar. 3 Progym. 1.**

*Eius instrumenti præcipuus vsus est ut à dato puncto ducatur re-
cta, cuius pars intercepta inter duas angulum facientes, sit æqualis al-
teri datæ. Quo facto per conchoiden lineam ab instrumenti continuato
ductu signatam, nihil desideratur præterea ad perfectam geometricā
demonstrationem, quam Nicomedes instituit, & perficit pro inuentis
a se duabus medijs proportionalibus. Vide, præter antiquos, apud Cla-
uium lib. 6 Geometriæ practicæ figuram demonstrationis Nicomedæ,
atq; in ea applica, & agnosce quæ hic a nobis indicantur, ut tibi con-
stet veritas nostræ sententiæ de duabus geometricè inuentis, & demon-
stratis medijs proportionalibus.*

Nico-
medis
suppositū
organi-
on, tamē
demon-
stratum,
etiam a
pud nos
geome-
tricè
circino,
& regu-
la pera-
gitur.

*Quod si præter circinum, & regulam non admittenda censeas alia
instrumenta pro operationibus geometricis, habes etiam a nobis in §
12 ad 32 propos. lib. 1. modum, quo datæ rectæ acceptum intervallum
transferatur secus regulam ad sectionem equalis rectæ interceptæ in-
ter duas angulum continentes. Quamquam satis apte, & sine dubita-
tione, apud ingenue philosophantes, ipsumet instrumentum Nicome-
dis transfert intervallum datæ ad æqualem datæ secandam æquæ, (at-
que etiam certius) ac circinus secus regulam. Vide nos in cit. § 12 &
in *Apiar. 3 cit. præsertim ad rem, in coroll. 2 post propos. 15 prog. 1.*
Quas ob res nulla superest dubitandi ratio de geometrica iam pridem
inuentione duarum mediarum proportionalium, ac de veritate, ac cer-
titudine omnium problematum stereometricarum prodeactum a dua-
rum mediarum proportionalium geometricè demonstrata inuentione.*

§. XL.

SCHOLION VIII.

De numeris medijs proportionalibus, & duobus & pluribus inter duos datos inueniendis.

Adornatum, & gustum Mathematica Philosophia Tyronibus acuendam, vide Clau. in erudita digressione ad 4 de fin. lib. 5. ubi de Geometrica in numeris proportionalitate, num. 10, vnde miros modos, & miras numerorum affectiones proferas ad inueniendos plures numeros geometricè medios proportionales inter quoslibet duos. &c. Vide & Orontium de reb. Math. lib. 1. propof. 9.

Hic interim accipe aliqua ex Enclide lib. 8, quæ nescio qui quasi noua arcana inter sua furtim reposuerunt.

I. Igitur in cit. lib. 8. prop. 11 demonstratur: Duorum quadratorum numerorum vnus medius proportionalis est numerus. Sic inter primū, & secundum numeros quadratos 4, & 9 medius proportionalis numerus est 6, vt enim 4 ad 6, sic 6 ad 9. Inter secundum, & tertium numeros quadratos 9, & 16 medius proportionalis est 12; vt enim 9 ad 12, sic 12 ad 16. &c. Præxim verò inueniendi medium proportionalem numerum inter duos datos numeros vide inferius apud nos §. 8. ad propof. 17, ex qua propositione demonstratur ea praxis.

II. Propof. 12 cit. li. 8. Duorum cuborum numerorum duo medij proportionales sunt numeri. Sic inter duos primos cubicos numeros 8, & 27 duo medij proportionales numeri 12, & 18 intercedunt, ac vt 8 ad 12 ita 12 ad 18, & 18 ad 27 in eadem continuata proportione.

Mira verò proprietas est unitatis comparatæ cum quadratis, & cubicis numeris spectans ad nostrū negotium de numeris medijs proportionalibus. nam —

— III. Inter unitatem, & quemlibet numerū quadratum intercedit numerus medius proportionalis. Sic inter 1, & primum quadratum numerum 4 intercedit numerus medius proportionalis 2, ac vt 1 ad 2, sic 2 ad 4. Inter 1, & secundum quadratū numerum 9 intercedit medius proportionalis numerus 3, ac vt 1 ad 3, sic 3 ad 9.

Accipe à nobis hic regulam vniuersalem ad praxim. Radix cuius-

Inter
duos nu.
quadra.
vnus est
medius
propor-
tion.

Duorū
cuborū
numero-
rum duo
medij
propor-
tionales.

Inter v-
nitatem
& quem
libet nu.
quadrata-
tum est
medius
proportio-
nalis.

libet numeri quadrati est numerus medius proportionalis inter suum quadratum, & unitatem. 4 radix quadrati 16 est numerus medius proportionalis inter 1, & 16; ut enim 1 ad 4, sic 4 ad 16. Quadrati 25 radix 5 est numerus medius proportionalis inter 1, & 25; ut enim 1 ad 5, sic 5 ad 25. &c. Vide tabellam apud nos in Ap. 11, Prog. 4, cap. 7. Nec opus est ambagibus Benedicti in theor. arith. 33, & 34. Nā patet à radice in se multiplicata, id est toties sibi addita, quot continet unitates, produci quadratum, ergo &c.

Inter unitatē, & cubicum duo medij proportionales numeri sunt. IV. Inter unitatem, & quemlibet numerū cubicum duo medij proportionales numeri sunt. Sic inter 1, & primum cubicum 8 duo medij sunt proportionales 2, & 4; ac ut 1 ad 2, sic 2 ad 4, & 4 ad 8 in eadem continuata proportione.

Pulchra proprietates. V. Ex Benedicto, theor. 35. Numerus quilibet per alium aliquem unum, eundemq; multiplicatus, & diuisus, est medius proportionalis inter productum, & quotientem. 20 multiplicatus per 5 producit 100, diuisus per eundem 5 dat quotientem 4. Inter 100, & 4 medius est proportionalis 20, ut enim 4 est quinquies in 20, sic 20 est quinquies in 100.

Hactenus hæc paucula in numeris mira, & iucunda pro condimento Tyronibus circa prædicta de lineis medijs una, & duabus proportionalibus inter duas datas.

§. XII.

COLLARIVM.

De sectione datæ lineæ in lubitas partes continuè proportionales.

PRædicta in numeris indicata inferuire possunt negotio geometrico, in quo versati sumus hactenus, de duabus medijs proportionalibus, immo pro sectione datæ rectæ in quotlibet continue proportionales partes. Exemplum esto pro sectione in quatuor continue proportionalia segmenta. Data recta interponatur inter extremos numeros, puta 27, & 27 acceptos in circino in partes æquales diuiso, & acceptis intervallis inter 8, & 8, inter 12, & 12; inter 18, & 18 secetur data recta, cuius partes tres sic sectæ cōparatæ cū tota, erūt quatuor rectæ lineæ continuè proportionales, ut sunt numeri 8, 12, 18, 27, &c. iuxta proprietatem indicatam in anteced. § 11, nu. 2. Similia alia sic applica.

De

*De inuentionibus linearum proportionalium
etiam in Proportionalitatibus Arithme-
tica, & Harmonica.*

§. I.

SCHOLION I.

*De procreatione Harmonicæ à Geometrica
Proportionalitate.*

Quemadmodum ad 9, & 10. propos. docuimus lineas di-
uidere in triplici genere præcipuarum Proportionalita-
tum, scilicet non solum in Geometrica, sed etiam in Ari-
thmetica, & Harmonica; ita & hic æquum alicui
fortasse videatur post hanc 13. prop. quæ ultima est de lineis propor-
tionalibus inueniendis in Geometrica proportionalitate, addere sal-
tem aliqua de inuentionibus linearum proportionalium etiam in Ari-
thmetica, & Harmonica proportionalitatibus. Age fiat satis æquo
Tyronum desiderio, sed cum ea exceptione, ac terminis apud nos con-
suetis, id est ut indicatis tantum apud alios iam vulgatis, si quid apud
alios non vulgatum occurrerit apponamus. Et quoniam exigua sunt
ingenioli nostri vires, iacò paucula, & breuiter promissus.

Itaq; qui plura, & iam pridem vulgata, sed non pro vulgo, exqui-
rit circa inuentiones linearum proportionalium non solum in triplici,
sed & in decem generibus Proportionalitatum, videat Pappum cita-
tum à nobis ad 10 prop. Eucl. ubi de sectionibus linearum; videat etiam
Clauium, ac si qui alij à Pappo, & post Pappum, &c.

2. Omissis reliquis, notatione dignum nobis visum est id, quod acu-
tè apud Pappum docetur de modo, quo ex Geometrica proportionali-
tate gignitur Harmonica. Omitto Arithmetica ex eadem Geome-
trica procedentem, solè de Harmonicæ ortu à Geometrica loquar, quia
vsi mox futurus nobis est. Propositionis mox à nobis afferendæ de-
monstrationem geometricam (quam Clauius ad numeros transtulit)
vide apud Papp. lib. 3, propos. 20. Aptius Tyronum doctrinæ hic
fiet (ut ad propos. libri 2, & 3) si propositionis ostensionem quam-

dam in numeris faciamus, ac in lineis, quasi per unitates, in partes aequales concisis. Videbis eum, qui sit instructus geometrica proportionalitate (de qua nos hactenus abundè cum Euclide) possidere etiam vi, ac potentia reliquas proportionalitates a Geometrica prodeuntes.



Finge in Geometrica Proportionalitatis proportionem aequalitatis (facilitatis, & evidentiae maioris gratia) esse tres lineolas, quasi tres unitates A, B, C ; ut ex earum Geometrica Proportionalitate fiant tres lineae in Harmonica Proportionalitate, affirmat Pappus: duabus A , tribus B , & vni C , sit aequalis D ; duabus B , & vni C sit aequalis E ; & vni B , & vni C fiat aequalis F . Dico D, E, F harmonicam constituere medietatem. &c. Huius propositionis regulam intellige vniuersalem circa quodlibet aliud genus proportionis Geometricae cuiuscumque, inaequalitatis. Addit Pappus in fine Geometricae demonstrationis; manifestè patet si ABC unitates ponantur, eam (scilicet harmonicam rectarum D, E, F . Proportionalitatem) consistere in minimis numeris 6, 3, 2. Regula abstractè vniuersalis est: Trium linearum in harmonica proportionalitate prima, & maxima constat ex prima (in Geometrica Proportionalitate) geminata, ex

secunda, siue medià triplicatà, & ex tertià semel assumptà. Secunda (siue medià harmonica) constat ex medià (geometricà) geminatà, & ex tertià semel assumptà. Tertia ac minima harmonica constat ex medià, & tertià, siue minimà geometricà simul iunctis.

3 Figura applico, & affirmationis veritatem ostendo. Vides, posita proportionem aequalitatis trium A, B, C in Geometrica Proportionalitate, primam, & maximam inaequalium D compositam esse ex A geminata, & ex B triplicata, & ex C semel assumptà, hoc est ex sex partibus, quarum duae priores aequales sunt primae A , tres sequentes sunt aequales secundae B , sexta aequalis est tertiæ C . Vides secundam inaequalium, siue mediam E , constare ex B geminatà, & ex C semel assumptà, hoc est ex tribus partibus, quarum duae priores aequales sunt mediæ B , tertia pars est aequalis tertiæ C . Vides tertiam inaequalium F constare ex B , & C simul assumptis, hoc est ex duabus partibus, quarum prior aequalis est mediæ B , posterior tertiæ C .

Ac sunt tres (sic ex geometricis lineis constat) D, E, F in harmonica Proportionalitate, quia eadem est proportio primæ D ad tertiam

ziam F, quæ differentia inter D, & E ad differentiam inter E, & F, ut patet in numeris 6, 3, 2, in quibus, ut 6 ter continet ipsum 2, sic differentia 3 inter 6, & 3 ter continet 1 differentiam inter 3, & 2.

Accipe pariter in numeris exemplum procreationis harmonice proportionalitatis ex Geometrica inaequalis proportionis, puta in sequialtera, in qua sunt geometricè se habentes numeri 9, 6, 4. Iuxta regulam antepositam ex 9 bis assumpto, ex 6 ter, ex 4 semel fit summa primi termini harmonici 40, ex 6 bis, & ex 4 semel assumptis fit summa medij termini 16; ex 6, & 4 fit tertius terminus harmonice proportionalis 10. Atq; ut 40 ad 10, sic differentia inter 40, & 16, hoc est 24 ad differentiam inter 16, & 10, hoc est ad 6. Geom. 9, 6, 4. Harmon. 40, 16, 10.

§. II.

L E M M A.

Ex harmonica Geometricam Proportionalitatem procreare.

Hoc Pappus non habet. Nobis vñi futurum est in sequenti Problemate. Accipe Lemmatis solutionem applicatam figuræ antecedenti. In Harmonica Proportionalitate sint D, E, F; ut ad Geometricam reuascantur sic operare. Detrahe minimum terminum F ex medio E, 2 ex 3, & reliquum primum repone pro medio termino B Geometricæ Proportionalitatis. Ipsum B detrahe ex minimo Harmonico F, 1 ex 2, reliquum 1 repone pro altero extremo C Geometrico. Denique iunge inter se minimum Harmonicum F cum duplo medij Geometrici B, idest 2, & 2, idest summam 4 confice, quam detrahe ex maximo harmonico D, idest detrahe 4 de 6, & residui dimidium, idest residui 2 semissis 1, erit alterum extremum A Geometricæ Proportionalitatis ex Harmonica.

Accipe etiam exemplum alterum in resolutione ad Geometricam inaequalitatem. In Harmonica sunt 40, 16, & 10, minimus terminus 10 ex medio 16 subtrahitur relinquit 6, quæ est medius Geometricus, idem 6 sublatus ex medio harmonico 10 relinquit 4 minus extremum geometr. minimus harmon. 10 compositus cum duplo medij Geomet. 6, idest 12, & 10 conficiunt summam 22, quæ subtracta è maximo

har.

harmonico 40, relinquit 18, cuius dimidium est 9 tertius, ac minimus terminus Geometricus. Harmon. 40, 16, 10, Geomet. 9, 6, 4, est harmonica.

Ex antedictis tu, mi Tyro, elice regulam vniuersalem, & abstractam procreandi Geometricam ex Harmonica proportionalitate.

§. III.

PROBLEMA, & Paradoxum.

Datis duabus rectis, media, & minore extrema, maiorem extremam in Harmonica Proportionalitate inuenire per analogiam ad Geometricam.



Quod Pappus, & ex eo alij solunt, nos aliter ex antecedenti lemmate soluimus quodā modo paradoxico, scilicet maiorem extremum terminum Harmonicum inueniendo ex maiore Geometrico. Data sint E media, & F minima, quibus maxima D inuenienda sit in Harmonica Proportionalitate. Per antecedens lemma analytice eant E, F in B, C. Ipsi B, C inueniatur tertia maior proportionalis in geometrica proportionalitate, per proposit. 11. Eucl. & modos nostros ad eam; inuenta q, sit A, quam, & Schol. anteced. & è modo Pappi auge in D, eritq; D tertia maxima quæsita harmonicè. Augetur autem A in ipsam O harmonicam per compositionem geminatæ A, triplicatæ B, & semel assumptæ C, id est ex 1 fit 6. siue sit ex A ipsa D per additionem ipsarum E, F ad A, in hoc exemplo æqualitatis, hoc est per summam ex 3, 2, 1 in 6.

Pariter in exemplo numerario altero, datis 16, & 10, inuenies extremum maximum harmonicum, si, per antecedens lemma, re. oluas 16, & 10 in 6, & 4; quibus tertio proportionali maiore 9 addito, ipsum 9 augeatur harmonicè, si geminetur in 18, & addatur medius geomet. 6 ter, & semel extremus minimus 4. ex 18, 18, 4 fit sum-

summa 40, qui est maximus, ac primus terminus quaesitus in harmonica proportionalitate 40, 16, 10, atq; inuentus analyticè ex Geometrica Proportionalitate.

§. IV.

SCHOLION II.

Dato medio, & maiore extremo, inuenire minus: datis extremis, inuenire medium, &c. in
• Harmonica Proportionalitate.

Vide Pappum propof. 9. vbi inuentionem docet minoris extremi in harmonica proportionalitate, vide & nos in antecedentibus ad 10 propof. § 18, vbi de inuentione medij in proportionalitate harmonica. Ad Pappum reuecimus, quia nihil noui habemus circa inuentionem minoris extremi in harmonica &c sicut è nostris aliqua non vulgata protulimus circa inuentiones medij, & maioris, &c.

§. V.

SCHOLION III.

De Inuentionibus extremarum, & mediæ linearum in Arithmetica Proportionalitate.

Vide nos ad propof 5. lib. 2. elem. vbi in loco ex demonstratione, & figura eius 5 propofit. omnia facillimè patent speciantia ad inuentiones extremarum, & mediæ proportionalium linearum in Arithmetica Proportionalitate.

§. VI.

SCHOLIION IV.

De Inventionibus extremorum, & mediorum
numerorum in Proportionalitatibus Har-
monicà, & Arithmeticà.

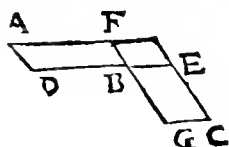
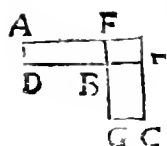
V Ideo nos ad propof. 5. lib. 2. ut ex ijs ornes, ac dices etiam in
numeris antedicta de lineis harmonicè, & arithmeticè pro-
portionalibus; quemadmodum habes in antecedentibus, &
II, à numeris iucunda, & curiofa pro ditandis, & ornan-
dis linearum proportionalium inventionibus &c. in Proportionalita-
te Geometricà.

Propofitio XIV. Theor. IX.

*Aequalium, & unum uni angulo aequalem ha-
bentium parallelogrammorum reciproca sunt
latera, quæ circa æquales angulos. Et pa-
rallelogramma, quæ unum uni angulum æ-
qualem habent, & quorum reciprocantur
latera circa æquales angulos æqualia sunt.*

Sint parallelogramma AB, BC æqualia habentia an-
gulos ad B æquales, positæque sint DB, BE in direc-
tum, æ erunt ei go & FB, BG in directum. Dico pa-
rallelogrammorum AB, BC latera, quæ circa æquales an-
gulos, esse reciproca. Hoc est, esse ut DB ad BE, ita GB
ad BF. Perficiatur enim parallelogrammum FE. Et quia
AB

*n Colli-
gitur ex
13. 14.
15. 1.*



AB, BC parallelogramma æqualia sunt, aliud autem quoddam est F-
E, *b* erit vt AB ad FE, *b* *prop.* 7.
ita BC ad idem FE. sed *5.*
c *prop.* 1.
6.

vt AB ad FE, ita est DB ad BE; & vt BC ad FE, ita est G-
B ad BF. *d* Ergo est vt DB ad BE, ita GB ad BF. Paralle-
logrammorum ergo AB, BC *e* latera sunt reciproca. *i* Re-
ciprocantur iam latera, quæ circa æquales angulos; sitque
vt DB ad BE, ita GB ad BF. Dico parallelogramma AB,
BC æqualia esse. Cum enim sit vt DB ad BE, ita GB ad B
F. *g* Et vt DB ad BE, ita AB ad FE; atque vt GB ad BF, *g* *prop.* 1.
ita BC ad FE, erit vt AB ad FE, ita BC ad idem FE; *b* æ-
qualia ergo sunt parallelogramma AB, BC. *h* *prop.* 9. *5.*
ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLIION I.

Ex harum 14, & 15 *prop.* parte setunda habes demonstratam in
vfu geometrico centri gravitatis æqualitatem figurarum. Vide
in Epilogo planimetrico sub finem 3 partiu hu. 2 Tomi.

§. I.

PROBLEMA I.

Dato parallelogrammo equale pa-
rallelogrammum, ex vfu *prop.*
14, describere.



Dati parallelogrammi AB quodlibet latus
AC extendatur in directiõ ad libitum ter-
minum D. Ac fiat reciproce vt DA ad C.
A, sic AE ad AF: rectangulum DF æqua-
le

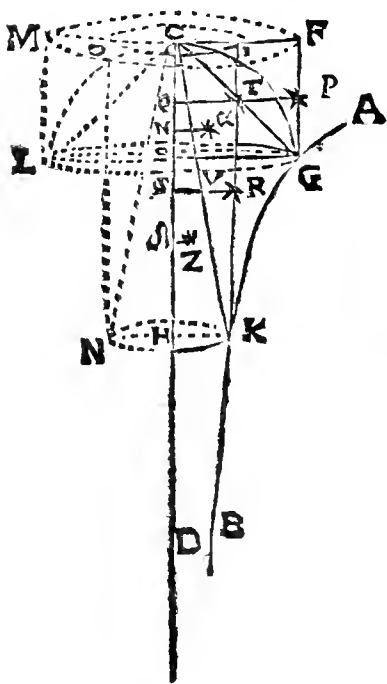
le est rectangulo $\triangle E$. Habent enim circa communem angulum A latera per constructionem, reciproce proportionalia, iuxta hanc 14 huius, Erit hæc praxis nobis usui pro nouo modo describenda hyperbole, etiam intra asymptotos, ad 29 huius.

§. II.

THEOREMA I.

Si parallelogrammorum rectangulorum inter hyperbolam, & rectam asymptoton latus asymptoto parallelum ad distantiam alterius

lateris gyri concipiatur, fient superficies cylindricæ sine basibus, omnes inter se se æquales.



T Raducamus iam facile usu centri gravitatis hanc propos. 14 etiam ad superficies aiquas rotundas. Hic in loco, ubi supponitur 14 huius, libet aperire præclara theoremata, quæ deducuntur ex demonstrato theoremate (de quo in ana. ecto 10 ad Apollaria, & ad 35. lib. 1, & ad primam huius, & inferius ad 29) de parallelogrammis (& triangulis inferius ad 15 huius) aequalibus inter asymptotos. Ut videas hic, & alibi in utroque huius Erarii tomo à nobis elementa Geometrica philosophiæ etiam ad ultra elementa produci

accelerari. Ad cylindricarum, & conicarum superficierum, & solidatum quantitates, dimensiones, & proportiones, &c. hinc gradum facillimum, sine ulla necessitate demonstrationum ex Archimedeis, vel posterioribus Euclidianis; et mox videbis.

Esto hyperbole AB , & recta illi asymptotos CD . Parallelogrammorum rectangulorum (evidentiæ, ac facilitatis gratiâ, finge angulum rectarum asymptoton CD , CF comprehendentium hyperbolæ utrinq; descriptam, esse rectum in C) EF , HI finge latera FG , IK ad distantias EG , (sive PQ) & KH (sive SR) gyrari parallelos, quæ circa axem, circa asymptoton CD ; ealatra (sive lateribus tamen inter CF , EG , CI , KH) dum sic gyranur in orbem perfectum, producent geminas cylindricas superficies sine basibus, quales finge $EGLM$, & KNO , quæ inter se seerunt æquales. Idemq; fiet ex lateribus quorumcumq; parallelogrammorum inter asymptotos producentibus semper æquales inter se cylindricas superficies.

THEOREMATIS —

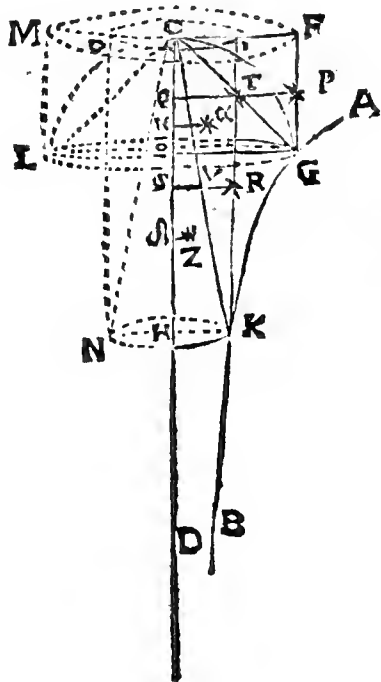
— Præcedentis facillima demonstratio ex novo usu centri gravitatis.

Licet ex demonstratis apud Antiquos liceat nobis demonstrare propositionem præcedentis Theorematis, tamen (Deocrates) unus nobis ex domesticis noster Guldinus sufficit pro antiquis, & neotericis omnibus Qui Guldinus regulâ unicâ, brevî, facillimâ, & uniuersalissimâ, congruente cum antiquorû, & aliorum omnium demonstrationibus, &c. lib. 2. de centro gravitatis cap. 8, quasi aurea geometricâ clauē (sic iterû, ac tertio iuuat eam appellare) tam ingentem thesaurum, & tantam copiam aperuit pro demonstrationibus, constructionibus, proportionibus superficialium, & solidarum (præsertim quas vocant rotundas) figurarum, ut unus longe plura corpora, & plures superficies nouarum figurarum sub cognitionem, & demonstrationem geometricam produderit, quàm ceteri omnes simul antiqui, & neoterici geometrici philosophi.

Latera FG , IK bifariensur in P , R , & iungantur ad rectos in QS rectæ PQ , RS . Quoniam, ex citato Guldino, in rectanguli EF latere FG , centro gravitatis T , rotato parallelus ad distantiam PQ , circa

asymptoton CD , superficies cylindrica sine basibus, quam producit id
 latus FG , est equalis superficiei comprehensa sub FG , & sub peri-
 pheria, quam describit centrum gravitatis P , hoc est rectangulo (sive
 producto) sub FG , & recta, qua sit equalis peripheria descripta à P .
 Itemq; in rectangulo HI superficies cylindrica sine basibus, quam
 describit latus IK in rotatione parallela circa CD , est equalis super-
 ficiei comprehensa sub IK , & sub peripheria designata à centro gra-
 vitatis R lateris IK , hoc est rectangulo sub IK , & recta equali peri-

pheria ab R designata; atq; ex
 Pappo (vide nos in 1^o tom huius
 Ararj ad prop. 45. § 3.) ut pe-
 ripheria ex P ad peripheriam ex
 R , sic semidiameter PQ ad semi-
 diametrum RS ; ut autem PQ ad
 RS , ita reciprocè IK ad FG , per
 14 huius (sunt enim inter asymp-
 toton, & hyperbolem parallelo-
 grammata EF , HI equalia, iux-
 tà demonstrata in Aualleſis ad
 quartam editionem nostrorum
 Apiar. anal 10. igitur superfi-
 cies sub FG , & sub peripheria de-
 signata à P , pariterq; superficies
 sub IK , & sub peripheria ab R ,
 erunt inter se se equales, per hanc
 eandem 14 huius: ergo & superfi-
 cies cylindrica ex FG , IK circa
 CD (qua ex citata Guldini regu-
 la equales sunt superficibus sub
 IK , & peripheria ex R , & sub
 FG , & peripheria ex P) erunt &
 ipsa inter se equales. Quod erat
 demonstrandum.



§. III.

COROLLARIUM I, ac uniuersale.

Reſtorum cylindrorum superficies sine baſi-
 bus

bus productæ à lateribus etiam inæqualibus æqualiū rectangulorū sunt inter se æquales.

Patet ex proximè antere'nti demonstratione. Sunt enim superficies cylindricæ sine basibus æquales productæ ab æqualium rectangulorum lateribus etiam inæqualibus &c. Iuxta hanc 14 &c. qualia sunt in figura antecedent. Theorem. CE, CH; EG, HK. &c.

SCHOLION II—

—Confirmatorium præcedentium.

ASSERTIO illa in præcedenti demonstratione, atq; in Corollario uniuersali: superficies cylindrica sine basibus ex rotatione lateris FG, est æqualis rectangulo sub FG, & peripheria à semidiametro QP; item: superficies cylindrica ex rotatione lateris IK est æqualis rectangulo sub IK, & sub peripheria semidiametri RS: cōgruit etiam cum Archimedis propos 13 lib. 1. de sphaera, & cylindro; ubi demonstrat cylindri recti superficiem sine basibus æqualem esse circulo, cuius semidiameter est linea media proportionalis inter latus, & diametrum basis cylindri. Vide expressiora pro hac re apud nos in 3 par. bu. a to. ad finem l. 3. ubi eleuamus eum lib. ad geom. rotund. § 2, num. 6.

§. IV.

COROLLARIUM II.

Superficies cylindri recti sine basibus produci-
tur, ductà cylindri altitudine in circumfe-
rentiam basis.

Patet ex antecedentibus; nam rotatio, siue circumferentia con-
trorū P, R ad distantias PQ, RS, sunt è semidiametris basiū
IG, NK, quibus æquidistantes, & æquales sunt rectæ PQ, RS. Vi-
de & Guldinum lib. 3. cap. 1. propos. 6. §. 5.

tibus, & hic mox videbis) soliditas cylindrorum LF , NI conficitur ex ductu rectangulorum EF , HI in circumferentias, quas in rotationibus circa CD descripserunt contra gravitatis in T , & V , ubi sunt semissem rectarum PQ , SR , quæ bifariant rectangula, & quæ sunt æquales basibus rectangulorum eorundem EF , HI ; ac ipsa quidem rectangula sunt inter asymptotos æqualia, peripheriæ verò, ex inæqualibus semidiametris QT , SV descriptæ, sunt inæquales: ergo cylindrorum differentia, & proportionibus inæqualitatis desumenda sunt non à rectangulis æqualibus, sed ab inæqualibus circumferentiis centri gravitatis factis à semissemibus QT , SV basium ipsius PQ , RS æqualium. Ut verò sunt circumferentiæ, sic & diametri: ergo ut circumferentia facta à puncto T ad circumferentiam factam à puncto V , ita diameter, idest duplicata QT ad duplicatam SV , idest ad diametrum SR . At QP , SR sunt semidiametri basium LG , NK : ergo cylindri recti isoperimetri LF , NI habent inter se proportionem semidiametrorum in basibus.

SCHOLION III.

Congruit nostra demonstratio ex usu geometrico centri gravitatis cum ritè demonstratis ab alijs, qui probant cylindros rectos isoperimetros &c. esse inter se sicut diametri basium. Ut enim apud nos inter se sunt semidiametri, sic & pro illis duplicata semidiametri, idest diametri.

COROLLARIUM III.

EX prædictis etiam patet inter prædictos cylindros esse proportionem circumferentiarum in basibus. Ut enim semidiametri, & diametri, sic & circumferentiæ inter se.

§. VI.

COROLLARIUM IV.

Cylindrorum rectorum (isoperimetricorum sine basibus) recipiuntur sicut semidiametri
(etiam

(etiam diametri, & peripheriæ) basium, sic etiam soliditates cum altitudinibus.

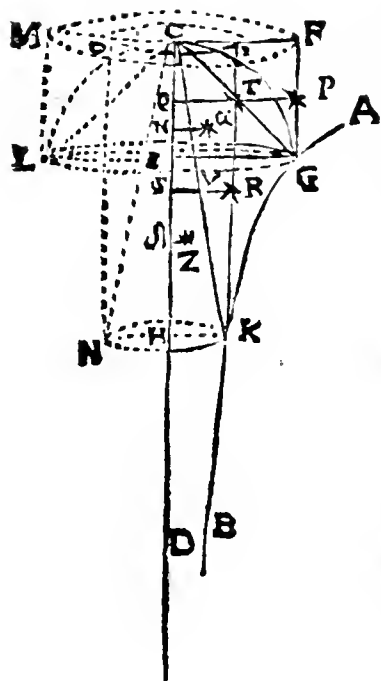
Sic semidiametri inter EG , & inter KH (hoc est illis æqualis $7 Q, RS$) cylindrorum LF, NI isoperimetrorum, (per demonstrata in antecedentibus) reciprocantur cum altitudinibus HC, EC ; sunt enim latera reciproca (ne discedamus ab usu huius propos. 14) rectangulorum æqualium inter hyperbolen $AGKR$, & asymptoton CD . Ac ut semidiametri, sic diametri inter NK , & inter LG , & peripheriæ basium circularium &c. iuxta antedicta, & probata. Ut verò, ex theorema. anteced. basium semidiametri reciprocantes cum altitudinibus, ex hac 14, sic soliditates inter se cylindrorum. Sic nos facilius deducimus ex antedemonstratis, & clarius iuxta formulam geometricam huius 14 proposit. affirmamus, quàm aliqui, dum dicunt: recti cylindri isoperimetri sine basibus, habent inter se proportionem altitudinum contrariè acceptarum. &c.

§. VII.

COROLLARIUM V, & VSVS—

—proximè præcedentiũ theorematís, & corollariorum in re vasaria pro liquidis. &c.

Finge factas, ac datas geminas æquales, atq; inter se congruentes superficies flexiles, areas, rectangulas, quarum latera, matora sint in data, vel lubita proportionē, puta triplā, vel duplā minoris lateris, velut hic in figura rectanguli HI latus HC respectu lateris CI . Ex datis laminis possunt fingi cylindrici duo cyathi isoperimetri sine basibus, nempe vel iungendo in unum duo latera longiora alterius lominis, unde prodeat cylindrus sine basibus maioris altitudinis, vel alter cyathus cylindricus potest fingi, iunctis in unum alterius laminæ lateribus minoribus, unde prodeat cylindrus sine basibus minoris altitudinis. Finge exēplum in LF, NI . Alterutra basium clausā à circulo in viroq; cyatho, ac vino infuso, quæ-



ro ex te, mi Tyro, primò, uter eorum cyathorum plus vini continebit? Secundo quantum plus vini alter altero cyathus continebit? Si altitudines HC , EC adspicias, te fallent, ac indicabunt maiorem cylindrum, qui minor est. &c. Cum ergo sint cyathi isoperimetri, spectandæ sunt, non altitudines, sed semidiametri basium, ex ante demonstratis. Quoniam verò minus altus cyathus LF habet in basi LEG semidiametrum EG , (nempe rectam illi æqualem PQ) puta duplam semidiametri KH (nempe rectæ RS illi æqualis) in altiore cyatho NI , idèd duplo plus vini continebit LF , quàm NI .

Ac si unicam rectangulam laminam habeas, e Geometricis theorijs docebit te Physica ut eam cylindricè inflectas, cõmis-

sis mineribus lateribus, ut plus vini & infundas, & haurias; at verò philosophia Moralis non abutens geometricis demonstrationibus, submittet tibi, mi Tyro, Temperantiã quasi Pincernam, qua cylindricum poculum ex eadem laminã, commissis longioribus lateribus, minus capax, ac vino lymphato infusum tibi propinet, quod aptius erit Mathematicis abstractionibus intelligendis, & exercendis.

Hactenus aliqua ex usu, & demonstrationibus à 14 propos. huius circa rectangularum, & cylindricarum superficierum, & soliditatum reciprocaiones inter hyperbolicam, & rectam asymptotos &c. Graaum iam faciamus ad aliqua circa reciprocaiones, & partus aliquos geometricos triangulorum æqualium inter easdem asymptotos. *Hel. prop. 15 § 3. et.*

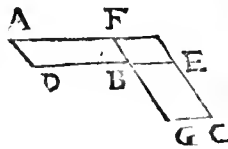
§. VIII.

THEOREMA III.

Ff

Im

In parallelogrammis omnia complementa eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, sunt reciproca, siue habent latera reciproca.



R Enise, ac reponere hic figurā proposit. 43 libri 1. Euclid. siue malis in figura hic huius propos. 14. productis lateribus

AD , CG , & concurrentibus in angulum, fingere factum esse parallelogrammum, circa cuius diametrum sunt parallelogrammata $ADBF$, & imaginatum DG sub rectis DB , BG oppositè geminatis. Quoniam per 43 propos. lib. 1. complementa AB , BC sunt aequalia, & angulos ad verticem B habent aequales, ergo circa B habent latera reciproca &c. iuxta hanc propos. 14; ac sunt ipsa complementa AB , BC reciproca, iuxta definit. 2 huius lib. 6.

§.IX.

Vsus, & applicatio 14 prop. ad solutionem eximij theorematidis circa diuisionem arithmetica.

Quod pluribus docemus in *Apiar. nostro* 11, *Progym.* 4 cap. 3, hic paucis expediemus. Theorema est. Eodem numero per plures diuifores diuiso, erunt diuifores, & quotientes in eadem proportionem, sed ordine conuerso.

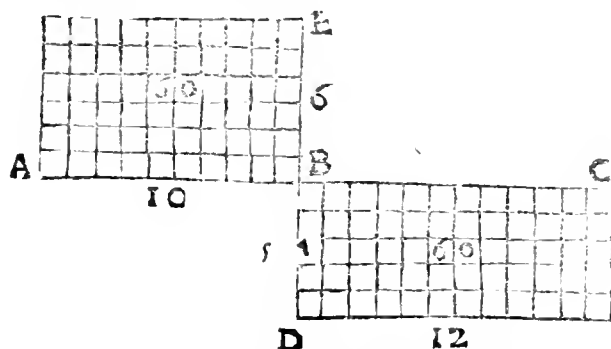
Esto numerus 60 diuisus per 10, 12, 15, 20, 30, & quotientes sint 6, 5, 4, 3, 2, ut vides in figuris arithmetice sequentibus:

60 (6. 60 (5. 60 (4. 60 (3. 60 (2. :
10 12 15 20 30

In quibus apparet esse ut 10 ad 12, ita 5 ad 6; ut 12 ad 15, ita 4 ad 5, ut 15 ad 20, ita 3 ad 4; ut 20 ad 30, ita 2 ad 3.

Qua

Quanam ratio, aut demonstratio linearis, aut geometrica huius
eximie proprietatis arithmeticae? Nempe quam mox videbis ex hac
14 propof. Eucl. Si enim numerum 60 in rectangula distribuas (vt
vides in appofita Geometrica figura) & noris, aut opereris iuxta
fupposita ex arithmetica theoris apud nos in cit. Apiar. 11, flatim
prodit demonstratio ex 17 hic prop. Eucl.



Nam cum idem fit numerus planus 60, siue sint omnia ea minora
rectangula inter se aequalia areis, & angulis rectis, erunt eorum late-
ra, quae fiunt à numeris diuisoribus, & quotientibus, reciproca, iuxta
defia. 1. & propof hanc 14. hoc est vt AB ad BC, idest diuisor 10 ad
diuisorem 12, ita DB ad BE, idest quotiens 5 ad quotiētem 6, & pa-
riter de reliquis. Vide, & applica figuris multiplicatis in Apiar. cit.

§. X.

SCHOLIION V.

Demonstratio vniuersalissima propositionis 14
pro omni quantitate.

Silicet pro discretà, idest etiam in arithmetica, & pro conti-
nuà quantitate, scil cet in figuris non solum planis, sed etiam
solidis. Igitur vniuersalissimè sic formetur propositio: Quan-
tatum reciproce proportionalium producta sunt aequalia.
Sint quasi duorum parallelogrammorum quadrangulorum, quasi la-

ter, quatuor numeri reciproce proportionales 2, 6, 4, 12, quasi in primo parallelogrammo sit antecedens 2, in secundo consequens 6, item in secundo antecedens 4, in primo consequens 12, productum ex primo antecedente 2, & secundo consequente 12, quod est 24, est æquale producto ex primo consequente 6, & secundo antecedente 4, quod pariter est 24. si ergo producentia 2, & 12, 4, & 6 sint lineæ, producant æqualia rectangula, si alterum sit linea, alterum superficies rectangula, producant æqualia solida parallelepipeda. Quare habes veritatem huius propof. 14 ampliatiſſimam etiam ad solida, & facile in numeris demonstratam propositionem 34 libri 11 de parallelepipedis.

§. XI.

SCHOLION VI.

De ampliatiōe primæ propofit. huius lib. 6.
ad pluriformia solida.

Vide in Epilogo nostro planimetrico, & agnosce per modum hunc uniuersalissimum demonstrandi de utroque genere quantitatis in notis logisticis, demonstratas simul libri 6 propofit. 1. & libri 7. propofit. 17, & 18; & lib. 11 propof. 25, & 32 de solidis parallelepipedis eiusdem altitudinis, quæ sunt inter se ut bases & lib. 12 propof. 5, 6, 7, 11, 13, 14 de pyramidibus prismatibus, conis, cylindris. Vide § 4, sect. 1 Breuiarij nostri Stereometrici; & sect. 2 pro vsibus.

§. XII.

SCHOLION VII.

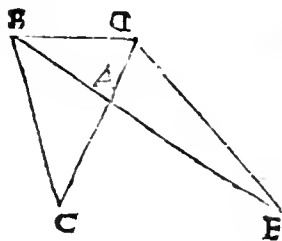
De ampliatiōe propof. 34, & 35 lib. 1
etiam ad pluriformia solida.

Quemadmodum ex occasione ampliata huius propof. 14 etiam ad solida iudicauimus ampliatiōem prop. 1 huius; ita libet
hic

hic indicare ampliationem etiam propof. 34, & 35 lib. I. quæ primis quidam gradus sunt ad propof. 1. hu. Vide igitur initio Epilogi planimetrici, & in Breuiarij noſtri ſtereometrici ſec. 1. § 2. Nam ex vniuerſaliſſima demonstratione per notas logiſticas de productis æqualibus ex duſtu eiuſdem quantitatis in æquales quantitates, patent propoſitiones ſtereometricæ libri 11, propof. 29, 30, 31; libri 12 propoſitiones 7, 11, & earum corollaria de parallelepipedis, de priſmateis, de conis, & cylindris æqualibus ſub eadem altitudine, & ſuper eadem vel æqualibus baſibus.

Propoſitio XV. Theor. X.

Æqualium triangulorum, & unum angulum uni æqualem habentium, reciproca ſunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ unum angulum uni æqualem habent, & quorum latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur, ſunt æqualia.



S Int triangula ABC, ADE æqualia, habeantq; vnum angulum BAC vni DAE æqualem. Dico latera, quæ circa æquales ſunt angulos, reciproca eſſe. Hoc eſt, eſſe vt CA ad AD, ita EA ad AB. Ponantur

enim CA, AD in directum; & erunt ergo & EA, AB in directum, & ducatur BD. Cum igitur triangula ABC, ADE æqualia ſint, ſitq; aliud ABD, ^a erit vt CAB ad BAD, ita ADE ad idem BAD: ſed vt CAB ad BAD, ita eſt CA ad AD, & vt EAD ad BAD, ita eſt EA ad AE: ^b Ergo vt CA ad AD, ita eſt EA ad AB. Triangulorum ergo ABC, ADE latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca ſint iam latera triangulorum ABC, ADE, & ſit vt

CA

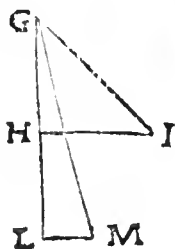
a Colli-
gitur ex
13. 14.
& 15. 1.
b prop. 7.
c prop. 1.
d prop.
11. 5.

CA ad AD, ita EA ad AB. Dico triangula ABC, ADE esse æqualia. Iuncta rursus BD, erit vt CA ad AD, ita EA ad AB; *¶ prop. 1. 6.* sed vt CA ad AD, ita est triangulū ABC ad triāgulum BAD; vt verò EA ad AB, ita triangulum EAD ad triangulum BAD. Vt ergo ABC ad BAD, ita est EAD ad idem BAD: vtrumque ergo ABC, EAD ad BAD eandem habet proportionem: *f. prop. 9. 5.* æquale ergo est triangulum ABC triangulo EAD. Acqualium ergo triāgulorum, &c. Quod oportuit demonstrare.

§. I.

PROBLEMA.

Dato triangulo æquale triangulum ex vsu propof. 15 describere.



Dati trianguli vnum latus GH producat, vt lubet, ad L. Fiat vt GL ad GH, sic HI ad parallelā LM, & iungatur GM. Triāgula GHI, GLM sunt æqualia. Habent enim circa æquales angulos H, L (externum, & internum sub parallelis) latera reciproce proportionalia, iuxta 15 huius.

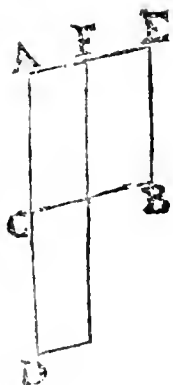
Erunt (hæc praxis, & quæ in § 1 ad prop. 14 antec.) nobis vsui pro nouo modo describēda hyperboles etiam intra asymptotos, ad 29 huius.

§. II.

COROLLARIUM.

Linea in infinitum est diuisibilis, hoc est non constat ex indiuisibilibus.

Quem-



Quemadmodum enim, ex postulato secundo, in fig. antec. § 1, & in §, ad propof. 14 hu. AD, GL in infinitum protendi possunt, sic AE, HI, in infinitum immitti possunt, alioquin tribus, DA indefinite, CA, AE finitis, vel tribus LG inefinitis, GH, HI finitis quarta proportionalis in latere AE, vel in latere HI non posset inueniri, quod est contra 12 hu.

Erit hoc corollarium etiam rursus nobis ad nouam demonstrationem de hyperbole asymptoto ad rectam, ad propof. 29. huius.

SCHOLION.

De conorum isoperimetris superficiebus sine
basibus.

Patet ex hac 15 (vt in § 2 ad anteced. 14 propof. hu.) à lateribus reciprocis triangulorum æqualium inter asympt. fieri æquales etiam conorum superficies, sine basibus.

§. III.

THEOREMA.

Conorum isoscelium ex gyratione triangulorum æqualium inter hyperbolen, & asymptoton soliditates inter se sunt vt semidiametri basium, & reciproce vt altitudines, è nouo vsu centri grauitatis, & cum vsu huius 15 prop.

Vt 14 propof. antec. sic & hanc 15 eleuamus facillime ad Stereometrica. Inter asymptoton CD, & hyperbolen GB triangula CGE, CKH finge gyron circa asymptoton CD; per-

ad tres & erit proportio semidiametri EG ad semidiametrum HK: ergo proportio coni LCG ad conum NCK est semidiametrorum. &c. Quod erat primo demonstrandum.

Secundo demonstro esse ut altitudines CE, CH, sic reciprocè conum ad conum. Quoniam enim equalia sunt triangula CEG, CHK inter asymptoton CD, & hyperbolem AB, & per hanc 15 propos. habent circa æquales rectos angulos ad E, & H latera reciprocè proportionalia, est ut altitudo CE ad altitudinem CH, sic reciprocè semidiameter HK ad semidiametrum EG; sed ut semidiametri, sic soliditates, per priorem huius theorematum partem demonstratam; ergo ut altitudines, sic & soliditates reciprocè in conis isoscelibus ex triāgulis equalibus inter asymptotos.

§. IV.

LEMMA—

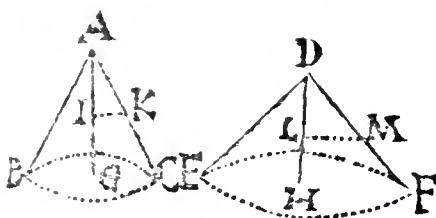
— Demonstratū ex nouo vsu centri grauitatis. Conorum rectorum, ac inæqualium altitudinum, quorum latera sunt æqualia, superficies sine basibus, sunt inter se, ut basium semidiametri.

P Remitto Lemma hoc vsui practico in re vasaria pro liquoribus, quem mox apponam. Demonstrationis hic indicandæ similitudo cum facta demonstratione in anteced. theoremate facit ut hic ponam hoc theorema. Quemadmodum enim coni inter asymptotes habent equalia triangula soliditates conicas constantia, rotationes verò centri grauitatis inæquales; sic & superficies conicæ hic à nobis propositæ habeant latera triangulorum rectis angulis opposita equalia designantia superficies; at rotationes centri grauitatis habent inæquales.

Itaq; sint in seq fig. sub isoscelibus superficies conicæ sine basibus (in equaliū altitudinum, siue inæqualium angulorum ad vertices A, D, ac proinde inæqualium etiam basium BC, EF, per 24 prop. li. 1.) factæ ab equalium laterum AB, AC, DE, DF rotationibus circè axes, siue

Gg

circa



circalatera AG , DH triangulorum ACC , DHF ; & sint semidiametri IK , LM peripheriarum signatarum à rotationibus centrorum gravitatis in dimidijs K , M laterum AC , DF . Quoniam superficies conicæ sunt æquales, productæ ex

ductu peripheriarum à punctis K , M signatarum in quantitatem laterum AC , DF (iuxta regulam geometricam centri gravitatis, quam etiam videbis in Schol. seq. congruentem cum aliorum demonstrationibus) & latera AC , DF ponuntur æqualia, ergo differentia, seu proportio inæqualitatis inter conicas eas superficies erit petenda ex inæqualitate semidiametrorum IK , LM sub inæqualibus peripherijs à punctis K , M designatis. Ut ergo peripheria à K ad peripheriam ab M designatam, sic semidiameter IK ad semidiametrum LM . Ut verò IK ad LM , sic semidiameter inter GC ad semidiametrum inter HF in æquiangulis triangulis AIK , AGC , & æquiangulis DLM , DHF . Ergo superficies conicæ BAC , EDF habent inter se proportionem semidiametrorum in basibus. Et quemadmodum LM maior est, quàm IK , sic semidiameter inter HF , maior, quàm semidiameter inter GC , indicat maiorem capacitatem superficiei sub EDF , quàm quæ sub BAC , licet maioris minor sit altitudo DH , quàm altitudo AG minoris superficiei conicæ; sine basibus accepta utrâq; superficiei.

SCHOLION.

Congruit præcedens demonstratio ex centro gravitatis cum ijs, quæ habet Villalpandus lib. 6. cap. 6. prop. 16, ubi demonstrat superficies conicas sine basibus sub æqualibus lateribus esse inter se, ut basium diametri; ac doctè ille quidem ex Archimede, & posterioribus libris Euclidis; at nos faciliùs pro Tyronibus ex usu geometrico centri gravitatis, sine necessitate aliorum Authorum. &c.



§. V.

VSVS, & COROLLARIUM ex --

--- Præcedenti Lemmate, ac theoremate in re
vasaria pro liquoribus. &c.

I Nuerte conicas superficies ABC , DEF , ac finge cyathos equalium laterum, inxqualium altitudinum. Ne te fallat maior altitudo GA , quàm DH , ac putes plus vini hausturum te ex ABC , quàm ex DEF , habes vnde à fallacia te eximas. Itaque Physica si geometricà demonstratione abutens te trahat ad haustum ex EDF , Temperantia per abstractionem geometricam renocet te potius ad haustum ex ABC .



TOMI SECUNDI ÆRARI

Philosophiæ Mathematicæ

PARS SECUNDA

Completens propositiones 16, &c. ad finem
libri 6.



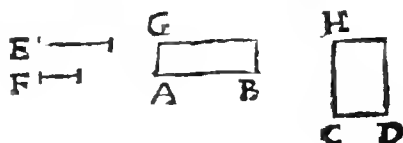
Propositio XVI. Theor. XI.

*Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint,
erit quod extremis continetur rectangulum
æquale illi, quod medijs continetur rectan-
gulo. Et si rectangulum extremis conten-
tum æquale fuerit medijs contento rectan-
gulo, quatuor illæ lineæ proportionales erūt.*



*A prop.
31.1.*

Int quatuor rectæ AB, CD, E, F propor-
tionales, vt AB ad CD, ita E ad F. Dico
rectangulum AB, & F contentum æquale
esse contento CD, & E. Ducantur à pun-
ctis A, C ad rectas AB, CD ad angulos
rectos AG, CH; sitq; ipsi F æqualis AG, &
ipsi E ipsa CH, compleanturque parallelogramma BG,
DH.



DH. Et quia est vt AB ad CD, ita E ad F, & est E ipsi C-
H, & F ipsi AG æqualis, erit vt AB ad CD, ita CH ad A-
G: ^{b propof.} parallelogrammorum ergo BG, DH latera, quæ cir-
ca æquales angulos sunt, recipiuntur: quorum autem ^{14.6.}
parallelogrammorum æquiangulorum latera recipiuntur: ^{c propof.}
illa æqualia sunt: parallelogramma ergo BG, DH æ-
qualia sunt. Et est BG quod AB, & F continetur (est enim
AG ipsi F æqualis) DH quod CD, & E continetur (est enim
CH ipsi E æqualis.) Quod ergo AB, & F continetur æqua-
le est ei, quod CD & E continetur rectangulo. Sit iam
quod AB, & F continetur æquale ei quod CD, & E con-
tinetur. Dico quatuor rectas esse proportionales. Vt AB
ad CD, ita E ad F. ijsdem constructis, cum quod AB, F
continetur, æquale sit ei quod CD, E continetur, sitque
BG id, quod AB, & F continetur (est enim AG ipsi F æqua-
lis) DH vero quod CD, & E cōtinetur (est enim & CH ip-
si E æqualis) erit BG ipsi DH æquale: & sunt æquiangula.
^d Æqualium autem, & æquiangulorum parallelogrammo-
rū latera, quæ circa æquales angulos, reciproca sunt. Erit ^{d propof.}
ergo vt AB ad CD, ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ li-
near, &c. Quod oportuit demonstrare. ^{14.6.}

SCHOLIION.

H *Asce 16, & 17 propof. aliter demonstratas ex vsu geometrico
centri grauitatis vide in Epilogo planimetrico sub finē 3 par-
tis huius, 2. 79.*

§. I.

COROLLARIUM I.

Propositio 16, & eius conuersa etiam ad trian-
gula rectangula traductæ.

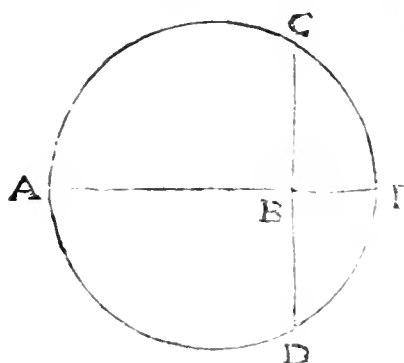
Nam quod demonstratum est de totis, idest rectangulis qua-
drilateris valet etiam de dimidijs, idest de triangulis rectan-
gulis. Applica, & fruere hac appendicula geometrica etiam
ad praxes non inutili, si mecum, ac quò ego prospicias.

§. II.

PARADOXVM —

— In Praxi, (firmatà partim ex hac 16 prop. I. 6.)
Tribus datis rectis lineis quartam proportio-
nalem inueniendi e lib. 3 Eucl.

AD hasce 16, & 17 spectant ea, quæ supponunt duas prop. li 3^a
in 3 par. hu. Tom. & expresso nomine praxen inscripsimus,
de moie aliorum authorum, apud quos dum praxæs exercē-
tur, nihil refert supponi aliqua in posterioribus deinde
completè demonstranda. Paradoxum verò etiam quod hìc proponi-
mus est quatenus id habet inepnati, ac noui, quod docet modum inue-
niendæ quartæ proportionalis (vt & ad seq. 17, tertiam, & mediam
videbis) e li. 1, in quo nullum eius inuentionis vestigium videtur inesse.
Finge enim tres datas esse rectas, quibus inuenienda sit quarta pro-
portionalis, ad quam ita se habeat tertia, vt prima ad secundam, iun-
gantur

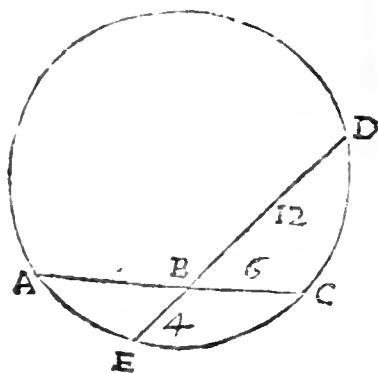


gantur in unam CD , secunda CB , & tertia ED , & ad unam BE ungatur ad angulos liberos (licet in exemplo figura hic appositæ ad B anguli recti sint, & AB per centrum transeat, & CE , ED sint æquales; quæ conditiones non sunt necessaria) prima AB . Per C , A , D ducto circulo, protracta BE erit 4. erūq; (nempe latera reciprocorum reſtangularum) ut AB

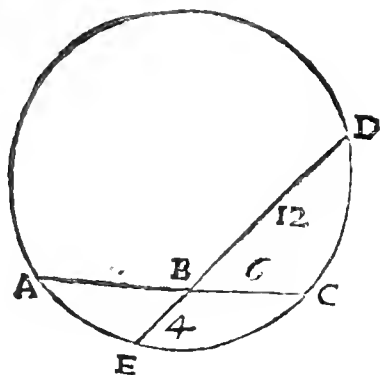
ad EC , ſic ED ad BE . Sunt enim, per 3 & tertij, reſtangulara æqualia, alterum ſub extremis AB , BE , alterum ſub medijs CB , ED ; ergo per hanc 16 ſunt quatuor AB , BC , ED , BE proportionales, & e lib. 3 inuenta eſt BE quarta proportionalis, iuxta à nobis propoſitum, ac præſtandum.

§. III.

Uſus 16 propoſitionis, & praxis inuentionis
quartę lineę prop. in circulo pro praxibus
vniuerſæ Geometrię practicę.



Exemplum imaginariū
eſt, pro Tyronibus in
Altimetria. Circa
turrē aliquam nota
ſint (per aliquem e modis a
nobis poſitis vel in Apiario
noſtro 2, & el in antecedenti-
bus ad propoſitiones huius li.
6. Eucl. 2, 4, 8, & c) tres quan-
titates lineares, prima, diſtā-
tia menſoris a baculo perpen-
diculariter ante turrē erecto
paſſuum puta 4; ſecunda, al-
titudo



titudo baculi pass. 8, cuius, & turris pariter vertex unius imaginaria recta ad pedes mensuris producta; tertia, sit distantia mensuris ad turrim, pass. 6. Iungantur in unam rectam AC (ut vides in figura) secunda, & tertia, id est altitudo baculi 8, & distantia mensuris à turri, scilicet 6, quæ sunt duæ rectæ AB, BC, mox ad iuncturam B adiungatur in lubito angulo prima

EB 4 distantia mensuris à baculo. Tum per A, E, C ducatur circulus. Protracta EB in D, & dimensa BD mensuris ipsarum AC, EB, prodēt mensuram quartam quæsitam, nempe turris altitudinē notatam in mensuris antecedentium triū, scilicet 12 passuum.

§ IV.

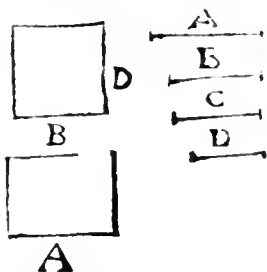
COROLLARIUM II.

In quo Praxis è 16 prop. ac vsus geometricus
aureæ arithmeticæ regulæ in circulo.

IN antecedenti vsu geometrico habes vsus, & praxim in circulo paradoxicam pro regula proportionum arithmeticâ, quâ aureâ vocant. Expressiora videbis inferius ad 17. hu. § 7 Hic interim indico ex antecedenti § 3 quasi corollarium; pro cuius intelligentiâ habes numeros in lineis anteced. fig. Atq; hic vsus reponi potest inter cetera circuli miracula.

Propositio XVII. Theor. XII.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato, quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato, quod à media fit, erunt tres lineæ illæ proportionales.



Sint tres rectæ A, B, C proportionales, vt A ad B, ita B ad C. Dico quod A, C continetur æquale esse ei quod ex B. Ponatur D æqualis ipsi B. Et cum sit vt A ad B, ita B ad C, sit vero ipsi B æqualis D, erit vt A ad B, ita D ad

C. Cū autem quatuor rectę proportionales sūt, est quod ^{a propo.} extremis continetur rectangulum, æquale ei quod medijs ^{16.6.} continetur rectangulo. Quod ergo A, & C continetur æquale est ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale est ei, quod ex B, est enim D ipsi B æqualis. Ergo quod A, C continetur æquale est ei, quod ex B quadrato. Sit iam quod A, C continetur æquale est ei, quod ex B. Dico esse, vt A ad B, ita B ad C. ijsdem enim constructis, cū quod A, C continetur æquale sit ei, quod ex B, & quod ex B æquale ei, quod B, D continetur, quod B, D æquales sint; erit quod A, C continetur æquale ei, quod B, D continetur. b quando autem quod extremis continetur æquale est ei, quod continetur medijs, sunt quatuor ^{b propo.} illæ lineæ proportionales. ^{16.6.} Est igitur vt A ad B, ita D ad C: æquale autem est D ipsi B: ergo vt A ad B, ita est B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

§. I.

COROLLARIUM I.

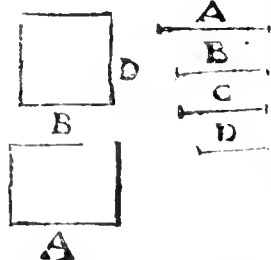
Propositio 17, & eius conuerſa etiam ad trian-
gula rectangula traductæ.

Nam quod demonstratum eſt de totis, ideſt reſtangulis qua-
drilateris valet etiam de dimidijs, ideſt de triangulis re-
ſtangulis. Applica, & fruere hac appendicula geometrica
etiam ad praxes non inutili, ſi mecum, & quo ego proſpicias.

§. II.

COROLLARIUM II ex Clauio,

Et ampliatio propoſit. 16, & 17 apud Eucl.



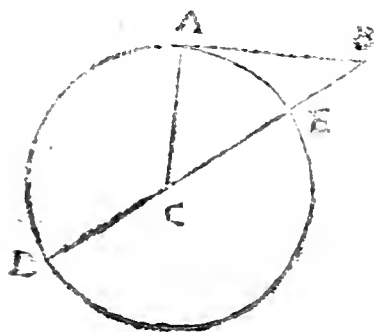
EX poſteriori huius theorematis
parte efficitur quamlibet rectam
lineam eſſe median proportiona-
lem inter quaſuis alias duas rectas,
quæ comprehendunt rectangulum quadrato
illius æquale. Ex eo enim quod rectæ A, C
comprehendunt rectangulum æquale qua-
drato rectæ B, oſtenſum fuit eſſe ut A ad
B, ita B ad C. Quare B media eſt propor-
tionalis inter AB, & BC. Sic Clavius à nobis applicatus fig. hic apud
Euclidem. Idem Clavius docet propoſitionem 16, & hanc 17 valere
etiam de parallelogramm. is non reſtangulis, modò ſint æquiangulara.
Pro quibus eandem eſt demonſtratio quæ & de reſtangulis.

PROPOSITIO XVII.

§. III.

P R A X I S -

— Duabus datis mediam proportionalem inueniendi, demonstrata partim ex hac prop. 17 apud Eucl.



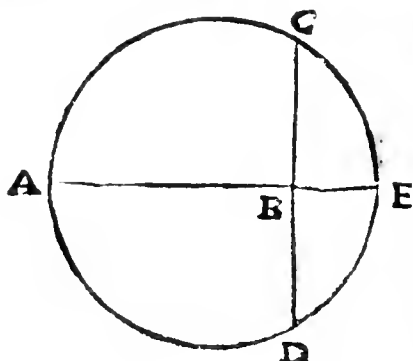
Datā maiori DB, secetur in ea minor B. E, & bifariatā DE in C, semidiametro alterutra CD describatur circulus. Tum, per eā, quæ docuimus ad 32 primi, à B ducatur tangens BA, quæ erit media proportionalis inter datas DB, EB; est enim rectangulum DBE, BE æquale quadrato ex AB, per 36

Tertij, ergo ex hac 17 AB est media, &c.

§ IV.

ALTE RA praxis inueniendi --

-- Duabus mediam &c. cum demonstratione ex hac 17.



I Vnge datas AB , BE in
 vnam, & describe cir-
 culum ex bifariata, &
 per iuncturam B ad re-
 ctos, duc CD , eritque, per 35
 Tertij, & hanc 17, alterutra
 CB , BD media proportionalis
 inter AB , BE ; propter qua-
 dratum ex CBD aequale rectan-
 gulo sub ABE &c.

SCHOLION.

P Ro vtraq; praxi antecedenti, vide etiam *Ap. 3. progym 10.*
propof. 3, & 5. & in 3 parte hu. 2. To. ad prop. 35, & 36. li. 3.

§. V.

P R A X I S tertia —

(Duabus tertiam proportionalem, &c.) demon-
 strata partim ex hac 17. prop. Eucl.

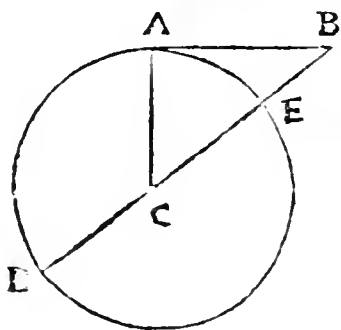
I N cit. *Ap. 3. &c. prop. 1*: Maior AB datarum iungatur ad rectos
 in B eum duplicata minore CB , BD . Per extrema A , C , D de-
 scribatur circulus, & ipsa protrahatur ex B in E ad circumferen-
 tiam, erit tertia proportionalis, per hanc 17, & cit. 35. Tertij.



§ VI.

P R A X I S IV, qua docet --

— Conuersam propositionis 13 huius li. 6. apud Euclidem, exhibere; hoc est: datæ rectæ lineæ duas extremas proportionales adinuenire, ac describere.



A B extremo datæ AB excitetur (per 12 pri. & ad eam scholia) ad angulos rectos lubitæ longitudinis ipsa AC. Centro C, interuallo CA describatur circulus DAE. Ab extremo B per centrum C ducatur recta BD. Erunt BE, BD duę extremæ ita, vt quemadmodum EB ad B-A, ita BA ad BD

Nam ex 16 tertij, tangentis AB quadratum est æquale rectangulo sub DB, BE, ergo, per hanc 17 sexti, sunt EB, BA, BD proportionales. ex *Apia*. 3, *Trig.* 10, *propof.* 4.

SCHOLION.

Ad facilitatem, & libertatem exercendi proposit. anteced. problematis.

Non est necesse ipsam BD transire per centrum; sat est ipsam posse à ducto circulo secari, vt patet ex casibus 36 prop. lib. 3. Eucl. *Vide ad prop. 30 huius aliter exhibitam hanc conuersam.*

§. VII.

Vfus arithmeticus propositionum 16, & 17. lib.
huius 6. apud Eucl. in regula aurea, & eius
probatione.

Regula, quam Arithmetici vocant trium, & examen, & probatio nituntur vtralibet, aut vtroque 16, & 17 propositione lib. huius 6 Eucl. Exempla luculenta habes in nostro Apiar. 11 Arithmetico, Progym. 4. cap. 4. Illuc reuise. Ne tamen hic videamur Tyronibus defecisse in eo quod proposuimus, breuiter indicabimus aliqua.

I. Datis quatuor quantitatibus proportionalibus, quarum una nota sit in numeris, ea reperiatur ope huius vtriusq; propositionis in exemplo sic.

A	B	C	D
4	12	20	60

Si nota sint media B, C, & nota alterutra extremarum A, vel D, altera extrema ignota reperitur post multiplicationem inter se mediarum B, & C, & partitionem producti per notam alteram extremarum. Duc 12 in 20, productum est 240, quod diuisum vel per 4 dat 60, vel per 60 dat 4. Qui numeri sunt alteruter quartus proportionalis. Vt enim 4 ad 12, sic 20 ad 60. &c. Eodem modo si nota sint extrema A, D, & alterutrum mediorum B, C ignotum sit, multiplicentur inter se A, D, fiat producti diuisio per B, vel C, & dabitur quarta quantitas nota in numeris ex ignota.

Ratio, demonstratio, & theoria sunt ex hic apud Eucl. quia cum rectangulo extremarum A, D sit aequale rectangulum ex medijs B, C (sunt enim ex suppositione quatuor proportionales quantitates) ergo si altera extremarum ignoretur in numeris, erit illa, quae deficit primo extremarum ad complendum rectangulum, siue productum à duabus medijs. Vt autem sciatur id, quo deficit prima extremarum ad complendum rectangulum, siue productum ex medijs, productum ex medijs diuiditur, siue subtrahitur quoties potest (est enim, vt docuimus in nostris Apiarijs, diuisio quadam proportionata subtractio) ex producto mediarum quantitatuni altera extrema quantitas nota,

& residuum, siue Quotiens diuisionis, est altera extrema, quæ erat ignota. Ex rectangulo, siue producto ex Bin C 12 in 20, quod est 240 subtrahitur (quod est diuidere, &c.) altera extrema A 4 quoties potest, siue exploratur quoties sit 4 in 240, & in quotiente datur 60; toties enim est 4 in 240, siue toties subtrahi potest 4 ex 240, estque productum ex 4 in 60 sub extremis A, D rectangulum 240 æquale rectangulo, siue producto ex medijs B, C, 12, 20; ac propterea trium A, B, C, 4, 12, 20 quarta proportionalis quantitas in numeris est D 60. Quæ dicta sunt in exemplo quesita alterius extremarum, intellige, atque experire, mi Tyro, tute in exemplo cum queritur altera ignota mediarum.

2. Ex prædictis patet etiam cur recte operationis factæ per regulam auream, siue proportionum, fiat examen multiplicando extrema inter se, itemque media inter se; ac si sint producta inter se æqualia, indicent ritè, ac rectè factam esse inuentionem quartæ proportionalis quantitatis. Nam apud Eucl. hic, cum rectangula mediarum, & extremarum sunt æqualia, lineæ, siue numeri, sunt quatuor proportionales. Itaque habes ex altera parte propositionum 16, & 17 regulam proportionum, ex altera & conuersa examen eiusdem regulæ proportionum.

Vide proposit. 19. lib. 7 Euclidis, quæ est in numeris, cum sua conuersa, eadem quæ hic cum sua conuersa in lineis.

3. Quæ dicta sunt ex 16 proposit. circa quatuor quantitates eadem intellige hic etiam ad 17 proposit. circa tres, quando secunda est media proportionalis inter primam, & tertiam; habet enim tunc media quantitas rationem ad primam, nempe secundæ, & tertiam, dum respectu eodem ad primam, & quartam refertur, & quasi geminatur. In eo casu licebit inuenire tantum alteram extremarum ignotam. Multiplicata enim in se ipsam mediâ, & factâ partitione per alteram extremarum, dabitur tertiâ; propter rationes ex 17 proposit. huius, quæ similes sunt rationum a nobis allatarum ex 16 proposit. Vide proposit. 20 libri 7. Elem. ubi arithmeticam demonstrationem habes.

Sint 4, & 6; quanam erit tertia proportionalis quantitas in numeris ita, ut 6 sit mediâ, & quemadmodum se habet 4 ad ipsam quantitatem 6, ita & 6 ad tertiam? fiat quadratum de 6, siue productum 36. Huic erit per hanc 17 æquale rectangulum ex prima 4, & ex tertia ignota. Partire rectangulum 36 per 6, & Quotiens erit 9 scilicet quaesita quantitas proportionalis, ut 4 ad 6, ita 6 ad 9. estque idem productum, seu quadratum ex mediâ idest 36 ex 6, quod & ex extremis 4, & 9 inter se ductis, &c.

§. VIII.

Vſus 17 propoſit apud Eucl. pro inuenienda in
numeris, ſiue per numeros media pro-
portionali. &c.

S i ſint duæ quantitates numeratæ, ſiue conciſæ in partes, ſem-
numeros, velut 4, & 9, inter quas inuenienda ſit mediæ; quo-
niam ex hac 17 prop. produſſum ex prima, & tertiâ eſt æquale
quadrato mediæ, ductis inter ſe 4, & 9 ſit produſſum 36, er-
go radix quadrata, ſiue numerus, qui in ſe ductus cõſicit 36, erit latus
eius quadrati, ſiue numerus medius proportionalis inter 4, & 9, nem-
pe numerus 6.

Vide in Apiar. noſtro 11, progym. 4, cap. 5, & ſequentibus, egre-
gia circa radicis quadratæ inuentiones, atque etiam cubicæ è miris
numeriorum progreſſionibus.

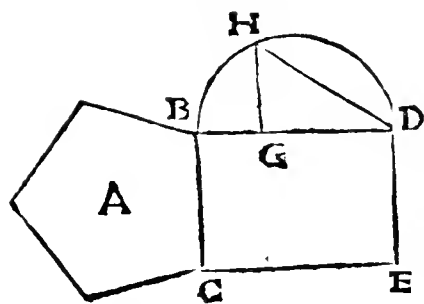
Ex his a nobis dictis conſtat motus, quo nos uſi ſumus in inuen-
tione mediæ lineæ proportionalis per circinum proportionum in Ap.
noſtro 12, in applicatione 34 ad lib. 6 Eucl num. 4. Vide ibi notatæ,
ubi oſtendimus non expedire in eo circino ea inuenire, quæ ſupponunt
operationes alias arithmeticas, & prolixiores. &c.

§. IX.

P R O B L E M A I.

Datum rectilineum quadrare ex hac 17. prop.
apud Euclid.

S it rectilineum *A* quadrandum, ſiue vertendum in ille æquale,
quadratum. Per 45 propoſ lib 1. ſuper uno latere *EC* dati *A*
conſtituatur ad angulum rectum parallelogrammum, hoc eſt
rectan-



rectangulū CD dato A æqua-
le, & inter CB, BD inueniatur
media proportionalis. Super
quæ excitatum quadratum erit
æquale dato A . Nam, per hanc
17, quadratum super media-
trium proportionaliū est æqua-
le rectangulo sub prima CB, &
tertia ED. Inuentio verò medie
indicatur facilis in figura, de-
scripto semicirculo BHD super-

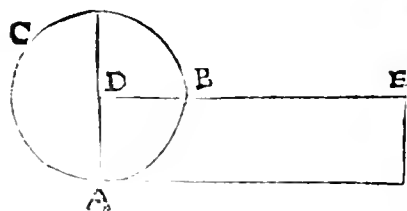
latere BD, & secta DG æquali ipsi DE, & excitata perpendiculari
GH, & iuncta recta HD, quæ, per Corol. 3 propof. huius li. 6, est me-
dia inter BD, DG, idest DE. erit ergo HD latus quadrati æqualis
ipsi A .

Dato rectangulo æquale aliud quodlibet rectilincum, figura etiam
non quadrata, consiituere, pertinet ad 20, siue ad 25 propof. huius
ibi vide inferius.

§. X.

PROBLEMA II,

Siue praxis quadraturæ Circuli, ex 17 hac prop.



Datus circulus ABC
vertatur in æquale
rectangulum AE,
per ea, quæ docuimus
ad 45 pri. § 5. mox inuenta me-
dia proportionalis inter AD, D-
E erit latus quadrati æqualis

rectangulo AE, cui, cum sit æqualis circulus ABC, erit idem quadra-
tum æquale ipsi etiam circulo.

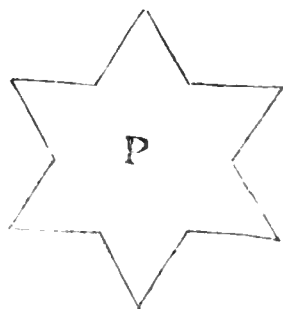
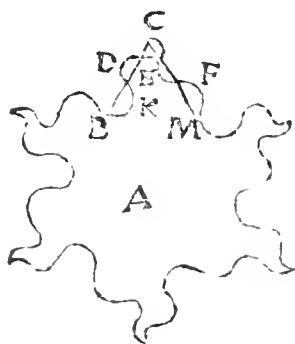
Dato circulo æquale rectilincum cuiuscunque figuræ, etiam non
quadrata, consiituere, pertinet ad 20, siue ad 25 proposit. huius,
ibi vide.

Quomodum ad easdem 20, vel 25 pertinet dato rectilineo cuiuscumq; figura circulum aequalem, &c. Videbis apud nos ad eas prop.

§. XI.

PROBLEMA III.

Curvilineum radiatum quadrare.



Suppono curvilineum factum esse ex figura rectilinea aliqua regulari iuxta artem, quam habes a nobis in Proteo Geometrico Axiario 1, pralib. 1; praesertim radios (velut in figura hic A radium BKDCEFM) factos esse ex oppositis aequalibus segmentis aequalium circulorum circa latera isoscelium triangulorum, ut vides circa occulta latera BC, CM isoscelis BCM, iuxta praes in cit. Axiario.

2 Suppono Isoscelia ea, ut BCM, esse aequalia radijs, siue curvilineis cuspidibus, velut ipsi BKDCEFM radio facto circa isosceles BCM. Quod secundum hic suppositum demonstratum habes apud nos non solum in citat. Axiar. sed etiam in tom. 1. huius Axiarii, § 5 ad axioma 7. Ibi reuise figuram, & breuissimam demonstrationem ex eo axioma 7.

Itaq; iuxta hic supposita, figura radiosa curvilinea A finge radios esse sex, & singulos recte in aequalia isoscelia habentia, pro basibus latera

PROPOSITIO XVII.

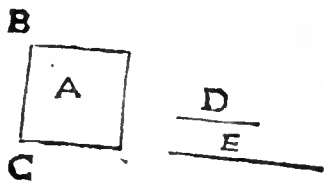
251

latera regularis hexagoni, ut vides P. Vide cit. Ap. Curuilineo igitur A radiato transformato in æquale rectilineum P, & rectilineo P tra niformato in æquale rectangulum, per 45 pri. li 6 & super inuenta media proportionali inter latera rectanguli excitato quadrato, ut in antecedentibus duobus problematibus, erit curuilineum radiatum præcisè geometricè quadratum, sine ulla supposita propositione vel Archimedis (ut fit in quadratura circuli) vel alterius Authoris. Cum tamen radiatum curuilineum A videatur magis distare à quadratura, quàm circulus, propter figura heterocleitatem. Vide cit. Apianum.

§. XII.

PROBLEMA IV.

Dato quadrato æquale rectangulū constituere.



Hoc problema ex 17 hac propositione non erit facile ad soluendum nisi illi, cui notum sit problema nostrum, quod est in antee. conuersum 12 propof. huius lib. 6. & aliter etiam ad 30. &c. scilicet: data rectæ duæ ex-

tremae proportionales adinuenire. Quo supposito ad eam 12 propof. a nobis peractō, & demonstrato, statim propositum hic problema soluitur.

Nam dati quadrati A vni laterum BC inuentis duabus extremis proportionalibus in eadem proportionē, ut D ad BC, ita BC ad E, conflatum ex duabus D, E rectangulum erit æquale quadrato, per hanc 17.

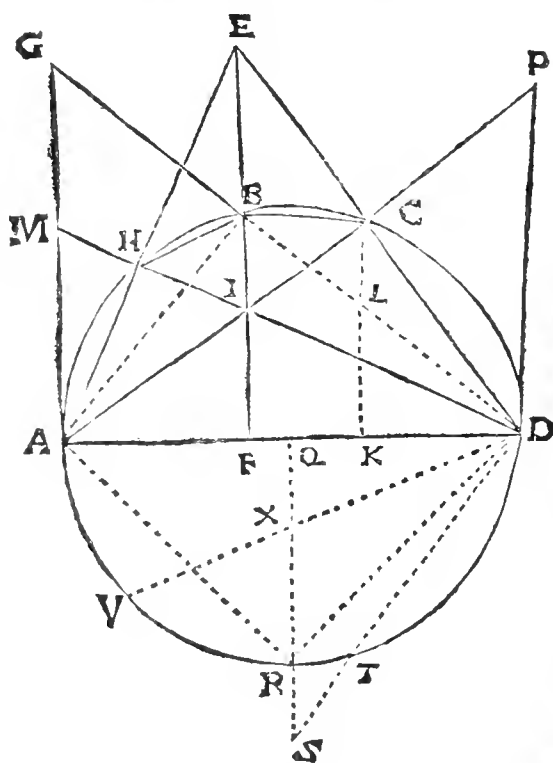


§ XIII.

THEOREMA I.

In semicirculo recta perpendiculari erecta ex aliquo puncto diametri, & protracta etiam extra peripheriam, omnia rectangula comprehensa sub segmentis interceptis inter eundem terminum diametri, inter perpendicu-

larem, & inter peripheriam, sunt inter se æqualia.



H Nec propositio pluribus in Geometria speculativa inferuire potest, ut in aliquo apud nos exemplo videre poteris.

Igitur à quocunque puncto F diametri AD erecta sit perpendicularis FB protracta etiam extra semicirculum AHBCD ut lubet in E, & à termino D ducantur quot-

quotlibet rectæ DH , DC , quarum DH intercepta sit inter D , & inter peripheriam in H , & secans perpendicularem ET in I ; DC vero intercepta sit inter D , & inter perpendicularem in E extra semicirculum, & secans peripheriam in C , quemadmodum & ipsa diameter est intercepta inter D , & A , & secans in F perpendicularem. Dico rectangula sub DH , DI , item sub DE , DC , quemadmodum & sub DA , DF , esse inter se æqualia. Pariq; ratione rectangula sub AD , AF , item sub AC , AI , item sub AE , AH affirmo esse inter se æqualia.

Ingenitur enim AB , ID patet è secundâ parte corollarij post 8 propof. huius lib. 6, latus BD esse medium proportionale inter DA , DF , pariterq; latus AB esse medium proportionale inter AD , AF . Atq; si BD est etiam medium proportionale inter DI , DH , item que inter DE , DC ; pariterq; AB est medium proportionale inter AC , AI , & inter AE , AH , per theor. 1 in § 37 ad 4 huius; ergo, per hanc 17 prop. Eucl. erunt rectangula DA , DF , & DE , DC , & DH , DI æqualia uni, eidemq; quadrato ex DB ; ergo æqualia inter se. Pariter rectangula AD , AF ; AC , AE ; AI , AH sunt æqualia quadrato ex AB , & æqualia inter se.

Si perpendicularis etiam erecta sit ab alterutro diametri extremo A , sitq; ipsa AG , rectangula sub DM , DH , & sub DB , DG erunt inter se æqualia, quia sunt æqualia eidem quadrato ex AD , quod est latus adiacens, & eductū ab eodem termino D in triangulis rectangulis DAG , DAM , & medium proportionale inter DI , DM , & inter DG , DB .

§ XIV.

THEOREMA II.

Si ad diametrum circuli in extremis punctis duæ perpendiculares excitentur, & ab eisdem extremis per vnum, idemq; punctum circumferentiæ due alię rectę circulum secantes ducantur occurrētes duabus perpēdicularibus, erit rectangulum comprehensum sub vtrali bet secantium, & eius segmento interiore, quadrato diametri æquale.

Hoc

§. XV.

THEOREMA III.

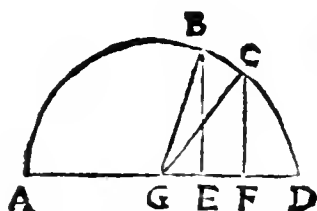
Si in circulo diametri sese ad rectos angulos fecerint, & ab vnus extremo puncto recta ducatur vtrunque secans circumferentiam, & alteram diametrum siue productam, siue non productam; erit rectangulum comprehensum sub duobus segmentis huius lineæ ductæ, quorum vnum inter extremum punctum prioris diametri, & secundam diametrum, alterum vero inter idem punctum extremum, & circumferentiam interijcitur, æquale quadrato intra circulum descripto.

Hoc pariter theorema Cardani à Benedicto demonstratum dupliciter apud Clavium in scholijs post propos. 33 sexti, nobis pro corollario est, & patet ex antecedentibus tum ad 4 propos huius, § 37, tum ad hanc 17. Si enim in circulo *AEDR* ab extremo diametri *D* ducta sit recta vel *DS* secans circumferentiam in *T*, & semidiametrum *QR* productam extra circulum in *S*, vel recta *DV*, secans in *X* eandem semidiametrum *QR* non productam extra circumferentiam, & occurrens circumferentiæ in *V*; Quoniam recta *DR* subtendens angulum rectum quadrantis, est media proportionalis tam inter *DS*, *DT*, quàm inter *DV*, *DX*, per § 37 ad 4 huius; ergo per hanc 17, utrunque rectangulum seorsim est æquale quadrato ex *DR* inscribendo in circulo *ABDR* eodem prorsus modo, quo præmonstratum est in antecedentibus ad hanc 17, æqualia esse rectangula sub *DE*, *DC*, & sub *DH*, *DI* quadrato ex *DB*. &c. Nisi quod *FE* non est semidiameter extra circulum producta, & *DB* non subtendit quadrantem, quemadmodum *QS* est semidiameter producta extra circulum, & *DR* quadrantem subtendit.

§ XVII.

THEOREMA V.

Si curvæ lineæ recta subtendatur, & quæ à lineâ ad subtensam perpendiculares ducuntur possint æquale ei, quod ipsius subtensæ partibus continetur, dicta linea circuli circumferentia erit.



Hoc theoremâ ad hanc 17 spectans usus est in demonstrationibus circa sectiones, & theorias conicas, & cylindricas, & est apud Eutocium ad 5 propos. lib. 1. Con. Apollon apud Pappum lemm. 2. in l. 1

conic. eiusdem Apollonij, & apud Serenum Antinensem Philosophum l. b. 1. de sect. Cylind. propos. 4. Atq; Eutocius quidem, præter directam demonstrationem, expetit etiam theoremâ demonstratione indirecta sic: si enim circulus, qui circa AD descriptus est, non transit per B punctum, erit & rectangulum DEA æquale quadrato lineæ maioris, vel minoris ipsa EB, quod non ponitur. *Demonstrationem* a 13. 6. *verò directam* viæ apud Serenum citatum. Eam nos hic omittimus, quia supponit aliqua è lib. 2 Elem. Quem Tyroni nos nondum suggestimus in hac nostra compendiaria methodo. Nec in theorematibus tam facilis venia datur suppositionibus, quàm in problematum praxibus.

§. XVIII.

SCHOLION I.

Paradoxum de tribus rectis lineis inter se proportionalibus, quarum mediæ quadratum

non est æquale rectangulo sub extremis, cō-
tra propof. 17 huius.

AD 30 propof. huius inferius § 9, in fine, ubi constat propo-
fiti paradoxo contra hanc 17 demonstratio, & solutio ex
occasione fectæ lineæ mediæ, & extremæ ratione, videbis
id, quod hic tantum indicamus ex occasione huius 17 pro-
pof. contra quam videtur paradoxum. Illuc ad 30 propof. te prouoco.

§. XIX.

SCHOLION II.

De quadrato medij numeri maiore, quam re-
ctangulum sub extremis in proportionalitate
Arithmeticâ; minore verò in Harmonicâ, &c.

Vide nos ad 5 propof. lib. 2 Elem. ut ex ijs ornes cum paradoxis
hanc 17. propof.

§ XX.

SCHOLION III.

Propositiones 16, & 17 hu. vniuersaliffimè de-
monftratæ de toto genere quantitatis, &c.

Scilicet etiam de quantitate discretâ in arithmeticis, & non fo-
lum de figuris planis, sed etiam de solidis, ac per notas vulga-
ras logifticas, formatâ sic vniuersaliffima propofitione. Qua-
tuor proportionalium quantitatum productum ab extremis
est æquale producto à medijs; vel: trium proportionalium quantita-
tum

tum productum ex media est æquale productio ex prima, & tertia. *Ostensionem in notis arithmetics babes in 610 ad propof. 14 huius* *Unde etiam ibi in numeris ostensum est de planis, & solidis, congruit* *cum hoc Scholio. Nam ibi numeri reciproce proportionales 2, 6, 4,* *12 produciunt æqualem ex extremis 2, & 12, & ex medijs, 6, & 4.* *Vide in Breuiario nostro Stereometrico, sect. 1. num. 3. Habes hic de-* *monstratas simul cum 16, & 17 huius etiam libri 7 propositiones 19,* *& 20 arithmeticas & libri 11 propositionem 36 solidam de paral-* *lelepipedis.*

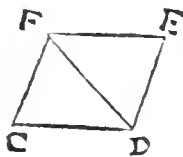
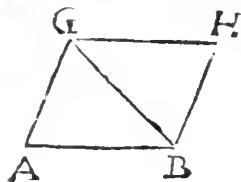
Propositio XVIII. Probl. VI.

Super data recta linea dato rectilineo simile si-
militerque positum rectilineum describere.



Porteat super data AB dato rectilineo CE simile,
similiterque positum rectilineum describere. Du-
catur DF, & a constituentur ad puncta A, B re-

a propof.
23.1.



ctæ AB anguli GAB,
ABG æquales angu-
lis C, CDF; eritq; re-
liquus CFD reliquo
AGB æqualis: trian-
gula igitur FCD, G-

AB sunt æquiangula. ^b Est ergo, vt FD ad GB, ita FC
ad GA, & CD ad AB. ^c Constituatur rursus ad puncta
B, G rectæ BG anguli BGH, GBH æquales angulis DFE,
FDE; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangu-
la ergo FDE, GBH æquiangula sunt; ^d est igitur vt FD ad GB,
ita FE; ad GH, & ED ad HB. Ostensum autem est, esse vt
FD ad GB, ita FC ad GA, & CD ad AB, ^e igitur vt FC ad
AG, ita est CD ad AB, & FE ad GH; itemque ED ad HB.
Et cum angulus CFD æqualis sit angulo AGB, & DFE ipsi
BGH, erit totus GFE toti ACH æqualis. Eadem de causa

b propof.
4.6.

c propof.
23.1.

d propof.
4.6.

e propof.
11.5.

erit angulus CDE æqualis angulo ABH. Est verò & angulus C angulo A, & angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo sunt AH, CE, habentque latera circa æquales angulos proportionalia. *f* Est igitur AH rectilincum simile, similiterque positum rectilincò CE. Super data ergo recta linea, &c. Quod oportuit facere.

f def. 6.
1.

S C H O L I O N I.

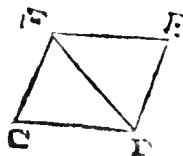
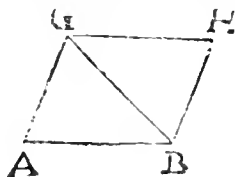
Quid sit figuras esse non solum similes, sed etiam similiter positas habes a nobis ad definit. 1 huius lib. 6.

§. I.

S C H O L I O N II.

Hallucinatio, & variatio circa demonstrationem huius 18 propos.

Campanus quasi per neglectum expedire se satagit ad demonstrationem circa hanc 18 propositionem, atq; affirmat: Polygonum polygono dato factum simile: Est enim æquiangulum dato polygono propter æqualitatem angulorum triangulorum in quos est uterque divisus; sed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum ex 4 propos. huius, &c. At esto, mi Campane, sint triangulorum partialiũ æquales anguli, & latera eorum proportionalia, adhuc superest probare esse proportionalia etiam latera polygonorum ex ordine non interrupto.



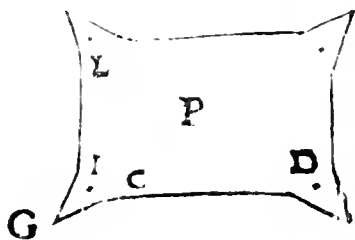
Nam facile quidem conceditur si partiales anguli (in figura Euclidis) AGB, & CFD, item BGH & DFE sunt inter se æquales, etiam totales AGH, CFE esse æquales, ac licet

licet ut latus AG ad FB , ita sit $(F$ ad FE , & ut EG ad GH , ita DF ad FE (sic enim sunt proportionalia latera triangulorum) non tamen inde statim apparet demonstratum esse ut AG ad GH , ita CF ad FE ex ordine, sine interposito, & ratio in G , FD nisi utaris probationibus vel iuxta Euclidem, vel iuxta alios exactiores interpretes.

Euclides quidem utitur i. prop. 5. lib. 5. At fortasse ad maiorem pro Tyronibus facilitatem Orontius, & Clavius videntur prop. 22, & argumentantur ex aequalitate sic. Quandoquidem est ut AG ad GP , ita CF ad FD , & ut EG ad GH ita DF ad FE , ergo ex aequali, ut AG ad GH , sic CF ad FE , & c. sine qua probatione non constat demonstratio sola laterum circa triangula aequiangula proportionem, ut indicat Campanus.

§. II.

Vfus, & Praxis militaris proposit. 18 in circino proportionum.



Oppidi P
forma
maior sit
transferē-

da in minorem B, ita
ut omnes partes, &
latera, & totum re-
ctilineum B sit in-

partibus, & in toto simile ipsi P. Vtere in circino proportionum eâ facie, in qua divisio est rectæ lineæ in partes æquales 100. Ad pr. 10, § 14. Longitudinem lateris, siue lineæ, puta CD oppidi P aptato in circini crure alterutro à centro A , ver. gr. ad 20. Deinde lineæ FF (super qua constituendum est B simile, similiterq; positum ipsi A) longitudinem, siue intervallum interpone, diducto circino ABC , inter 30, & 30. Atq; in immoto sic circino habebis (quod mire iucundum, ac utile est) in quodam quasi promptuario reliqua omnia latera rectilinei B proportionalia, & homologa reliquis lateribus rectilinei P. Nam intervallum C aptato ad A in circino vsq; ad, verbi gr. 10, intervallum inter 10, & 10 dat homologum EH , ac sic deinceps ex ordine G , I , HK & c. Sic IL translatum sit in circinum ab A ad 20; intervallum

lum inter 20, & 20 dat hemologum KN. &c. latera tamen FE, EH, HK, KN, &c. iunge in angulos ad E, H, K, N, &c. aequales angulis C, G, I, L, &c. iuxta praxes a nobis edoctas ad 27 propos. lib. 1.

2 In qua tamen angulorum aequalitate conficienda non nihil operositatis est. Ac propterea, quod & alibi monui, vsus aliqui, & praxes in circino proportionum ingeniosi quidem sunt, sed non expediunt, quia geometricè fieri possunt eadem operationes expeditius, ut alibi apud nos vidisti, & mox in sequenti § videbis. Ad varietatem tamen ingeniosam, & condimentum eruditum Euclidianarum propositionum apponuntur à nobis pro varijs Lectorum ingenijs variæ praxes.

3 Demonstratio huius vsus, & praxis tota est in 4, & 18 hac propos. huius lib. 6. Sunt enim omnia triangula equiangula communem angulum in A vertice circini habentia. Et ut latera maioris rectilinei in circino, A 10, A 20, A 30, &c. inter se sunt, in eadem proportionem latera minoris rectilinei, siue intervalla inter 10, & 10, inter 20, & 20, inter 30, & 30, &c. Sunt inter se, permutando, &c.

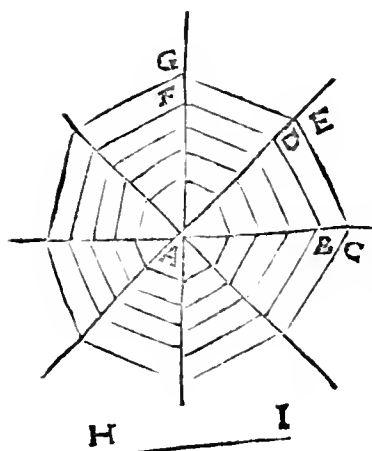
Inverso ordine praxis erit exercenda in translatione minoris formæ oppidi in formam maiorem; scilicet transferendo latera minoris in alterutrum latus circini AB, AC, & diducto circino ad intervallum primilateris formæ maioris iuxta terminos primi intervalli translati inter A, & numeros in circino proportionum. Vsus aperiet tibi, mi Tyro, in exemplis hac, & plura alia.

§. III.

PARADOXVM in -

- eadem Praxi, dum geometricè expeditior ab
Aranea in Apiarijs nostris geometrizzante
docetur.

PEr simplicem ductum parallelarum modis pluribus a nobis edoctarum ad lib. 1. prop. 31, & per resolutionem rectilinei siue formæ oppidi data in triangula, expeditior sit operatio, & cura operanti eripitur angulorum aequalium constitutendorum, ut docuit nos Aranea in Apiar. 1. Tralib. 2. Praes eius animarculi telam proportionum esse pro circino proportionum, in qua
tela



velà fila parallela transuersa ducta sunt per centralia alia fila, ceu B-DF, CEG deducta per AC, AE, AG. Quæ centralia fila sũt iustar crurũ circini proportionẽ. Et fila parallela sunt pro interuallis acceptis inter numeros eiusdem formę. &c. Ac, si quadrangulo ABDF sit super data HI constituendum maius quadrangulum simile, similiterque positum, &c. ab vno quatuor angulorum A ducantur per reliquos F, D, B rectę AG, AE, AC, & sumatur ipsi HI in latere vtlibet AG, vel AC æqualis, verb gr. AC; à C agatur

ipsi BD parallela CE, & ab E ipsi DF parallela EG, erit quadrangulum ACEG simile, similiterque positum dato ABDF, per simplicem ductum parallelarum expeditius etiã, quàm Euclides. &c. Similiserit ratio constituendi minus polygonum dato maiori simile. &c.

2 Hoc Araneæ exemplo oppidi aut munimenti bellici forma siue regularis, siue irregularis maior in minorem similem, &c. geometricè ac demonstratiuè transferri potest. Relinquo industria tua applicationem hanc, ne morosi videamur circà eadem, aut similia.

SCHOLION III.

Ad ornandam crudite 18 propos.

VT Philosophus Mathematicus Tyronibus, atq; auditoribus suis ornet, & condiat propos. hanc 18 Eucl. afferat, præter geometrica, etiam eruditiones, quas ex Eliano, Plinio Vitrinio posuimus in cit. Pralib. 2. AP. 1.

crucis parallelæ, & æquiangulæ, ac proinde argumentationes ex 18 huius concludunt similitudinem prototypi, & picturæ, & partium in pictura similiter inter se habentium, ac habent inter se partes in prototipo. Vide plura, & expressiora ad praxim, & theoricen ex hac 18. Eucl. in cit. Ap. 5. prog. 2. cap. 4. & cap. 5. num. siue § 5. In cap. quidem 4 ostenditur ETH æquale ipsi FVK. Sunt autem parallela, per constructionem, ipsæ TH, & RB, item ipsæ VK, SM, & super rectâ ET ponitur simile, similiterq; ipsum ETH ipsi ERB, item super rectâ FV ponitur simile, similiterq; ipsum FVK ipsi FSM, &c. Cum ergo eidem, siue æqualibus ETH, FVK sint similes, similiterq; positæ utraque crux, erunt & inter se ipsæ similes, ac similiter positæ (vide & inferius q. lemma, 21 huius.) Quare 18 hæc propos. Eucl. præcipuus est fontium geometricorum, unde scientifica, & scenographica pictura præctice, ac theoricè promanat. Vide praxim in cit. Apiar. 5. &c.

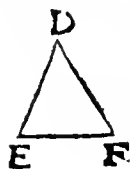
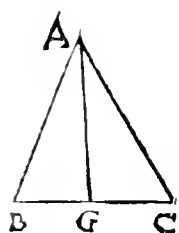
§. V.

Vſus, ac theoricæ organicæ picturæ, in eodem plano è 18 propositione Euclidis.

Quod nuper in exemplo Araneæ geometricè præstitimus, dum datam figuram maiorem, siue minorem in similem vel coarctauimus, vel ampliavimus, idque in eodem plano, licet idem etiam organicè præstare in plano eodem per instrumentum parallelogrammum plano ipsi parallelum, non autem perpendicularare, ut in antecedenti vſu ostendimus in planis inter se distantibus. Praxen, & theoricen prolixiores habes apud nos in citat. Apiar. 5. prog. 2. cap. 7, 8, &c. Hic tantum pro scholij breuitate indico in appositâ geometricâ figura, in qua instar instrumenti est pæ-

PROPOSITIO XIX.

267



BC ad triangulum DEF duplam habere proportionem eius, quam habet BC ad EF. ^{a propof. 15.6.} Sumatur enim ipfarum BC, EF tertia proportionalis BG vt fit quomodo BC ad EF, ita EF ad BG, ducaturque GA. Cùm igitur fit vt AB ad BC, ita DE ad EF, ^{b defin. 10.5.} erit permutando vt AB ad DE, ita BC ad EF, sed vt BC ad EF, ita est EF ad BG: ergo vt AB ad DE, ita est EF ad BG. Triangulorum ergo ABG, DEF latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autẽ triangulorum vnum angulum vni æqualem habentium latera, circa æquales angulos reciprocantur, illa æqualia sunt: ^{c propof. 15.6.} triangula ergo DEF, ABG æqualia sunt. Et quia est vt BC ad EF, ita EF ad BG; quando autem tres lineæ proportionales sunt, ^{d defin. 10.5.} prima ad tertiam duplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. BC ergo habet ad BG duplam proportionem eius, quàm habet ad EF. Vt vero BC ad BG, ita est triangulum ABC ad triângulum ABG: habet ergo triangulum ABC ad triangulum ABG duplam proportionem eius, quam habet BC ad EF. Est autem triangulum ABG æquale triangulo DEF: habet ergo triangulum ABC ad triangulum DEF duplam proportionem eius, quam habet BC ad EF. Similia ergo triângula, &c. Quod oportuit demonſtrare. ^{e propof. 1.6.}

COROLLARIUM.

EX his manifestum est, si tres lineæ proportionales fuerint, esse vt prima ad tertiam, ita triangulum super prima descriptum ad triangulum super secunda simile, similiterq; descriptum. Ostensum est enim, vt est CB ad BG, ita esse triangulum ABC ad triangulum ABG, hoc est, ad triangulum DEF. Quod oportuit demonſtrare.

SCHOLION I.

H *Asce 19, & 20 propos. aliter facile, ac euidenter demonstratas ex usu geometrico centri grauitatis. vide in epilogo, seu Appendice in fine 3 par. hu. 2. To.*

SCHOLION II.

Q *Uam interpres ponit duplā intellige duplicatam proportionē. Sed dum addit: laterum, indicat laterum quamcumq; proportionem duplandam, siue duplicandam.*

Griembergerus ad definit. 10 lib. 5 habet, inter cetera, quæ huc faciunt: ABCD: Quando omnes proportionēs inter eæ sunt eadem; tunc ratio A ad C dicitur, per compendium, esse duplicata proportionis A ad B, eo quod eadem ratio sit bis continuata per communem terminum B. Et A ad D dicitur triplicata eiusdem, quia ter continuatur per terminos B, C, &c.

§. I.

SCHOLION III.

Hallucinatio circa duplicatam, &c. proportionem, &c.

*Nota
differentiam
inter du-
plam, &
duplica-
tam, in-
ter tri-
plam, &
triplica-
tam, &c.
propor-
tionem.*

A *liud est proportionem aliquam esse duplam alterius alicuius proportionis, aliud duplicatam. Sic aliud triplā, aliud triplicatam. &c. Quæ in re vide hallucinationes aliquorum apud Clavium in schol. ad defin. 10 lib. 5. In numeris 2, 4, 8, 16, proportio 2 ad 8 ducitur duplicata proportionis 2 ad 4, quia eadem proportio dupla bis assumitur, siue duplicatur, est enim proportio dupla inter 2, & 4, item dupla inter 4, & 8; ergo 2 ad 8 bis sumpta est, siue duplicata eadem proportio. Non est autem proportio 8 ad 2 dupla proportionis 4 ad 2. nam proportio 4 ad 2 est dupla,*
pro.

proportio autem 8 ad 2 est quadrupla ipsius 2, licet sit duplicata (nō dupla) id est bis posita inter 2, & 4, & inter 4, & 8. &c.

Pariter proportio 6 ad 2 est triplicata (non triplex) proportio- nis, quæ est inter 2, & 4, quia tripliciter (non tripla) posita est pro- portio eadem inter 2, & 4, inter 4, & 8, & inter 8, & 16. Non au- tē tripla, sed octupla est proportio ipsius 16 ad 2. In exemplo geome- trico de proportionibus quadratorum, quod paullo post subiectam ad se- quentem 10 proposui. Eucl. adhuc melius prædicta constabunt.

§. II.

Applicatio, & praxis duplicandæ, triplicandæ,
&c. proportionis geometricæ ad maiores,
& minores terminos.

Datis duabus quantitatibus, siue numeris, si nescias quæ inter se proportionem habeant, ut inuenias denomina- torem proportionis quam maior numerus habet ad mi- norem, diuide maiorem per minorem, & quotiens dabit denominatorem proportionis. Inter 4, & 12 quanam est proportio maioris ad minorem? diuisis 12 per 4, quotiens est 3; ergo tripla est proportio inter 4, & 12. In maioribus numeris, verbi gratia inter 2432, & 5521 quanam est numerus denominator proportionis maioris ad minorem? in diuisio maioris per minorem.

$$\begin{array}{r} 2432 \\ 5521 \overline{) 2432} \\ \underline{2208} \\ 224 \\ 5521 \overline{) 224} \\ \underline{1104} \\ 1117 \\ 5521 \overline{) 1117} \\ \underline{1104} \\ 13 \end{array}$$

Quotiens ergo 2399 (neglectis minutis $\frac{13}{5521}$) est denominator pro- portionis, quæ intercedit inter duas quantitates, siue numeros 2432, & 5521, conferendo maiorem eum minore.

2 Inuento denominatore proportionis, si eum ducas in maiore n- duorum numerorum, produci- quod proueniet, erit tertius terminus proportionis, si tertium multiplices per eundem denominatorem, pro- ducetur quartus terminus, & sic deinceps multiplicando semper vl- timum terminum per eundem quotientem, siue denominatorem, habe- bis duplicatas, triplicatas, &c. proportionis, &c. iuxta explicata in Scholijs antecedentibus.

Si denominatorem 3 proportionis inter 4, & 12, du-
cas in 12 fient 36, si in 36, fient 108, &c. qui sunt ter-
tius, & quartus terminus proportionis triplæ, estque
inter 36, & 4 duplicata proportio, inter 108, & 4 tri-
plicata, &c.

In exēplo maioris numeri, en ductus quotientis, siue
denominatoris (neglectis minutjs) in maiorem, est igitur
productum 13244879 tertius numerus proportio-
nalis post primum 2432, & secundum 5521, & duplicata proportio
tertij ad primum, &c.

3 Hactenus ad inveniendos maiores, ac maiores terminos propor-
tionalitatis Geometricæ. At vero ad minores, ac minores, per deno-
minatorem proportionis, quam habet maior ad minorem (denomina-
torem, inquam, inuentum per modum nuper traditum) diuide mino-
rem numerum duorum datorum, & quotiens dabit tertium terminum
minorem proportionalem; dabit & quartum, & quintum, ac reliquos
deinceps terminos minores in eadem proportionem denominator diui-
dens singulos productos terminos. Exemplum: Denominator propor-
tionis, quam habet maior numerus 16 ad 8, est 2, qui est quotiens ex
diuisione maioris per minorem. Per denominatorem, siue quotientem
2 diuide minorem 8, & quotiens 4 dat tertium terminum minorem in
eadem proportionem dupla, Sic diuide per 2 tertium 4, & prodibit
quartus terminus 2, &c. 16, 8, 4, 2, 1, &c.

Vide plura, & egregia apud Clauium ubi de proportionalitate
Geometrica in digressionibus 3a definitionem 4 lib. 5 Eucl. Hic nostra
satis nunc Tyronibus pro instituto, & pro inferius applicandis ad or-
nandas, dilandas, condiendas hasce 19, & 20 propos. Eucl. &c.

SCHOLION III.

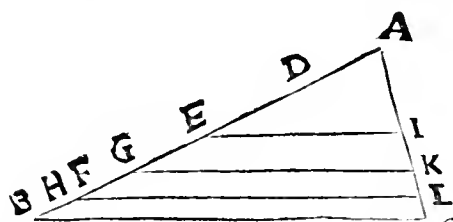
Applicationes, & Vfus, &c. 19 propos. rectius
ad prop. 20. translati.

VSus, & applicationes diuidendi, augendi, &c. similia trian-
gula in data proportionem, & plura alia curiosa, & utilia
vide ad sequentem 20 propositionem, in qua quod hic spe-
ciatim traditum est de triangulis, vniuersim demonstra-
tur de omnibus rectilineis, siue polygonis similibus.

§. III.

PROBLEMA.

Datum triangulum per lineas vni lateri parallelas in quotlibet æquales partes diuidere.



S It triangulum ABC diuidendum, verbi gratia in quatuor partes per lineas lateri BC æquidistantes. Secetur vtrumvis reliquorum laterum AB, in 4 partes æ-

quales in tot videlicet in quot triangulum diuidendum est, in punctis D, E, F, & inter AB, AD inuenta media proportionali AE, atq; inter AB, AE media proportionali AG; ac deniq; inter AB, AF media proportionali AH; ducantur EI, GK, HL, lateri BC parallelæ, quas dico triangulum partiri in 4 partes æquales. ^a Quoniam enim triangulum ABC triangulo AEI simile est; ^b erit triangulum ABC ad triangulum AEI, vt AB, ad AE, quod tres AB, AE, AD sint continue proportionales. Est autem AD quarta pars ipsius AB. Igitur & triangulum AEI quarta pars est trianguli ABC.

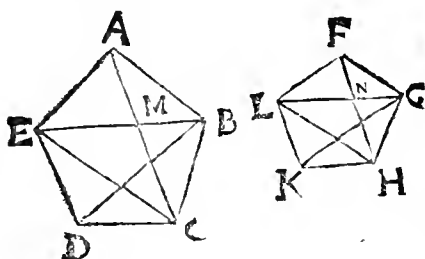
^a coroll.
^b sexti.
^c coroll.
^d sexti.

^e Non aliter ostendemus esse triangulum ABC ad triangulum AGK, vt AB ad AG, quod etiam tres AB, AG, AE sint continue proportionales. Quare cum AE contineat $\frac{1}{4}$ rectæ AB, continebit etiam AGK triangulum $\frac{1}{4}$ trianguli ABC. Ideoq; cum AEI sit $\frac{1}{4}$ trianguli ABC, vt ostendimus, erit EIKG $\frac{1}{4}$ eiusdem trianguli ABC. Denique eadem ratione erit triangulum ABC ad triangulum AHL, vt AB ad AF, quod etiam tres AB, AH, AF sint continue proportionales, ac proinde triangulum AHL complectetur $\frac{1}{4}$ trianguli ABC; quemadmodum AF continet $\frac{3}{4}$ ipsius AB; ideoq; BHLC erit $\frac{1}{4}$ trianguli ABC, &c. *Clavius in Geom. Pract. &c.*

^e coroll.
^f sexti.

Propositio XX. Theor. XIV.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur & numero equalia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.



S Int similia polygona ABCDE, FGHLK, & sit latus AB homologum ipsi FG. Dico polygona ABCDE, FGHLK in similia triangula diuidi & numero equalia, & homologa totis, & poly-

gonum ABCDE ad polygonum FGHLK duplicatam habere proportionem eius, quam habet AB ad FG. Iungantur enim BE, EC, GL, LH; & quia polygonum ABCDE simile est polygono FGHLK, crit angulus BAE æqualis angulo GLL; & est, vt BA ad AE, ita GF ad FL. Cum itaque duo sint triangula ABE, FGL vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habentia,^a erunt ipsa æquiangula; idcoq; & similia: æqualis est ergo angulus ABE angulo FGL; est verò & totus ABC toti FGH æqualis, propter similitudinem polygonorum;^b reliquus ergo EBC reliquo LGH æqualis crit. Et quia, propter similitudinem triangulorum ABE, FGL, est vt EB ad BA, ita LG ad GF; sed & propter similitudinem polygonorum, est vt AB ad BC, ita FG ad GH: ex æquali ergo est, vt EB ad BC, ita LG ad GH; latera ergo circa æquales angulos EBC, LGH sunt proportionalia; æquiangula^a ergo sunt triangula EBC, LGH; qua-

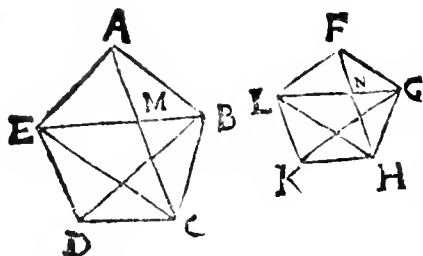
re

re & similia. Eadem de causa similia sunt triangula ECD , IHK . Similia ergo polygona $ABCDE$, $FGHKL$ in similia triangula, & aqualia numero diuisa sunt. Dico & homologa esse totis, hoc est proportionalia, & antecedentia quidem ABE , EBC , ECD ; consequentia verò ipsorum FGL , LGH , LHK ; atque polygonum $ABCDE$ ad polygonum $FGHKL$ duplam habere proportionem eius, quam habet latus homologum AB ad latus homologum FG . Iungantur enim AC , IH . Et quia, propter similitudinem polygonorum, sunt anguli ABC , FGH aequales; estque ut AB ad BC , ita FG ad GH , & aequiangula ergo sunt triangula, ABC , FGH : aequales igitur sunt tam anguli BAC , $G FH$, quam BCA , $G HF$. Et quia anguli BAM , GIN aequales sunt, ostensique sunt & ABM , IGN aequales, erunt & reliqui AMB , FNG aequales; sunt ergo triangula ABM , FGN aequiangula. Similiter ostendemus & triangula BMC , GNH esse aequiangula. Est ergo ut AM ad MB , ita IN ad NG . Et ut EM ad MC , ita GN ad NH ; ex aequali ergo est ut AM ad MC , ita IN ad NH : g sed ut AM ad MC , ita est triangulum ABM ad triangulum MBC , & AME ad EMC , sint enim ad se inuicem ut bases; & b ut vnum antecedentium, ad vnum consequentium, ita omnia antecedentia ad omnia consequentia; ut ergo triangulum AMB ad BMC , ita triangulum ABE ad CBE : i sed ut AMB ad AMC , ita est AM ad MC ; Ut ergo AM ad MC , ita triangulum ABE ad EBC . Eadem de causa est ut FN ad NH , ita triangulum FGL ad GLH . Et est ut AM ad MC , ita FN ad NH ; ut ergo triangulum ABE ad BEC , ita triangulum FGL ad GLH ; k & permutando, ut ABE ad FGL , ita EBC ad GLH . Similiter demonstrabimus, ductis BD , GK , esse ut triangulum BEC ad LGH , ita ECD ad LHK : & quia est, ut ABE ad FGL , ita EBC ad LGH , & ECD ad LHK , l erit ut vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita omnia antecedentia ad omnia consequentia: est ergo ut ABE ad FGL , ita $ABCDE$ ad $FGHKL$; sed l ABE ad FGL duplam proportionem habet eius, quam AB latus homologum

Mm

ad

m prop.
19.6.



ad FG latus homologum; *m*
similia enim triangula in
dupla proportione sunt
lateralum homologorum: ha-
bet ergo & ABCDE po-
lygonum ad FGHLK po-
lygonum duplam propor-
tionem eius, quam habet
AB ad FG. Similia ergo

polygona, &c. Quod oportuit demonstrare. Eodem modo
in similibus quadrilateris ostendetur in dupla illa esse pro-
a prop portione lateralum homologorum. *a* Ostensum est autem &
19.6. in triangulis.

COROLLARIUM I.



b def. 10

c corol.
prop. 19.
6.

V Niversè ergo similes rectilineæ figuræ
ad se invicem sunt in dupla propor-
tione lateralum homologorum; & si ip-
sarum AB, FG tertiam proportionalem sumamus X, *b* habebit AB ad X duplam proportionem
eius, quam habet ad FG. Habet autem & poly-

gonum n ad polygonum, & quadrilaterum ad quadrilaterum
duplam proportionem eius, quam habet homologum latus ad
homologum, hoc est AB ad FG. *c* Ostensum est autem hoc in
triangulis.

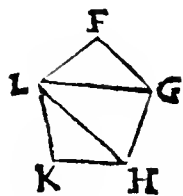
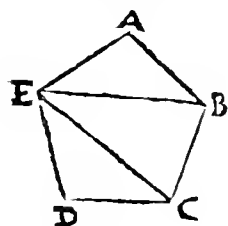
COROLLARIUM II.

Corol.
prop 19.
6.

V Niversè ergo manifestum est, si tres fuerint rectæ,
esse ut prima est ad tertiam, ita figuram à prima pro-
por. descriptam, ad figuram à secunda similiter
descriptam. Quod oportuit demonstrare.

Ostendemus etiam aliter, & expeditius triangula esse
homologa. Exponantur rursus polygoni ABCDE, FGHLK,
ducanturque BE, EC, GL, LH. Dico esse ut triangu-
lum

lum AEE ad triangulum IGL ita EFC ad LGH, & CDE ad HKL. Cum enim triangu-^ala ABE, IGL similia sint, ^a habebit ABE ad IGL duplam proportionem eius, quam ^a habet latus BE ad GL. Eadem de causa habebit triangu-^{19.6.} lum BEC ad GLH duplam proportionem eius, quam habet



EE ad GL. Est ergo vt AEE ad IGL, ita EBC ad GLH. Rursus cum triangu- la EBC, LGH similia sint, habebit EBC ad LGH duplam proportionem eius, quam habet CE recta ad H-

L. Eadem de causa habet triangulum ECD ad LHK duplam proportionem eius, quam habet CE ad HL. Est ergo vt EEC ad LGH, ita CED ad LHK. Oñsum autem est esse vt IEC ad LGH, ita ABE ad IGL; ergo vt ALE ad IGL, ita est BEC ad GLH, & ECD ad LHK; ^b vt ergo ^b vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita omnia ^{12.5.} antecedentia ad omnia consequentia, & reliqua vt in priori demonstratione. Quod oportuit demonstrare.

V S V S—

— Militares, Musici, Machinarij, Optici, seu Pictorij, Geometrici, Astronomici è 2o Propositione Eucl.

§. I.

Corollarium Practicum, seu

PROBLEMA I.

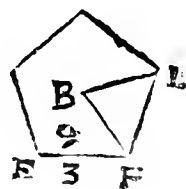
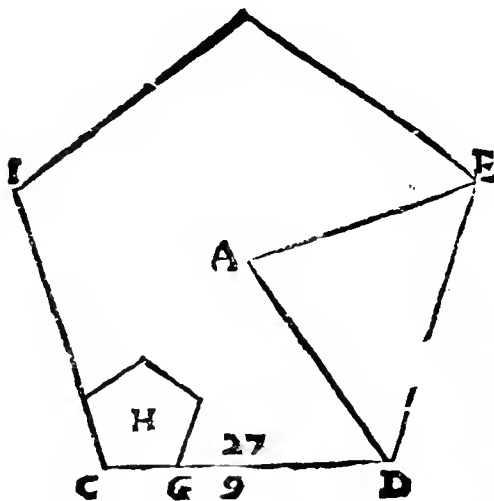
Datis duobus rectilineis similibus quam inter

M m 2

se

se proportionem habeant statim ac facillimè
inuenire in circino proportionum.

Licet è § 6 ad primam huius deduci possit praxis in circino proportionum, quam hic subiiciemus, tamen pro Tyronibus, hic singillatim applicandam censemus. Antequam praxim, indico abusum, quem aliqui addiderunt (præter alios, abusus eius instrumenti, alibi à nobis indicatos) circino proportionum. Nam inueniunt in id instrumentum diuisiones implicatissimas plurium litarum, (præter duas a nobis positas) pro soluendis varijs problematibus geometricis, præsertim circa superficies; at nos (quod illi faciunt per difficiliore lines) ad soluendum hic propositum problema in eo circino utemur simplici diuisione lineæ rectæ in æquales partes 100. Ac quoniã ex hac 20 prop. Eucl. facile deducitur hoc, & aliqua alia problemata, quæ hic subiiciemus, ideo quædam quasi coroll. denominamus.



Igitur data sint similia duo reſtilinea. verb. gr. Pentagona A, B. Quamnam habent inter se proportionem? Accipe latus EF minoris pentagoni B, & eius lateris interuallum interpone inter numerum

circini partium æqualium, in quas vells diuifum EF, v. gr. inter 3 & 3, vel inter 9, & 9, ſcilicet, diducto circino proportionum ad interuallum EF inter 9, & 9. Deinde accipe quantitatem lateris CD maioris pentagoni A, & inuenito circino proportionum, vide inter quos numeros laterales aptetur, verb. gr. inter 27, & 27. Diuiſo maiore numero 27 per 9, quotiens 3 dabit denominatorem triplæ proportionis

9 ad

9 ad 27. Accipe iam in circino proportionum tertiam proportionalem duobus lateribus 9, & 27, & utere nolo, quem docuimus ad prop. 4 huius § 9, probl. 1. ex Apianis. Quo modo inueniens tertiam maiorem proportionalem esse partium 81 ex intervallo inter numeros 81, & 81 in cruribus circini proportionum.

Sive etiam hic aliter: multiplica 27 per 3, & productum 81 erit numerus partium tertiæ proportionalis ad latera 9, & 27. Igitur ex corollar. 2 huius 20 propos. habebit pentagonum B ad pentagonum A proportionem, quam 9 ad 81 sive 3 ad 9. Diuide iam 81 per 9, prodibit 9 quotiens denominator proportionis duplicatæ ipsius 9 ad 81. Vel progrediendo ad minores terminos, & ad tertiam proportionalem minorem, diuide 9 primum numerum per denominatorem proportionis inter 9, & 27, idest diuide 9 per 3, & prodibit quotiens 3, qui habebit ad 27 duplicatam proportionem. Quam ut scias, diuide rursus 27 tertium per 3 primum, & quotiens erit pariter 9, ut fuit ex diuisione ipsius 81 per 9. Vel aliter iuxta defin. 5 huius lib. 6, non diuidendo, sed multiplicando scilicet duos denominatores 3, & 3 proportionis triplicæ inter 9, 27, 81, vel inter 3, 9, 27. Igitur ductus inter se 3 dat 9. &c.

§. II.

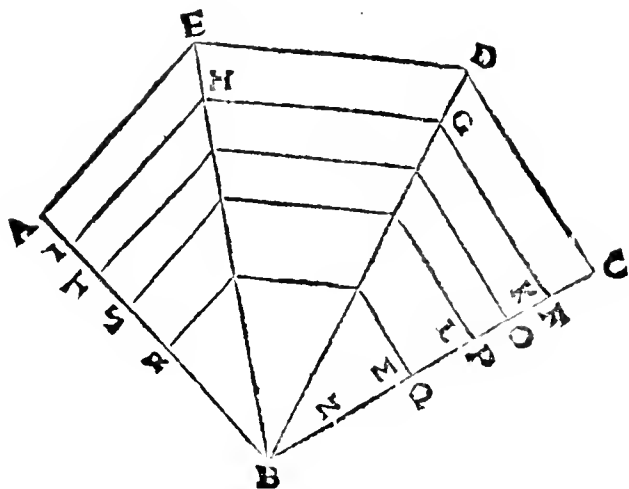
Corollarium Practicum, seu

PROBLEMA II.

Datum rectilineum diuidere in partes æquales per lineas duo latera contigua secantes, & reliquis lateribus parallelas; seruata figuræ similitudine.

MAluimus hoc problema proponere ad hanc 20 prop. Eucl. quam ad anteced. 19, quia hic vniuersale est, & potest applicari etiam triangulis, quemadmodum 20 hęc prop. Euclid. vniuersalem facit antecedentem particularem de triangulis.

Sic



Sit pentagonum etiam non regulare $AECDE$ diuidendum, puta, in partes quinque *equales*, per lineas secantes duo latera contigua, ceterum AB , BC , & parallelas reliquis lateribus AE , ED , DC . Diuidatur alterutrum laterum contiguorum secantiorum, verbigr. AB , in quot proponitur figura diuidenda, scilicet in 5 partes *aquales*, in punctis K , L , M , N , & inter EC , EL inueniatur media proportionalis BF ; inter EC , EM media BO ; inter EC , EN media BP ; inter EC , EC media BQ ; & per F , O , P , Q agantur parallelae lateribus CEA , cuiusq; pentagonum diuisum in 5 partes *aquales*.

Nam inuenta illa media proportionales nihil aliud sunt, quam secunda trium proportionalium, super quibus rectilinea descripta habent proportionem ad rectilinea similia descripta super prima linea proportionalium, quam linea prima ad tertiam proportionalem, iuxta corollar. 2. *Eucl.* post 20 hanc prop. Igitur, in exemplo figura, quoniam BQ sumpta est media proportionalis inter EC , EN , erit super BQ descriptum rectilinum a. s. m. l. e. descriptum super EC , ut EN ad EC ; ita BN est sexta quinta pars ipsius BC , ergo & rectilineum super BQ erit quinta pars rectilinei super EC . Rursum quoniam BP est media proportionalis inter EM , EC , erit rectilineum super BP ad rectilineum super EC , ut EM prima ad EC tertiam, sed EM continet duas quintas ipsius EC , ergo, etiam rectilineum super BP continebit duas quintas

rectilinei super BC ; e \bar{t} autem probatum rectilineum BQR quinta pars rectilinei BCA , ergo & spatium inter $QPRS$ erit quinta pars rectilinei super BC .

Eodem modo super BO rectilineum continebit tres quintas rectilinei super BC , sicut recta BI continet tres quintas recte BC , eritq; spatium inter PO & T tertia una quinta pars, &c. Sic inter $OFTI$ quarta quinta, inter FCA ultima quinta. Divisam est ergo rectilineum $ABCD$ in partes aequales per parallelas reliquis lateribus AE & DC , & secantes contigua latera AB , BC . Quod erat faciendum.

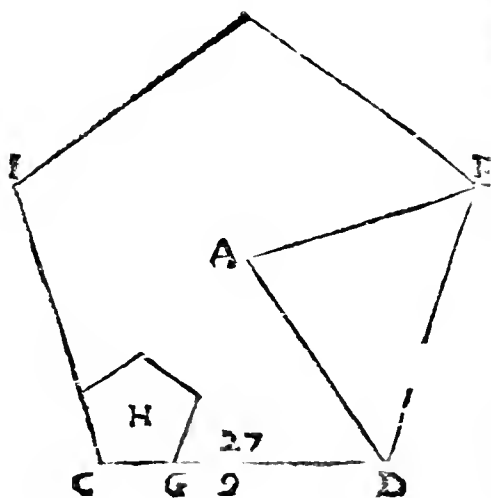
Et servata est figurarum similitudo, quae facile probari potest e \bar{t} 13 prop. & e \bar{t} schol. ad eam, & e \bar{t} nostra Aranea geometrizzante in *Apiar.* 1. praxib. 2. Applica quod indicamus, & exerce te geometricè, mi Tyro.

§ III.

Corollarium Practicum, siue

PROBLEMA III.

Dati rectilinei aream metiri per similia minora; siue investigare quot rectilinea similia minora contineat datum rectilineum in mensurà dati lateris.



Rectilineum A , uno latere, verb. gr. CD , divisum quotlibet partes aequales, verb. gr. in 4, & excitato super una CG rectilineo H , simili, similiterque posito ipsi A , scire, aucto quot rectilinea ipsi H aequalia contineantur in rectilineo maiore toto A . Ipsi CG , CD inveniatur tertia proportionalis, si quis CG a 27 D 4 partes, ita 4 partes

trum, idest ad 16. Dico in rectilineo A contineri 16 rectilinea H ; siue dimensione facta area maioris rectilinei A in mensuris rectilinei H , quantitatem area rectilinei maioris esse 16 rectilineorum H minorum.

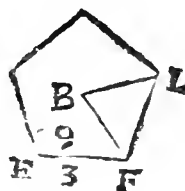
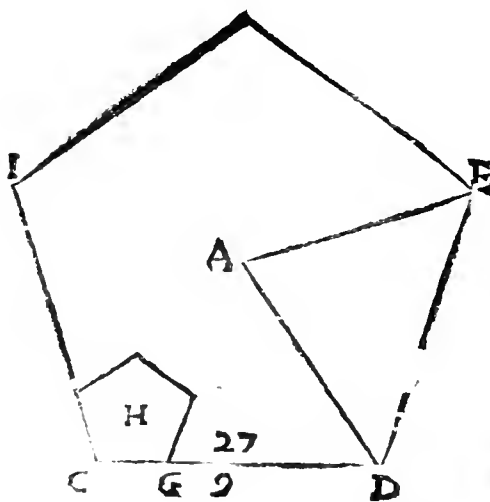
Tacet è coroll. 2 huius 20 prop. Nam rectilineum H super prima, proportionalium CG se habet ad rectilineum A super secunda CD , quæ admodum prima CG se habent ad tertiam quæ est 16. Siue, ex 20 propof. habent rectilinea H , & A inter se proportionem duplicatam laterum CG , CD , quæ est in proportionem quadrupla horum numerorum bis sumpta, 1, 4, 16, vt 1 ad 16.

§. IV:

Corollarium Practicum, siue

PROBLEMA IV.

Datum rectilineum augere, vel imminuere in data proportionem, seruata figuræ similitudine.



R

Rectilineum M
fit augendum
in proportio-
ne rectæ NO
ad

ad rectam CD : inueniatur inter NO , CD media proportionalis EF , super qua excitato rectilineo B simili, similiterq; posito ipsi M , erit B auctum in proportione rectæ NO ad rectam CD . Scilicet ex corollar. 2 sæpius citato ex hac 20, siue ex ipsa 20 propositione. Habent enim M , B proportionem duplicatam laterum NO , EF , quæ est ipsius NO ad rectam CD . Similem in modum si rectilineum A sit imminuendū in proportione lateris CD ad rectam NO , inuenta media EF , & super eâ excitato simili, similiterq; & c. B , erit A imminutum in B proportione lateris CD ad rectam NO . & c. Datum ergo rectilineum auximus, & imminuimus in data proportione, seruata figuræ similitudine. Quod erat præstandum.

§. V.

Corollarium Practicum, siue

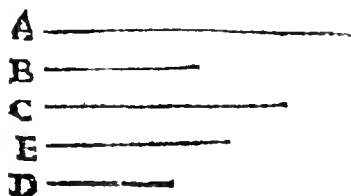
PROBLEMA V.

Dato rectilineo, simile similiterq; positum in datâ alia proportione constituere.

Non differt operatio à precedenti problemate, à quo deducitur. Nam rectilineum auctum, vel imminutum in data proportione idem est quod constituitur ad aliud simile in data proportione. Applica praxim huius corollarij problemati, seu potius problema præcedens praxi huius corollarij.

Hinc patet quid sit agendum, cum dicitur —

— *Vt recta ad rectam, ita constituere rectilineum ad simile rectilineum.*



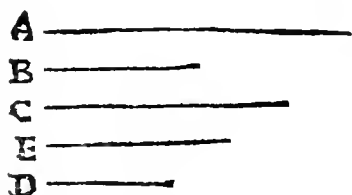
VT A ad B , ita fiat (exemplum est, facilitatis maioris gratia, in quadrato) ad quadratum ex C aliud quadratum. Lateri enim tetragonico C inuenienda est D in eadem proportione ipsius A ad B .

N n

Mo x

Mox inter C , D inveniendae est media proportionalis E , super qua quadratum erit ad quadratum super C , ut B ad A . Nam quadratum C ad quadratum E habet duplicatam proportionem, per corollar. ex 20, sicut recta C ad D , quae est proportio rectae A ad B . Sic conuerso modo, —

— *Vt rectilineum ad rectilineum semele, sic facere rectam ad rectam.*



S I conuersim, ut quadratū super C ad quadratum super E , velis efficere ut sit recta A ad aliam; accipe lateribus C , E tertiam proportionalem D , & ut C recta est ad D , sic fac sit A ad B . Nā quadrati C ad quadratum E est duplicata, idest proportio rectae C ad D , cui proportioni cum eadem proportio sit A ad B , erit ut quadratum C ad quadratum E , ita recta A ad rectam B .

SCHOLION I.

Problemata præcedentia etiam de rectilineis non similibus.

S I rectilinea data non sint similia, redigendum alterum erit, iuxta propof. 18 huius, ad alterius similitudinem, similemque positionem, ac deinde operandum erit ut in præcedentibus similibus. Circa quæ posuimus exempla prout exigit præscriptum huius 20 propof. Eucl. de similibus; quam tamen propositionem hic etiam vniuersaliorem, idest etiam ad non similia, traducimus.

§. VI.

SCHOLION II.

De quadrato quadruplo quadrati super dimidio latere excitati.

Deducitur ex corollarijs Euclidis, & ex problematibus hinc nostris antecedentibus. Nam tribus datis in eadem proportionem, verb. gr. in dupla proportionem sic: 1, 2, 4. Quadratum ex latere 1 primo proportionali ad quadratum ex latere 2 secundum proportionale habet proportionem primi 1 ad tertium proportionale latus 4, (hoc est duplicatam lateris 1 ad 2) ideoq; quadratum ex latere 1 est quadruplum quadrati super dimidio latere 1. Poteratq; hoc corollarium theorematicum problematicè, ac vniuersaliter proponi, vt antecedens problema, scilicet sic: quadratum augere ad datam proportionem, verbi gratia quadratum quadruplare. Quod fieret sumptà medià inter 1 augendum, & inter 4, id est inuente 2; & super latere partium 2 excitatum quadratum esset quadruplum quadrati ex 1.

§. VII.

SCHOLION III.

Indicata aliqua de proportionem etiam circulo-
rum inter se duplicatà ex diametris.

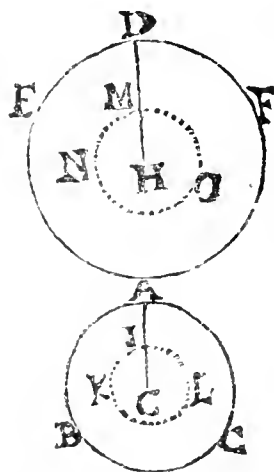
Ex prædictis etiam discis, mi Tyro, quid sit apud Euclid. lib. 12 prop. 2. Circuli inter se sunt, quemadmodum a diametris quadrata. Demonstrationem in seq. § 8 dabo aliterq; quàm Eucl. In-
ta terminos hic usurpatos idem est ac si dicas Quemadmodum ex hac 20 prop. quadrata duplicatam habent proportionem laterum homologorum, sic circuli duplicatam diametrorum, Exempli gratia datis duobus circulis, & duabus eorum diametris, inuenta tertia proportionali, circuli dati habent inter se proportionem, quam vtriuslibet diameter ad tertiam proportionalem inuentam.

§. VIII.

THEOREMA I.

Circuli habent inter se duplicatam proportionem semidiametrorum, ex usu geometrico centri grauitatis demonstratam.

IN varijs vsibus & ad hanc 20 propos. & ad alias in hoc Aerario pro Machinaria, Astronomia. &c. (ac praesertim pro praxibus, & problematibus ad extremum propositionis 47 lib. 1. à nobis positis) ne supponas sine demonstratione geometrica proportionem circularum, atq; etiam sphaerarum inter se, nèce egeas ad hæc posteriorum Euclideanum librorum demonstrationibus, accipe paucis demonstratas eas proportionem hic à nobis ex usu geometrico centri grauitatis.



Itaq; affirmo, ac breuiter demonstro circulos ABC, DEF habere inter se proportionem duplicatam semidiametrorum AG, DH . Quoniam enim sunt exgyratione semidiametrorum GA, HD , altero eorum extremo fixo in centrīs G, H , & circularium arearum quantitas habetur ex ductu earūdem semidiametrorum in peripherias IKL, MNO designatas à centrīs grauitatis I, M , habebunt prædicti circuli ABC, DEF inter se proportionem & semidiametrorum AG, DH , & peripheriarum minorum IKL, MNO . At vt peripheriæ, sic inter se sunt & earum diametri, ac semidiametri (per citata ex Pappo ad propos. 43. lib. 1. § 3 in 1 tom. huius Aerarii) ergo habent inter se circuli bis proportionem semidiametrorum, id est duplicatam.

§. IX.
COROLLARIUM VI.

Propositio 2. lib. 12 Eucl. demonstrata ex antecedenti theoremate.

Congruit demonstratum theorema antecedens ex usu geometrico centri gravitatis cum propositione 2. lib. 12 Euclidis, quæ est: Circuli inter se sunt, quemadmodum à diametris quadrata. Quemadmodum enim quadrata à diametris circulorum habent inter se duplicatam proportionem laterum, siue diametrorum, è quibus fiunt, iuxta hanc 20 propos. sic & circuli habent inter se duplicatam proportionem diametrorum, siue (quod in idem recidit) semidiametrorum, ut nos in antecedenti theoremate facillime, ac brevissime demonstrauimus, ac aliter, quàm Euclides, qui prolixà, & indirectà demonstratione, &c.

§. X.
COROLLARIUM VII.

Semicirculi, quadrantes, &c. circulorum, habent inter se duplicatam proportionem semidiametrorum.

Fiunt enim etiam illæ partes circulares ex ductu semidiametrorum in dimidiam peripheriam, vel quartam partem peripheriarum signatarum à centris gravitatis, ac ut partes peripheriarum sunt inter se, sic sunt & semidiametri, à quibus describuntur &c. Ad confirmationē aduoca huc propos. 15 lib. 5. Eucl. qui etiam facit pro his, & alijs demonstrationibus apud nos ex centro gravitatis, ubi partes peripheriarum, vel diametrorum pro totis accipimus &c.

§. XI.

SCHOLION IV.

Hallucinatio vitanda Tyronibus in circularum
inter se proportionibus.

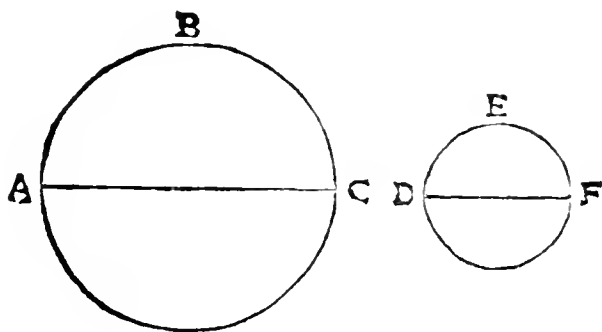
Aliud est, mi Tyro, (tui similes expertus sum hic falli) philosophari geometricè de proportionibus inter se peripheriarum, aliud de proportionibus inter se circularum. Circulus enim, iuxta eius definitionem, appellat non solum ambitum, siue peripheriam, sed aream sub ambitu circulari, siue peripherià comprehensam. Atq, alia est proportio inter se peripheriarum, alia arearum. Habent quidem circularum peripheriæ eandem inter se proportionem, quem diametri (quod Pappus præ alijs demonstravit lib. 5, prop 11) sed ea simplex est proportio, non autem duplicata. Quæ quidem duplicatam diametrorum proportionem habent inter se areæ circularum, ex dictis in Schol. anteced. 2. Quare si exploranda sit proportio duorum circularum in peripherijs, aut augendus alter duorum circularum circa peripheriam, satis est spectare, & accipere proportionem simplicem, quam optas, in diametris, & habebit, verb. gr. alter duorum circularum, cuius duplo maior est diameter, quàm alterius, habebit, inquam, peripheriam alterius peripherià duplo maiorem; & si sit aliter augendus peripherià duplâ, duplicanda erit diameter, seu semidiameter, eiusq; intervallo ducta peripheria erit aucta in duplum.

§ XII.

SCHOLION V.

Quæstiunculæ curiosæ, ac praxes Harmonicæ,
Militares, &c. in proportionibus peripheria-
rum, & circularum.

Accipeluculentum exemplum, & praxim proportionis peripheriarum, & circularum in re musici; quo exemplo palam fit quid intersit, etiam a sensu, inter utraque in circulis proportionem. Finge primo duas peri-



phas ABC, DEF esse areas, ac sonoras, & diametros AC, DE esse duas fides harmonicas aequaliter tensas aequalis crassitie, similisque mat. i. e; quarum diametrorum maior fit dupla longitudine minoris, & consequenter etiam, ex prædictis, periphæria maior dupla minoris. Pulsatæ utraq; diameter edent consonantiam, quæ est in lineæ harmonice diuisionibus (re: use praxim nostram in § 8 ad 9 proposit. & in Apiar. 10, Progym. 1. proposit. 1.) totius ad dimidiam, vocaturq; consonantia diapason, suauissima. Quam ergo consonantiam reddent periphærie utraq; pulsatæ ABC, DEF? eandem scilicet, quam diametri, diapason; quia eadem prorsus, ac simplex proportio diametrorum quæ peripheriarum est.

Finge secundo eosdem circulos ABC, DEF esse duas laminas areas, & sonoras eiusdem qualitatis, & æqualitatis in materia. Quam uero laminæ suspensæ à B, & E, ac aequaliter pulsatæ edent consonantiam? Iuxta prædicta ex hac 20 proposit. quoniam fit questio, & comparatio superficierum circularium, non peripheriarum, edent consonantiam, non simplicem 1 ad 2 quæ inter diametros, sed duplicatam proportionis diametrorum, nempe eam, quæ in diuisione lineæ harmonice est 1 ad 4, & appellatur disdiapason, suauis inter acutas. Si æquales, & cætera pares sonora superficies, seu laminæ unisonæ sunt, pro-

Laminæ
due cir-
culares
dime-
trorum
in
dupla
propor-
tione,
pulsatæ
reddent
consonan-
tiā dis-
diapason.
&c.

profectò quartà parte altera facta minor quartam è primis consonantiam edet. Ut ex dictis etiam sensus aurium distinguat proportionem simplicem diametrorum, & peripheriarum à proportionem duplicatà circularum &c

2 In proximè antecedenti problemate progressio quæstionis facta est à diametris, & peripherijs, quarum altera sit dupla alterius, & ex diapasone diametrorum, & peripheriarum itum est ad disdiapason circularum laminarum, quarum altera, iuxta hanc 20 propos. est alterius quadrupla.

Duarū At hic ego nunc contrarià ratione, datà circulari lamina alterius lamina- duplā, & cum alia reddente consonantiam diapasone, quæro, eorum rē arcu- circularum peripheriā quam inter se proportionem habebunt, & in rum cir- quæ erunt inter se consonantia? Affirmo earum peripheriarum con- culariū sonantiam nullam futuram, quia non habent proportionem inter se in dupla rationalem. Vide nos in *Aptar.* 12, progym. 2 quæst. 3. Quoniā enim, propor- cōstituto isoscele rectangulo, circulus diametri, siue lateris, quod oppo- diame- nitur angulo recto, est duplus viriuslibet circuli descripti circa verū- tri, & liber laterum constituentium angulum rectum, iuxta ea quæ aā finem periphe- prop. 47. lib. 1. demonstramus; atq; ut diametri sunt inter se, sic & ria sunt periphēria; diameter autem, siue basis trianguli isoscelis rectan- dissona. guli, est incommensurabilis cum periphēria, & incommensurabilis cum angulo recto, iuxta d 15 ad 47 propos. lib. 1, & iuxta alibi à nobis circa hoc probata; ideo & periphēria circuli, qui sit alterius duplus, &c. est incommensurabilis cum periphēria circuli subdupli; ac proinde non consonantes sunt eæ periphēriæ. Vide nostra in fine proposit. 47. lib. 1. & alicui figuræ ibi hæc applica, ut apertiora videas.

Cōsonā- 3 Ex ante dictis discite modum cognoscendi, etiam sine auditu, quas tias occu- consonantias editura sint propositæ aliquæ etiam extra circulares. is perci- figuram, similes, ac sonoræ laminæ. Accepta enim quantitate, ac pro- pere. portione laterum homologorum, & duplicatā, pronuntiabis iuxta eam, (servatis tamen ceteris paribus in utraq; lamina, &c.) eandem consonantias, pro variā earum specie, diuisione, ac numero in harmonica linea diuisione apud nos in citatis ad 10 propos. huius, & in *Ap.* 10, servatā figurarum similitudine. Pariter iuxta diametrorum duplicatas proportionem, laminas augebis, aut imminues, atq; instrues

Fistulas tibi ex hac 20 proposit. copiosam, & demonstratam harmoniā. — pro va- 4 Quam prædictis modis etiam efficies augendo, vel imminuen- rīs con- do ora circularia fistularum iuxta proportionē diametrorū duplica- sonantis tā, ad aquas pro lubita proportionem effundendas à fontibus ad harmo- geome- niam hydraulicam, dum proportionatis quantitibus cadunt lym- tricè a- pare. phæ;

phas; iuxta inuenta in Ap. nostro 10. progym. 2. prop. 3.

At vero viri militares pro cognoscenda proportionē, quam habēt, *Tormē-*
aut ad quam fuili arte augenda, vel minuenda sunt ora bombardarū *ta belli-*
maiorum, vel minorum, non egent duplicatā, sed simplici proportio- *ca pro-*
ne diametrorum, iuxta quam sunt & inter se peripheriæ concavæ in *variā*
oribus earum militarium machinarium. *proportionē*
geometrice
comparare.

§. XIII.

COROLLARIUM VIII—

— Vniuersale ad 2 propos. lib. 1 2 Eucl.

DUm Geometra demonstrat circulos esse in proportionē qua-
dratorum ex diametris, & non solum quadrata ex diame-
tris, sed etiam quolibet rectilineæ figuræ similes, simili-
terq; super diametris excitatæ duplicatam habent propor-
tionem laterum homologorum, iuxta hanc 20. prop huius lib. 6, an
non ex 2 prop. lib. 1 2. rectē etiam inferas circulos habere inter se pro-
portionem, non solum quadratorum ex diametris, sed etiam similium
rectilineorum super diametris? nempe duplicatam diametrorum.

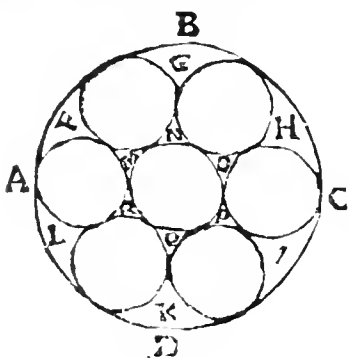
§ XIV.

THEOREMA II.

Intra figuram rectilineam, vel circulum descri-
ptis minoribus, & inter se se æqualibus quot-
cunq; capere potest, similibus rectilineis, vel
circulis, faciliē, ac demonstratiuē cognoscere
quot rectilineis, vel circulis minoribus æqua-
lia sint spatia quantumuis irregularia ab ip-

sis rectilineis, vel circulis minoribus non occupata.

Exemplum esto in circulis, a quibus fit ut spatia non occupata sint quam maximè irregularia, & sub curvis concavis, & connexis lineis, & angulis mixtis comprehensa, ideo apparenter difficiliora ad certam eorum mensuram. Esto circulus ABC-



D, & diuisa diametro AC, verb. gr. in tres partes aequales, semidia-
metro vnus sextę partis descripti
sint circelli minores, quorum tres,
se mutuo, & peripheriam maioris
circuli cōtingentes, occupabunt dia-
metri AC longitudinem, reliqui
verò infra, & supra diametrum
mutuis cōtactibus inter se, & cum
reliquis, & cum maiore circulo
bini erunt; atq; omnes in dato ex-
plo trifariatę diametri, erunt 7

circelli inter se aequales, nec plures integros in ijs contactibus capit
ambitus circuli maioris. Quero ex te, mi Tyro, spatia curuilinea nō
occupata à circulis minoribus, atque inter eos, & ambitum maioris
circuli intercepta (qualia sunt F, G, H, I, K, L & M, N, O, P, Q, R)
quot circulis minoribus sunt aequalia? Hæres? Ego verò affirmo esse
omnia illa curuilinea spatia aequalia duobus circellis minoribus in-
tra maiore descriptis, in exemplo hīc dato proportionis diametrorum
1 ad 3. Ac faciliè ab antecedentibus, & ex hac 20 prop. huius lib. 6
demonstratur.

Quoniam enim etiam circuli sunt in duplicata proportionē suarum
diametrorum, & diameter circelli cuiuslibet in nostro exemplo ad
diametrum circuli maioris est vt 1 ad 3; si duplicetur proportio, fiatq;
1, 3, 9, erit proportio vnus circelli ad maiorem, vt 1 ad 9. Ergo cir-
culus maior aream habebit aequalem 9 circellorum. At inscri-
pti circelli, iuxta conditiones constructionis, sunt tantū septem; er-
go reliqua spatia in maiore circulo à circellis non occupata sunt reli-
quum area ad complementum 9 circellorum, quibus ea est aqualis, er-
go sunt aequalia ea spatia duobus circellis. Quod erat demonstrandū.

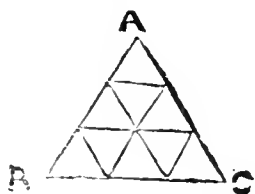
Simili ratione geometricè philosophandum erit in omni alia pro-
por-

portione datā diametrorum: simili, inquam, non eādem. Sed pro varia diametrorū proportionē, à qua variatur numerus inscriptorum integrorum minorum circulorum: mutuo se, ac maiorem circulum continentium.

Simili etiā ratione demonstrabitur de quacunque rectilineā figurā, intra quā ad datā laterum homologorum proportionem inscribitur figura similes minores inter se equales, quæ habebunt aliqua latera cōmunia, seu congruentia tam inter se, quā cum latere maioris rectilinei, tamen aliquando, propter varietatem figurarum aliquarum, spatium planè totum non implentium se totis, ac integris, ac relinquunt aliquas intercapedines. Quæ semper erunt aequales tot minoribus rectilineis, quot desunt numero ex proportionē duplicata laterum homologorum.

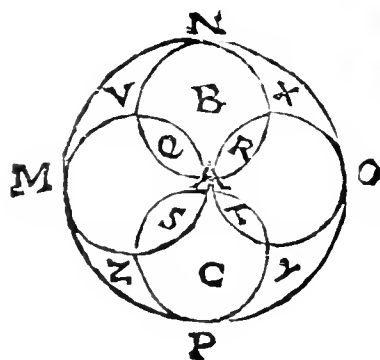
Aliquando, dixi, non semper, quia sunt aliquæ figuræ similes, quarum minores maioribus inscriptæ, (sive maiores per minores diuisæ) totum spatium maioris figuræ absumunt, nec quidquam superest intercepti, vel interci, si inter integras minores inscriptas, & inter maiorem. Renise nos de triplici genere angulorum, & figurarum spatium per se implentium ad prop. 15. lib. 6. Eucl. & in Ap. 1 prælib. 1.

Vide hic exemplum in triângulo æquilatèro ABC, in quo 9 minora æquilatèra implent aream totam, factā proportionē laterum 1 ad 3, & duplicatā 1 ad 9.



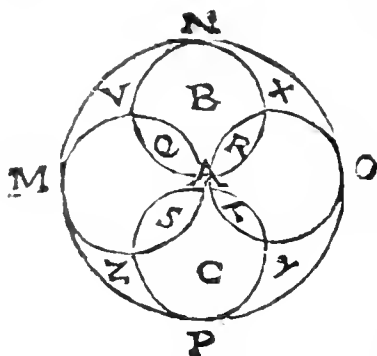
§. XV.

COROLLARIUM IX.



Si quis, velit etiam inscribere, terbi gr. in circulo maiori MNO omnes minores circulos, quibus area maioris aequalis est, circuli minores contingent quidem maiorem, se tamen eorū aliqui mutuo secabunt. Ut vides in appositā figura, in qua proportio diametrorum est 1 ad 2, & duplicata fit 1 ad 4, hoc est, ex antedictis, maiorem circuli

OO 2 area



area est quadrupla minoris. Ex inscriptorum circularum intersectionibus mutuis spatia Q, R, S, T bis occupantur ab aequalibus circularis, vacant verò, nec occupantur spatia V, X, Y, Z.

Facile erit Tyroni ex antedictis, & dicendis demonstrare curvilinea Q, R, S, T esse aequalia curvilineis V, X, Y, Z. Spatia enim vacantia sunt ea, quæ debentur circularis sectis, ut cõpleant maioris circuli

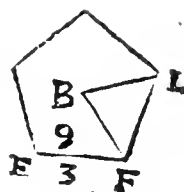
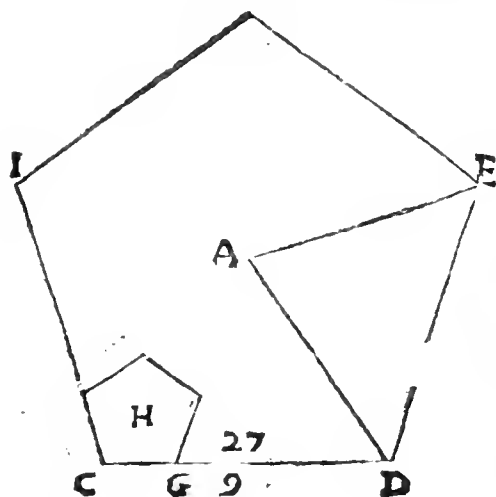
totam aream, cui sunt aequales. Accipiantur binii integri circuli minores, verbi gr. M V Q A Z, A X O Y, quorum alteruter cum sit quarta pars maioris, ergo binii simul occupant dimidium maioris; reliquum dimidium arcus maioris erit sub duobus circularum minorum segmentis B, C, & sub spatijs vacantibus V, X, Y, Z, & alterutrum segmentum; verbi gratia B, cum suis adiacentibus spatijs V, X ponetur conficere quartam partem areæ maioris circuli. Igitur circulus minor A N, hoc est segmentum B cum segmentis Q, R est quarta pars areæ circuli maioris; idem segmentum B cum spatijs vacantibus V, X postum est etiam quartam occupare partem areæ eiusdem circuli maioris, ergo, ablato communi segmento B, remanent aequalia inter se V, X, & Q, R.

§. XVI.

P A R A D O X V M I.

Quod est contra 20. propos. solutum de rectilineis cylogonijs, quæ non videntur habere inter se proportionem duplicatam homologorū laterū. Atq; inde alia paradoxa soluta.

O Tponat fortasse quispiam Geometricarum veritatum non superficialiter perscrutator: Cylogonij, siue cauiangula figura rectilineæ que: admodum apud nos in-
erunt

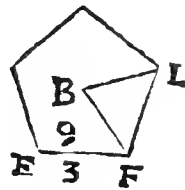
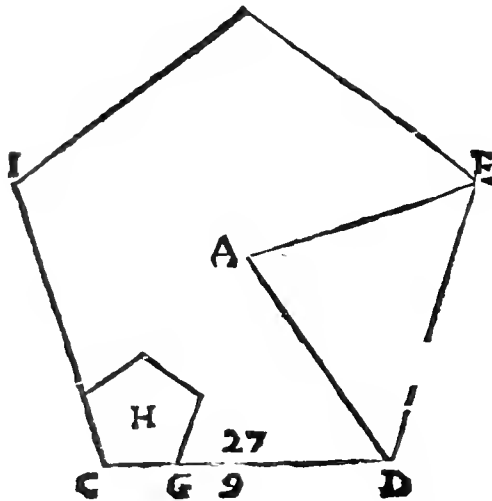


runt alia noua parado-
xa in Geometricā Phi-
losophiam, (vt habes in
Apiar. 3. & in tom. I.
huius Aerarj varijs in
locis) an non & in hanc
20 prop Eucl. inuehant
hoc paradoxum, quòd

cylogonia rectilinea eximunt se ab huiusce propos. 20. sanctione, nec habent laterum hom'ogorum duplicatam proportionem inter se, licet similia sint, similiterque descripta? Patet paradoxum in appo-
sita figura. Nam in vtroq; pentagono rectilineo A, B, quasi vno latere introrsum infracto, sine ductis duabus à punctis D, E, F, L (angulos æquales facientibus in A, & B cauos externos) atq; ablati lateribus DE, FL, vides rectilineum vtrumq; A, B constitutum super iisdem lateribus CD, EF, quæ tamen rectilinea cum imminuta sunt quantitate vtrq; comprehensà sub DAE, & sub FBL, non possunt habere inter se eandem proportionem, quam antea habebant sub lateribus DE, FL. Sub quibus, ac reliquis lateribus quoniam ex hac 20 propos. comprehendunt quantitates, sine areas habentes inter se proportionem duplicatam rectarum CD, EF, ideo, imminutis areis, an non habent inter se proportionem minorem duplicatà laterum?

2 Atq; hinc alia consequentur paradoxa. Scilicet, quam proportionem habeant cylogonia similia rectilinea scire non licebit per inuentiorem tertiæ proportionalis; nec ope eiusdem tertiæ inuestigare, licebit quot rectilinea minora similia contineantur in maiore; nec pariter licebit cylogonia rectilinea augere, vel imminuere secundum datam proportionem mediæ proportionalis, &c. Neq; enim, vt prædixi, cylogonia rectilinea sequuntur proportionem laterum secundum mediam, vel tertiā proportionalem, sed deficiunt ab his proportionibus, propter imminutas areas; &c. vt prædictum est.

3 Oppositioni debeo, & offero non solum responsionem, sed etiam occasionem luculentioris veritatis, & doctrinae in hac propos. 20 contentis, quæ (sine exceptione monstruorum figurarum curvilinearum) planè universalissima est de omnibus figuris planis, & rectilineis si milibus, similiterq; descriptis, quarum mutua proportio in areis est duplicata laterum homologorū. Cū ergo cuiusvis planæ figure sint rectilineæ, si etiam sint similes, similiterq; descriptæ etiam ipsæ comprehenduntur lege geometrica duplicatæ proportionis laterum homologorum.



4 At enim eadē latera sunt CD, EF, & imminuta sunt areæ, ablatiis triangulis DAE, FBL, quomodo ergo minores, siue imminuta areæ possunt habere eandem laterum non minorum

proportionem? Quid ni, mi Tyro? An non dux recte, vel duo numeri, quorū est, v.g. proportio quadrupla in maioribus numeris, vel in palmis, imminui tamen possunt intra terminos eiusdem proportionis? V.g. imminutis proportionē lineis, habent ea inter se quadruplam proportionem digitalem, sicut antea habebant quadruplam palmarem. Pari modo cilogonia rectilinea, modò fiat, ex præscripto huius 20 proposit. similia, similiterq; descripta, etiam ex vi eiusdem 20 proposit. habebunt duplicatam laterum proportionem.

Quemadmodum è duplicatà laterum CG, CD proportionē, demonstratum est contineri in pentagono A sexdecim pentagona minuscula H, &c. eodem pentagono A factò cuiusvis angulo per ablationem trianguli DAE, si pentagonum H minusculum simili ratione efficias cuiusvis angulum, atq; imminuas triangulo minusculo, quod sit simile ablato maiori DAE, continebuntur in pentagono cilogonio maiori pariter 16 pen-

pētagona cylogonia minuscula ex vi demōstrationis in hac 20 prop.

4 Hinc facilis est solutio reliquorum paradoxorum in oppositionibus subnum. 2 huius paragraphi. Nituntur enim illa omnia eā hallucinatione, quam iam solvimus, ac proinde negantur omnes illæ illusiones. Itaq; etiam licebit scire quam proportionem habeant data duo cylogonia rectilinea, feruentionem tertia proportionalis, & imminuentur, vel augebuntur per mediam proportionalem eodem profus modo, quo reliqua rectilinea non cylogonia Quare propositio hac 20 sibi constat etiam in rectilineis cylogonys similibus. &c.

§. XVII.

PARADOXVM II.

Rectilinea, & circuli, quorum proportio duplicata laterum, vel diametrorum cognita est, ac nescitur. Et alia paradoxa.

Si cognita est duplicata laterum proportio, quomodo nescitur? Ideo paradoxum est, mi Tyro! lege, ac intellige sequentia. Huic paradoxo ansam, & veram causam prabet doctum scholion antiquum in fine li. 10 Elem. & in exemplaribus graecis; quod etiam apud Zambertum, Campanum, Commandinum, & Claurum extat. Cuius quidem scholij prima pars ex versione Commandini sic
A ————— habet: Inuentis longitudine incommen-
C ————— surabilibus rectis lineis A, B, inuententur
B ————— & aliæ quamplurimæ magnitudines ex
duabus dimensionibus, nimirum superficies incommensurabiles inter se. Si enim ipsarum A, B mediam proportionalem sumamus rectam lineam C, erit vt A ad B, ita figura, quæ fit ex A ad eam, quæ ex C similem, similiterq; descriptam; siue quadrata, siue alia rectilinea similia, siue circuli, qui circa diametros A, C describantur, quandoquidem circuli inter se sunt vt diametrorum quadrata. Inuenta, g. tur sunt spatia plana inter se incommensurabilia.

Itaq; rectilinea similia, &c. quæ sunt ascripta super lineis incommensurabilibus, (quarum plura genera apud Eucl lib. 10) erunt & ipsa inter se arcibus incommensurabilia, id est quorum areas nulli communis mensura metiri poterit, iuxta defin. 2. lib. 10; proportionem
tamen

tamen habebunt duplicatam laterum homologorum ex vi huius 20 propof. At quoniam ea proportio est irrationalis, quæ in partium numeris nec exhiberi, nec agnosci potest, ideo constat sibi veritas propofiti à nobis paradoxo de rectilineis, quorum proportio duplicata laterum cognita est, ac nescitur. Quare nec sciri poterit quam inter se proportionem habeant data duo similia rectilinea, quorum alterum, ex æp. gratia, sit excitatum super diametro alicuius quadrati, alterum vero super vno laterum eiusdem quadrati, licet, inuenta tertiâ proportionali ipsis diametro, & lateri quadrati, sciatur rectilinea ea duo habere inter se proportionem, quæ est lateris quadrati, tamquam primæ lineæ proportionalis ad tertiam inuentam.

Ratio ex antedictis est quia proportio inter eas lineas, licet sit primæ ad tertiam duplicata, est tamen in partium numero ignota, quia irrationalis, ideoque & proportio rectilinearum super primâ, & secundâ similium licet sciatur esse duplicata, tamen ignota erit, quia & ipsa rectilinea sunt incommensurabilia, id est habent proportionem ignotam in numeris partium. &c.

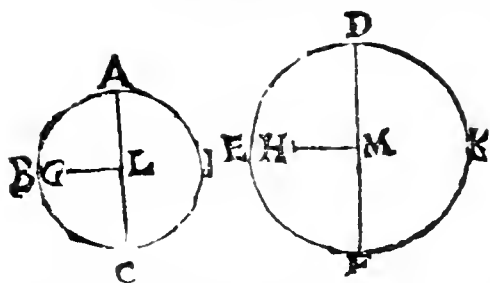
Paria intellige de circulis, quorum diametri sint lineæ incommensurabiles.

§. XVIII.

THEOREMA III.

Sphæræ habent inter se proportionem triplicatam semidiametrorum demonstratam ex usu geometrico centri grauitatis.

Elenemus huius 20 propof. duplicatam, & producamus etiam ad triplicatam in exëplo luculento. Pro quo suppono in semicirculari plano inuentionem centri grauitatis, pro qua vide schol. in seq. Itaque quod ad propofitum theorema pertinet, finge semicirculos AB , DEF , inuentis eorum centri grauitatis in G , H , circulariter rotari circa diametros AC , DF , & factas esse geminas sphæras BI , EK ; dico eas habere inter se proportionem triplicatam semidiametrorum. Quoniam enim sphericæ soliditatis quantitates constantur ex ductu semicirculorum ABC , DEF in periphē-



phas signatas à cen-
tris gravitatis G, H in
rotatione semicirculo-
rũ circa diametros, ha-
bebunt sphaera BI, EK
inter se proportionẽ &
semicirculorum, & pe-
ripheriarum signatarũ
à centris gravitatis. At

proportio semicirculorum per § 8, & 10 ad hanc propos. 10. Eucl est
duplicata semidiametrorũ (& proportio peripheriarũ à centris gra-
vitatũ est ut earum semidiametri GL, HM) ergo additã hãc tertiã se-
midiametrorum GL, HM proportione duabus, siue duplicatã propor-
tioni semidiametrorum in semicirculis, constatũr proportio tripli-
catã semidiametrorum, quã est inter soliditates utriusq; sphaera BI, E-
K quod erat demonstrandum.

SCHOLION VI.

Ad facilitatem praxis pro anteced. theor. & de
quadratura circuli e centro gravitatis in se-
micirculo.

NE alibi à nobis dicta hic iterentur, ac ut ad praxim scias ne-
cessaria pro antecedenti theoremate, accipe sequentia indi-
cata. Scilicet ut scias ipsos ambitus rotationũ à cẽtris gra-
vitatũ G, H, scire opus est ubi nũ in semicirculis ACB, D-
FE sint centra gravitatis G, H, unde procedunt rotationum semidia-
metri, hoc est gravitates ipsarum LG, HM. Quam ad rem vide in-
dicata apud nos in Analẽtũ ad quartam editionem nostrorũ
Aptariorum in analẽtũ. 7. un. 3, ubi de constatione, & dimensione
sphaericæ soliditatis. Ac præterea quomodo quadratura circuli pro-
deat ab inventionẽ centri gravitatis in semicirculo, vide ibid. Analẽ-
tũ 6.

§.XIX.

COROLLARIUM X.

Euclidis 13. propositio lib. 12 ex antecedenti
theoremate demonstrata.

Congruit veritas antecedentis theorematidis de triplicatâ proportionem semidiametrorum inter sphaeras demonstratâ ex usu geometrico centri gravitatis, cum 18. propos. lib. 12 Euclidis, quæ est de triplicatâ. proportionem diametrorum inter sphaeras. Vt enim semidiametri apud nos, sic diametri apud Euclidem. Ac, quod præiurum fuit operæ, id, quod Euclides prolixâ, & indirectâ demonstratione prosequitur, nos brevissimâ, & facillimâ sumus assecuti.

SCHOLION.

Potesl etiam formari propositio sic. Sphæra habent inter se proportionem triplicatam peripheriæ circuli maximi. Vt enim semidiametrorum, & el diametrorum proportionem, sic & peripheriarum ab ipsis descriptarum. &c.

§ XX.

COROLLARIUM XI.

Sphærae inter se sunt vt à diametris cubi.

Quemadmodum circuli inter se sunt vt diametrorum quadrata, id est in duplicata proportionem laterum &c. sic, quoniam similia solida parallelepipedâ (qualia sunt & cubi - ca)

ca) inter se sunt in triplicata ratione homologorum laterum, per demonstrata facillimè ex eorum ortu à nobis in sect. 1. Breuiarij Stereometrici, in fine huius 2. to. & per propos. 32. li. 11. Eucl. Ergo dum sphaerae, per demonstrata in anteced. habent proportionem triplicatam diametrorum, habeant eandem cum proportione cuborum à diametris. Vides apud nos consonantiam 2 propos. lib. 12. cum ultimà, idest 18 eiusdem libri. Potes & huc aduocare propos. 12. eiusdem lib. 12. de triplicata ratione diametrorum in basibus inter similes cylindros, & conos. &c. Vide citat. Breu Stercom.

§. XXI.

COROLLARIUM XII.

Dimensiones facillimæ solidorum ex antedictis, Auctiones, &c.

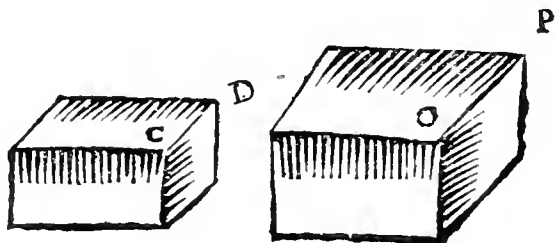
AD finem li. 2. & 3 in 3. parte huius Aerarij, & in Breuiar. Stercom. docuimus in aliquibus exemplis facillimam dimensionem superficierum, etiam curuarum, & soliditatum corporum rotatorum ex usu geometrico centri gravitatis. Hic tantum indico ex demonstratis ad 14, 15, ad hanc 29, & inferius ad 23, § 16, 17, 18, 19, 20 elici posse dimensiones superficierum, & soliditatum conicarum, cylindricarum, sphaearum; scilicet habitis quantitatibus per numeros tam linearum, quam superficierum, quæ rotantur, & peripheriarum rotationis à centro gravitatis, ex quibus constantur superficies, & soliditates illæ, ut habes in demonstrationibus à centro gravitatis. &c. Ex antedictis etiam deduci possunt auctiones, iminationes solidorum, &c. de quibus vide nos in fine huius 2. To. in Breuiar. Stereometrico.

§. XXII.

PARADOXVM III, & Corollarium 13
machinarum, & militare, scilicet —

— Solidi, sphaeræ, vel parallelep. propter molem vel nimiam grauitationem imponderabilis, occultam grauitatem geometricè, sine mechanica ponderatione, prodere ex hac 20 propos.

Finge vel sphaeram immensa molis, vel materiae grauitantis vltra facilem usum machinarum grauiatollentium, vel finge alicuiuscunque figuræ sub planis parallelis solidum, cuius vnum saltem latus rectilineum metiri liceat. Ponamus pro Tyronibus, & pro exemplo faciliori, parallelepipedum O, quod finge vel mole, vel materia esse tuis saltem viribus imponderabile. Qui fiat vt geometricè, ac demonstratiue ex hac 20 propos. sine pon-



deratione, noris quantum ponderet O? Audi: Ffinge tibi minusculum solidum aliud simile C, deinde accipe proportionem laterum homologorum CD, OP, finge duplam 1 ad 2: ea proportio dupla fiat triplicata, seu triplicetur, sintque quatuor termini proportionis dupla triplicata sic 1, 2, 4, 8. Quoniam omnia parallelepipeda similia. (Vide in sect. . B. eu Stereom.) sunt inter se in triplicata proportionem laterum homologorum. pariter erunt non solū quātitates sub ijs figuris. sed & pōdera quantitātū in ijs physicarum in triplicatā proportionem. Igitur parallelepipedo C ponderante, verb. gr. vnam libram, inde disces parallelepipedum O ponderaturum libras 8. Si fuerit proportio tripla 1, 3, 9, 27, ponderabit O 27, ex cognito 1 in C. Taliq̃ue modo in qualibet alia proportionem triplicatā infiniti numeri, & grauitatis circa quacūq; alia solida similia parallelep. &c.

Atque

Atq; hinc habes quantā arte geometricā, ex vnus solidi parallelep. ponderati vnico homologo accepto latere, discas pondera etiam aliorū numero infinitorum solidorum similium, &c. sine eorum mechanicā ponderatione, seruatis tamen semper ceteris paribus in materia.

Ex antecedentibus patet ars scientifica geometricē inueniendi quā- tum materia sit opus pro conflanda pila area, quę apta sit datę bom- bardę. Nam acceptā diametro concavi oris bombardę, & compara- tā cum aliā diametro areā pila, si lubeat, minuscule, earum diame- trorum proportio triplicanda est, dabitque numerum ponderationis materia (respectu ponderis pile minoris) pro maiore pila necessaria. Tanti ergo ponderis accipiat materia, & ex ea conflatur pila area, quę erit apta bombardę datę.

Vide & de triplicata proportionē aliorum aliquot similium soli- dorum, in sect. 1. Breu. Stercom.

Ex vni- co solide scire pō- dera om- nium si- milium solidorū.

Nota pro mili- tariis.

§. XXIII.

COROLLARIUM XIV.

De physica demonstratione ē sonis, & ponde- rātijs pro circulorum, & similium planorum duplicatā, & sphærarum à diametris, & si- milium aliquorum solidorum ab homolo- gis lateribus triplicatā proportionē.

Etiam sine venia anticipationis habes, mi Tyro, ab antedi- ctis v. de tibi physice interim constet ab effectibus, & ex- perimentis nunquam fallentibus (modo cetera semper pa- ria seruentur in materijs) circulos habere inter se duplica- tam diametrorum proportionem, scilicet a consonantijs in duplicata diametrorum proportionē editis, &c. vt docuimus in § 8, sphæras verò habere inter se triplicatam diametrorum proportionem ex earū grauitationibus, quę se produnt in triplicata diametrorū proportio- ne. Quęmodō & alia aliqua solida similia grauitant in triplica- ta laterū homologorū proport. ac quibus vide in sec. 1. Breu. Stercom.

Quinimmo in circulorum diametris, peripherijs & areis pondera- tio ipsa congruet cum proportionibus geometricis. Nam vt lignea, si-

ne area diameter alterius dupla ponderabit duplo pondere, quàm alterius, sic & duplae diametri area peripheria duplo erit ponderosior, quàm peripheria ex dimidia diametro. Aere & verò laminae circularis area ex dupla diametro ponderabit quadruplo magis, quàm superficies area circularis ex dimidia diametro, secuatà se nper, (ut iam non semel dixi) paritate in crassitie, æqualitate, qualitate materie, ac cæteris alijs ad castigatum experimentum necessarijs. Quod dictum est de sonoris, & ponderosis circulis, idem intellige etiam de similibus cuiuscunque figure planis sonoris, & ponderosis.

Conse-
ctura
vnde in-
notuerit
propor-
tiones
planarum,
& soli-
darum in-
ter se fi-
gurarum.

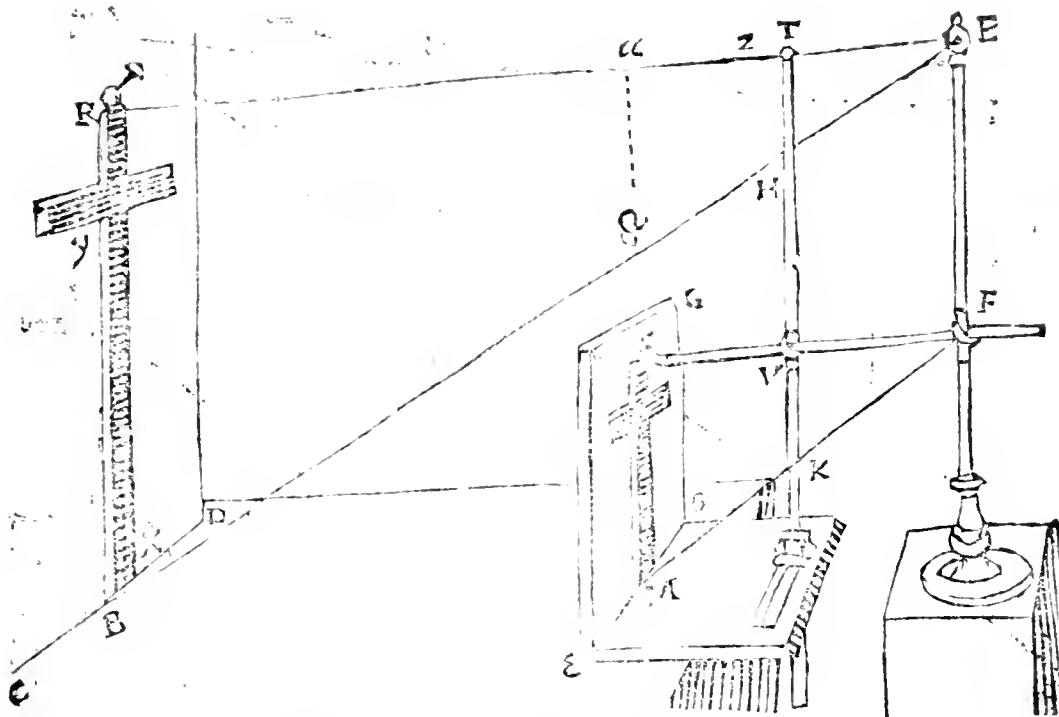
3 Ac quis scit an veteres philosophi Geometra aliquam occasio-
nem habuerint ab ijs experimentis, & effectibus physicis inuestigan-
di eas diametrorum duplicatas, & triplicatas proportionēs? Vnde
enim venerint in cognitionem arcuarum earum proportionum in si-
milibus figuris planis, & solidis circa quantitatem, nisi ex aliquibus
qualitatibus physicam quantitatem consectantibus? &c.

§. XXIV.

*V S V S scenographicus propof. 20. in pi-
cturà scientifica, nempe —*

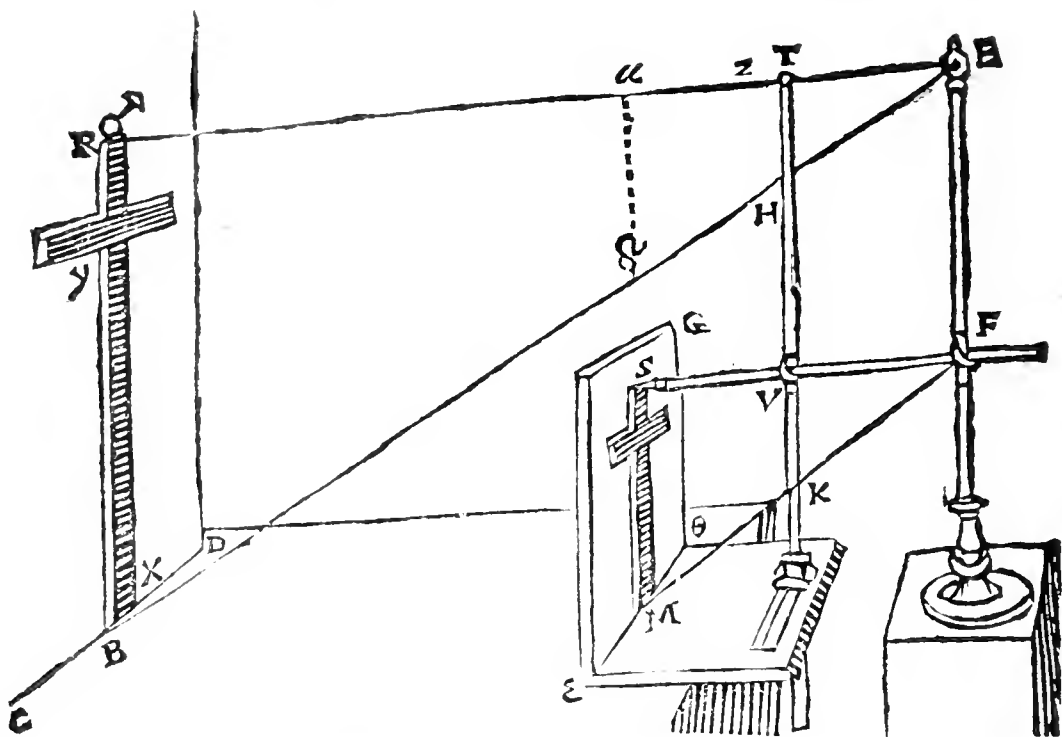
— Dato prototypo etiam procul posito, & in-
accessio similem imaginem in data propor-
tione delineare.

A Deam partem Philosophiæ Opticæ, quæ Scenographice
appellatur, quæque philosophatur circa obiectorum visio-
nes in distantia determinatâ, & moderatâ, pertinet ars
pingendi, quæ tamen scientificè transferat prototypa in
similes imagines. In ea scientifica picturâ problema hic a nobis pro-
positum non paucos torfit, ac pro planè arcano habitum est. Nos ta-
men huic arcano aditum satis apertum (a nemine tamen, quem vide-
rimus hactenus referatum) arbitramur ab hac 20 propof. Euclid. Da-
ta sit in pavimento horizontali (nos in figura vtimur rectâ imagina-
riâ visuali ER paralleli horizonti, & quod de ER dicimus, intellige
de



de horizontali linea) distantia ER à prototypo RB . Libitum sit delineare crucem minorem SM similem, similiterque positam maiori cruci RB in ea proportionc, ut SM sit quadruplo minor quam RB . Fiat dimensio in pavimento distantia ER , ac, si quidem etiam sit innaccessa distantia, per modum aliquem geometricum è nostris in *Apiar.* 2, vel ad 4 proposuius in paradoxo nostro, & § 21. Accepta deinde distantia ER quarta pars notetur, verbi gr. in Z Mox inter ER , EZ accipiatur media proportionalis Ea . Si ad distantiam Ea collocaris tabellam pictoriam prototypo RB parallelam, atque in ea tabella delinearis crucem minorem SM (ea arte scenographica, & geometricè optica, quam explicamus in usu haslarum FE , FS , TK , & c. in *Apiar.* nostro) affirmo delineatam SM esse quadruplo minorem, quam RB . In *Apiar.* cit. demonstramus æquiangulara, & equalia esse triangu-
la $Ea\delta$, FSM , ac proinde quæ de $Ea\delta$ pronuntiantur, probant etiam
de FSM .

Quo-

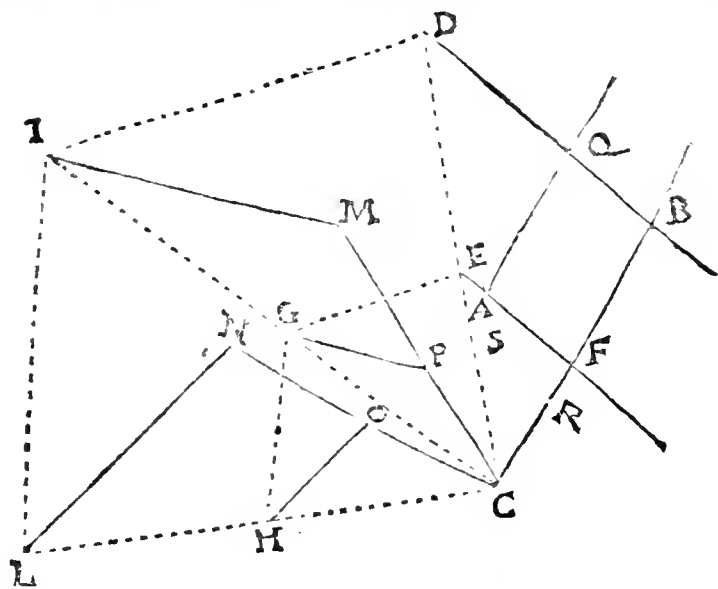


Quoniam igitur, imaginatà ad parallela prototypo RB , triangula $Ea\delta$, ERB sunt æquiangula, & est vt Ea , ad $a\delta$, ita ER ad RB , erit & permutatò vt Ea ad ER , ita $a\delta$ ad RB , at Ea est media inter quartam partem EZ , & inter totam ER , ergo & $a\delta$ erit media inter totam RB , & inter quartam eius partem. Vt ergo prima EZ ad tertiã, sic rectilineum super Ea secundà ad rectilineum super ER tertiã simile, similiterque descripsim, & 2 corollar. huius 20 propos. Pariq; atione permutatà, rectilineum, siue crux delineata super $a\delta$ media, siue secunda, erit ad RB super tertiã, vt est prima, idest quarta pars ipsius RB , ad totam RB ; at prima, idest quarta pars ipsius RB , est quadruplo minor, quàm tertiã RB , ergo & delineata forma super $a\delta$ erit quadruplo minor, quàm RB , hoc est crux SM equalis (demonstrat in *Asiar.* 5) ipsi $a\delta$, erit subquadrupla ipsius RB .

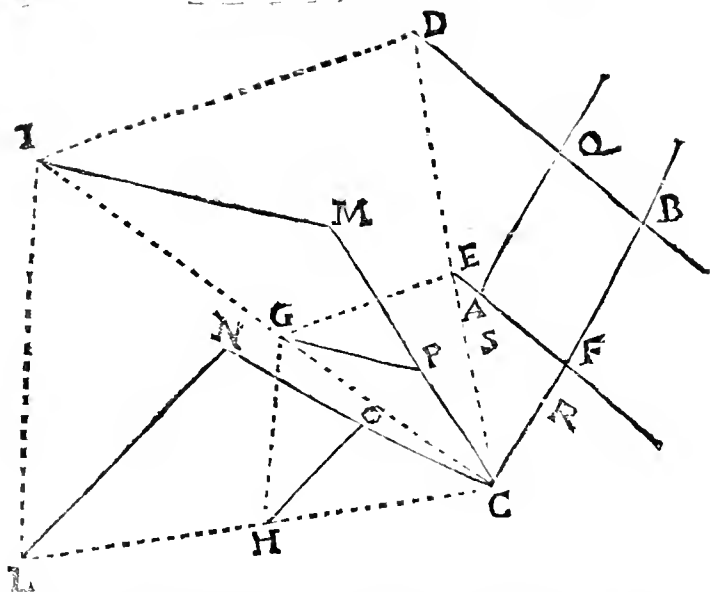
§ XXV.

Aliter, ac facilius idem problema pictoriū ab-
soluere ex 2o propof. quando prototypum,
& imago delineanda sunt in eodem plano.

Suppono ea, quæ habes in citat. Ap. 5, & in antecedentibus ad
propof. 18 huius, § 4 de scenographici, siue pictorij instru-
menti vsu, & formâ pro traducendo prototypo in maiorem,
vel minorem imaginem in eodem plano, in quo sint prototy-
pum, & eius simulacrum, quod lineatur. Hic instar parallelogram-



mi pictorij est figura geometrica AB, cuius hæstæ geminae DB, EF
productiles, & fixæ gyrales sunt in Q, B, F, A, atq; etiam in C fixæ,
& gyrales in plano, ubi fit delineatio, iuxta plura, & expressa, quæ
habes in cit. Ap. 1, ubi etiam in primis præcipitur ut semper in eâ-
dem recta sint D, E, & C, propter rationes ibi allatas, & propter
neruum præcipuum hic indicanda demonstrationis.

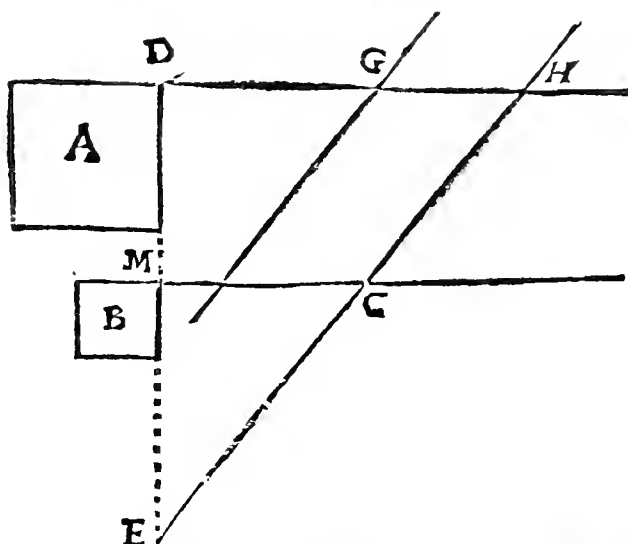


Igitur si rectilineo CIL sit delineandum alterum minus $CEGH$ in data proportione, verb. gr. quod sit triplo minus dato maiore rectilineo, habeatque minus intra maius ascribere: fixo extremo basæ BC in C communi puncto, & angulo prototypi, & imaginis delineandæ, accipiantur in basæ BC tres partes quales, sitque una tertiaria CR , accepta media proportionali inter CB , CR , (quam finge esse CF) id F adducatur basæ EF parallelæ basæ DB , sintque E , O in recta cum C . Dico, collocato graphio in E dum culpis in D percurrit latera maioris rectilinei $DILC$, à graphio in L delineari, mule, ac triplo minus rectilineum $IGHG$.

Nam in triangulo CDB , propter EF parallelam basæ BD , est ut CF ad FB , sic CE ad ED . per 2 propos. huius lib. 6. Atque ita, ut CE est media proportionalis inter totam CB , & inter CR æqualem uni tertiæ eiusdem CB sic & CE erit media proportionalis inter totam CD , & inter lineam æqualem uni tertiæ partis totius CD , quam finge, verb. gr. ita, CS . Igitur rectilineum descriptum super CE habebit se ad rectilineum super CD , ut prima CS ad tertiam CD , per corollariam, & huius propos. 10. Eucl. At CS est tertia pars ipsius CD , ergo rectum, eum super CE erit tertia pars maioris rectilinei super CD .

2. Hæcens itaque quando rectilineum minus describatur super parte communi lateris, quod sit maioris rectilinei, in quo casu expedit assi-

ma



dem plane, & abiecta parallelas cum iisdem angulis. *A* instar maioris crucis, *B* minoris in plano pictorio, non opposito, sed subiecto cruci maiori. Et instar radij visualis ipsa *DH*, quæ erat perpendicularis ad crucis maioris planum, hic facta est parallela eidem plano. Sic *C-M* instar graphij, non ut ibi perpendicularis, sed paralleli plano in quo *B*, &c.

§. XXVI.

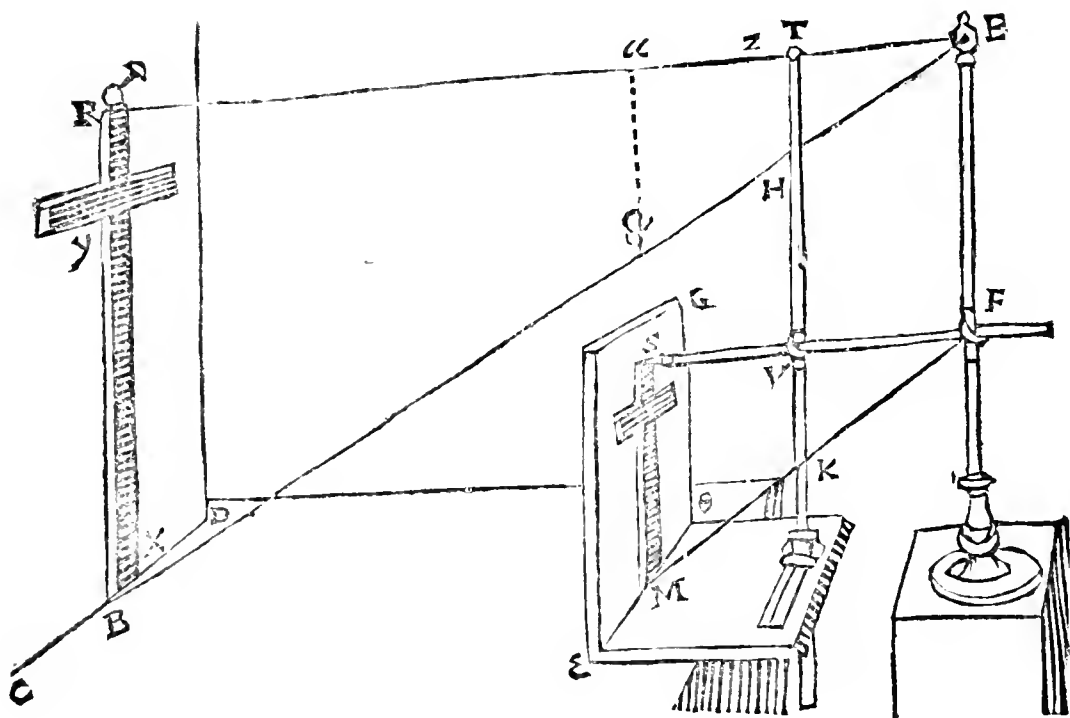
SCHOLION VII.

Solutio dubitationis in figura, & exemplo crucis delineatæ.

AT enim, inquit Tyro, in § 16 ad hanc 20 propos Eucl paradoxum attulisti de cylogonijs figuris, quæ deficiunt a demonstratione huius 20 propos. Cruces illæ sunt & ipsæ canonicæ, ut vides in *Y*, &c. Igitur etiam datis homologis lateribus *B*, & *M*, non inde potest inferri ipsam *SM* esse in subquadrupla proportionem cum ipsa *KB*, ut demonstrasti de cæteris canonicis.

In delineatione geometrica oppidi procul diffi-
ti agnoscere veras mensuras mœniorum,
turrium, & areæ totius oppidi prototypi, ad
vſus magni momenti militares.

Finge in appoſita figura (ſine multiplicatione non neceſſaria
plurium nouarum figurarum) inſtar oppidi procul diſſiti
eſſe crucem maiorem , & inſtar oppidi delineati in tabellâ
delineatoriâ . G eſſe crucem minorem . Accipe CD pro lon-
gitudine, ſeu latitudine partis oppoſitæ, cui ſimiliter delineata ſit θ :
finge ipſam BR pro turri, & pro ei ſimili delineatâ ipſam MS . &c.



Igitur si quispiam vir militaris utens ritè nostro instrumento scenographico V E iuxta instructiones, & usus, quos in Ap. 5 docuimus, & oppidi oppositi, ac procul diffiti hic arte, seu picturà scientificà geometricà formam minusculam delinearit in plano pictorio G, facillimo negotio poterit in partibus & in tota forma minusculi oppidi agnoscere veras mensuras partium, & totius ambitus, & totius areæ oppidi prototypi.

2 *Nam in equiangularis triangulis eandem habeat inter se proportionem distantia ER, & S ad bases, idest ad prototypū oppidum (pro quo hic stat BR) & ad effigiem MS; permutando ut distantia ER ad distantiam FS, ita bases, siue oppidum prototypum RB ad effigiem MS. Licet autem cognoscere distantias per modos a nobis positos in Ap. 2, & ad antecedentes hic propositiones 1, 4, 8, &c. Ergo in eisdem mensuris distantiarum dabuntur & mensura prototypi ex effigie. In exēplo, ipsi passus distanti e (finge in pavimento) ab E ad R (quibus passibus respondent totidem digitales mensura in FS) produnt in digitalibus mensuris ipsius SM mensuras passuum ipsius RB; ac si fingas RB pro turri, eius veram altitudinem habes in SM digitaliter dimensā. Itē mentorem longitudinem CD in passibus habes ex 9 notam per digitos. Ac ut partes oppidi tanquam bases maiorum triangulorum se habent ad partes formæ delineatæ tanquam bases minorum triangulorum æquiangularum, sic totus ambitus ad totum, ac proinde habebis in mensuris minusculis delineationis in tabella G totū ambitum in mensuris, & maioribus mensuris oppidi prototypi. Sic enim in altitudine turriculæ M labitur vera maioris, ac diffitæ RB; sic & mentorem altitudinem o. &c.*

3 *Quod si altitudinibus habitis habebit vir militaris sine periculo accessu ad hostilia mœnia, vale proniteat, & instruat scalas apte longitudinis & cunibus inscendendis, iuxta ea quæ docuimus in Ap. 2, in fin. præloquæ & vmbis, & ad 17 propof. lib. 1. Eucl. in tom. 1 huius Aerarij. Habebit & vale aptè sciat evadere bellica tormenta ferientia turri etiā in non v. ja, &c. ut docuimus ab eandem 17 lib. 1.*

4 *At re. d. (quod propriè spectat ad hanc 20 prop. E c.) quid liceat aream scire oppidi prototypi? Facillimè ex dictis. Nam si, exempli gratia, diles si per ante licti quantitatem partis mentorem CD, & illi homologam delineatæ 9 accipe in numeris mensurarum virtutis lateris CD 9 etiam proportionalem, & quam proportionem habebit primū, verb. gr. CD ad tertiam post secuntam 9 eandem habebūt inter se proportionem areæ oppidi prototypi, & oppiduli delineati, per coroll. 2 huius propof. 20. Habent enim similia, similiterq; posita pro-*

prototypum, & delineata effigies laterum homologorum duplicatam proportionem, per hanc 20 propos.

§ Atq; hoc est quod in Ap. 5 sub finem non tam aperte, ut hic ediximus, quia hic debebatur cognitioni, & vsui huius propositionis. Quamquam in corollarijs ex aranea nostra geometrizzante innuimus hanc duplicatam proportionem. &c. In Ap. 5. Jatis nobis visum est esse scenographici nostri instrumenti vsu indicare modum accipiendi distantijs proportionem, & mensuras prototypi, & delineata figura, atq; etiam vtrorumq; ambitum. Quare, mi Tyro, caue alterum pro altero accipias, quemadmodum prædiximus in circulo aliam esse proportionem diametrorum ad circumferentias, aliam diametrorum ad arcus, illa enim est simplex, hæc duplicata. Sic & hic alia est proportio laterum, & partium ad totum ambitum, alia laterum ad arcus; est enim hæc duplicata. &c. Frætere, mi Tyro, corollario isto nostro ex vsu huius propos. 20, quæ plurifariæ utilitatis est in artibus pacatis, & bellicis.

§.XXVIII.

Corollaria, & paradoxa eximia vniuersalia
Astronomica indicata de cœlorum, & cœlestium sphærarum inter se, & cū terra proportionibus. &c. Ex antedictis ad hanc 20 propos. de duplicata, & triplicata, &c.

Quoniam, præter geometricas demonstrationes ex 12 lib. Element. habes ex antedictis hic etiam ab effectis euidentiā duplicatæ proportionis diametrorum in circulis, & triplicatæ in sphæris, ut dictum est in § 1, 18, 23 ex centro gravitatis in antecedentibus, ideo non erit alienum, aut extra scientiam, & condimentum pertinens ad hanc 20 propositionem saltem indicare quā alit̃ attollant animum ad cœlestia cum admiratione cognoscenda geometricæ elementares propositiones. Itaque ex hac similitum planarum figurarum duplicata proportione a lateribus homologis, & præcipuè à duplicata diametrorum in circulis, triplicata in sphæris proportionem, (quæ orbiculatæ figura planæ

Elementa Geometrica quædam ad cœlestia, & altissima similitudina cœlestia.

ac solide omnes sunt inter se similes) habes, o Tyro, unde tibi arde-
ras admirationem, quam astronomicarum sublimitatum ignorantia
rudioribus solet asserere, scilicet videram, & quantum è scientia hu-
mani ingenij industria comprehenderit amplitudines, & proportio-
nes celestium circulorum, & globorum, quas Astronomi tam copiose,
& confidenter exponunt. Scilicet: a figuris geometricis circulorum,
& spherarum, atq; ab earum proportionibus geometricè demostra-
tis. Nam vniuersè loquendo (paullò post exemplum aliquod peculia-
re asseram) quanto celum aliud alio sit amplius norunt à proportio-
ne duplicatà diametrorum, siue distantiarum à terra ad singulos pla-
netas, & astra. Quas distantias venati sunt varijs modis, quoru n-
aliquos habes apud nos in Ap. 8. Quanto verò Planeta quispiam, vel
astrum sit alio maius, vel quanto sit terræ globo minus, aut maius de-
monstratiuè agnoscunt e triplicata proportionè diametrorum. Quas
diametros didicerunt ijs modis, quorum aliquos habes etiam apud
nos in cit. Ap. 8.

Vnde
nam A-
stronomi
norunt
celorum
magni-
tudines,
ac diffe-
rentias.
Vnde
etiam à
terris di-
stantias.
Vnde
Plane-
taru, ac
terræ
magni-
tudines,
ac diffe-
rentias.

Habitis igitur diametris celorum, tamquam circulorum, (Plane-
tarum, Astrorum, Terræ, tamquam spherarum) geometricè deinde,
iuxta antedicta, de monstrant æquè, ac de geometricis figuris planis
circulorum, de solidis spherarum. &c. Duo saltem exempla iadico,
eq; paradoxa vulgo.

§. XXIX.

THEOREMA IV, ac Astronomicum.

Circellus celestis à stella polari circa mundi
axem, & polum designatus longè maior est
circulo cœli solaris.

Iuxta Clauij sententiam in cap. 1. spheræ Sacroboschi, Stella po-
laris nostri poli arctici abest hoc xui à polo grad. fere 31, &
motu suo circa polum describit circellum, cuius diameter est 7
grad. Ille tamen oculis nostris apparens minimus circellus tã-
ta immensitatis est, & non modo Sole ipso, sed etiam solaris cœli cir-

culo longe longe sit maior. Hoc astronomicum paradoxum demonstratur non sine usu huius 20 propos. Eucl. ac suppositis ijs, quæ à nobis præmissa sunt in antecedentibus scholijs, & Applicationibus.

Nam diameter circuli, quem signat stella polaris motu suo diurno, & nocturno circa polum continet, ex citato Clauio, semidiametros terræ 5521, diameter verò circuli maximi solaris motus continet semidiametros terræ 2432. Ac facillimè quid est nosse maioris diametri, nempe 5521 maiorem esse peripheriam, siue orbitam motus circularis à stella polari signatam; atque in eadem proportionem diametrorum orbitam cursus solaris esse minorem. At vero loquendo de circulis, & ethereis eorum superficiebus, quas orbita solaris, & orbita polaris aëtri comprehendunt, quæque centrum habent in axe mundi, quero quanto maior est circulus ille polaris circulo cæli, siue motus solaris? Reuise quæ habes ad anteced. prop. 15, §2, atque ibi agnosce non temerè esse positum illud exemplum numerorum, quorum alter pro polaris, alter pro solaris cæli diametro est, nempe 2432, 5521. Quibus tertium numerum proportionalem appone 13244879. Tanto ergo maior est circulus ille polaris circulo cæli solaris, quāto maior est tertius numerus 13244879 numero primo 2432. Nam ex cit. 2. pro l. 12. Eucl. circuli habent inter se proportionem quadratorum ex diametris, id est iuxta explicata in anteced. & iuxta hanc 20 propos. Eucl. habent duplicatam proportionem diametrorum. Hoc autem paradoxum astronomicum (cui oculus videtur contradicere dum solaris ambitus amplitudinem, & polaris circuli angustias contemplatur) hallucinationem sensuum corrigit ratiocinationibus petitis ab immensa syderum, & polaris stelle distantia, ac longissimè maiori, quā sit distantia solis à terra, &c. Quædere vide eos, qui astronomicas institutiones perscripserunt.

§.XXX.

THEOREMA V.

item Astronomicum.

Sphæra Solis (quæ terrā lunge minor oculis apparet) est maior terræ sphæra plusquam centies, & quadragies.

Re.

Recentiorum Astronomorum sententia est, iuxta inscriptionem huius § 30, in quam sententiam inducuntur rationationibus probatis geometricè iuxta à nobis antedicta ad hanc 20 propos. Nam ex Apian. & apud nos constat modus inveniendæ diametri terrene molis. Ex his, atque alijs modis Astronomi compererunt diametrum Solis ad diametrum terræ esse ut 5 $\frac{1}{2}$ ad 1, hoc est diametrum solis esse diametro terræ maiorem quinquies, & præterea via quinta parte. Quoniam verò didicisti ab antedictis, etiã physicè ex gravitationibus sphaerarum, sphaeras habere inter se proportionem triplicatam diametrorum, triplicetur hæc proportio diametrorum 5 $\frac{1}{2}$, & facilitatis gratiã transferatur in aptiores numeros e. usque a later se proportionis, fiatq; 26, 5, quibus in eadem proportionem appositis duo alij numeri conficiunt hanc seriem proportionis 703, 135 $\frac{1}{2}$, 26, 5. erit igitur proportio corporis solaris ad terræ globum quæ est numeri primi ad quartum 703 ad 5, hoc est triplicata. At, in 703, continetur centies, & quadragesies, & tribus quintis partibus, ut constat dividenti numerum maiorem 703 per minorem 5, quotiens enim erit 140 $\frac{3}{5}$, Tyrosi eni schema operationis arithmetice.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 703 \quad (140 \frac{3}{5} \\ 5 \times 5 \end{array}$$

Ergo Solis sphaera terræ sphaerâ maior est centies quadragesies, & tribus quintis terræ partibus, licet nobis è terra prospectantibus infinitis partibus terrâ minor Sol videatur.

En, Tyro, quas alas ad tam sublimia, & arcana tibi commodat Geometrica Philosophia elementaribus suis propositionibus demonstratis.

§. XXXI.

SCHOLIION VIII.

Figurarum transmutationes etiam ex hac 20 proposit.

Rr 2

Q.2.

Quæcunq; pertinent ad 25 propos. huius, ex eaq; fiunt, vel demonstrantur, (exemplorum aliquorum gratiâ) figuras datas in quascunque alias æquales transformare; dato rectilineo cuiuscunque figuræ æqualem circulum, vel dato circulo æquale cuiuscunque figuræ rectilineum constituere; proportionalia rectilinea exhibere. & c. nos solvimus ope huius 20. Nā super inuenta media proportionali inter latera datæ, & fiēt figurarū in rectangula translatarum, figura similis, per 18, factæ describitur, eaque æqualis probatur datæ per 1, & hanc 20 propos. & iuxta nos, per 9 quinti. Itaque licet iure suo hæc propositio 20 videatur postulare a nobis hic indicata in hoc scholio, & plura alia problemata (quorum copia, & aliorum antecedentium ostendunt facunditatem, & usus pene infinitos huius 20 propositionis) tamen ne hic audiamus: obijciam satis est, censuimus reponenda ad 25 ea præcipue, quæ ad transformationes geometricas pertinent; ut à vigesima copia dicatur etiam 25 propositio.

SCHOLION.

Ex duplicata proportionem, de quâ in hac 20 propositione, habes vnic intelligas in libro 8 propositiones 11, & propositiones arithmeticas in scholis post propositionem 10, ubi æ duplicata, triplicata, quadruplicata, & ulterius multiplicatis proportionibus in eodem genere inter numeros. Sed quod ibi aliter, licebit facilius ostendere in exemplis expositis per simplices notas vulgatæ Logistica.

Habes & lucem ad propos. 33 lib. 11, & ad prop. 8, 12, 18 l. 12.



Propos. XXI. Theor. XV.

Quæ eidem rectilineo sunt similia, & intersunt similia.

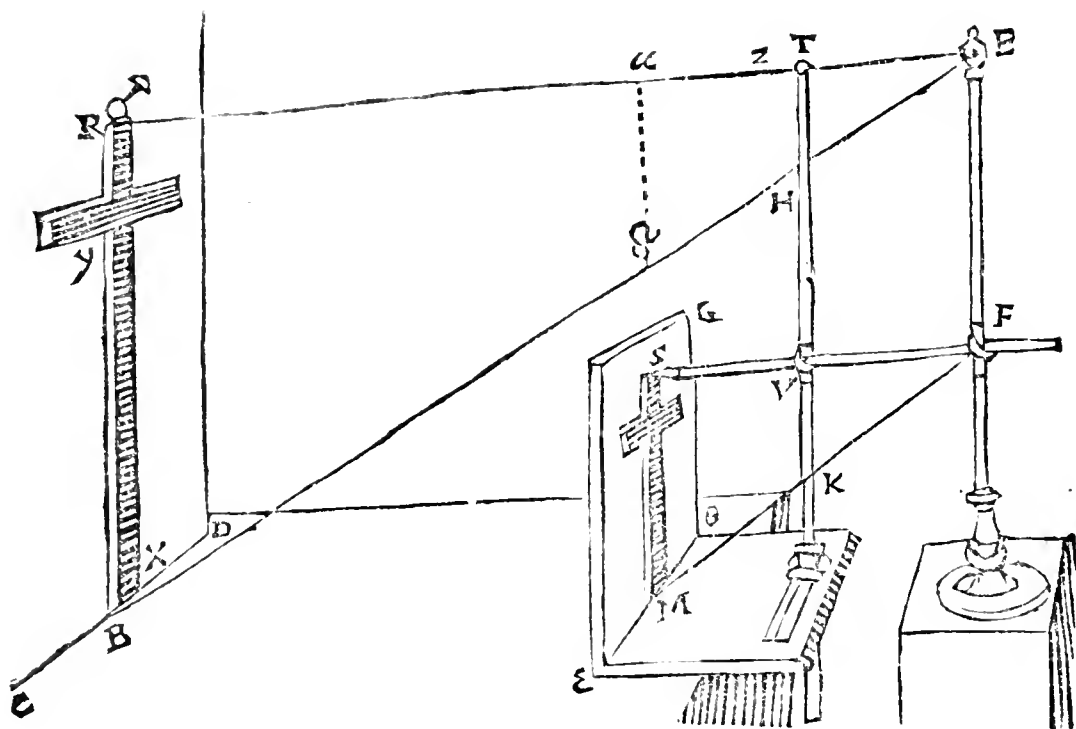


S It utrumque rectilineorum A, B ipsi C simile. Dico & A ipsi B simile esse. Cum enim A ipsi C sit simile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rursus cum B simile sit ipsi C, æquiangulum illi erit, habebitque circa æquales angulos latera proportionalia. Vtrumq; ergo ipsorum A, B æquiangulum est ipsi C, & habet circa æquales angulos latera proportionalia: erunt ergo & A, B æquiangula, habebuntq; circa æquales angulos latera proportionalia: similia ergo sunt. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLIION.

Imago per instrumentum nostrum scenographicum scientificè delineata, etiam prototypo simillima demonstratur ex hac 21 propo. Eucl.

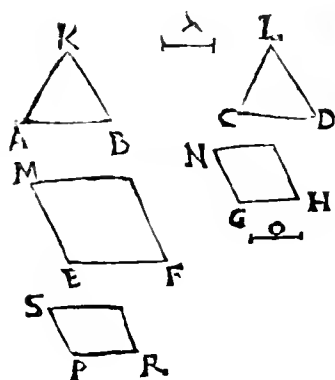
Hic tantum indico ad ornamentum, & usum aliquem curiosum huius 21 propositi id, quod expressius habes in Apiar. 5. prologum.



gym. 2. Aio MS omnino similem, similiterq; positam ipsi RB. Nam in parallelogrammo EK dicitur tria. Δ EHT, FKV sunt equalia per 4. propos. lib. 5. ut demonstravimus in cit. Apiar. 5 propter angulos aequales ad Γ , & Ψ , & latera equalia ET, F Ψ , & TH, VK. Praeterea in sistem. triangulis aequilibus EHT, FKV sunt equalia tria. Δ EBR, FMS, per 4. propos. huius lib. 6, ac similia, ac latera etiam homologa habere ut ergo sunt & inter se similia, per hanc 21. propos. Eucl. & similes inter se habent bases RB prototypum, & SM imaginem delineatam.

Propof. XXII. Theor. XVI.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erunt & rectilinea ab ipsis similia, similiterque descripta proportionalia. Et si rectilinea similia, similiterque ab ipsis descripta proportionalia fuerint, erunt & ipsæ proportionales.



Sint quatuor rectæ AB, CD, EF, GH proportionales. Vt AB ad CD, ita EF ad GH, ^a describanturque super AB, CD similia, similiterque posita rectilinea KAB, LCD, super EF, GH similia similiterque posita MF, NH. Dico esse vt KAB ad LCD, ita MF ad NH. ^b sumatur enim ipsarum AB, CD tertia propor-

^a propof. 18.5.

^b propof. 11.6.

tionalis X, ipsarum vero EF, GH tertia proportionalis O. Et cum sit vt AB ad CD, ita EF ad GH, & vt CD ad X, ita GH ad O; ^c erit ex æquali vt AB ad X, ita EF ad O: ^d sed vt AB ad X, ita est KAB ad LCD, & vt EF ad O, ita ^e MF ad NH: ergo vt KAB ad LCD, ita est MF ad NH. Sed sit vt KAB ad LCD, ita MF ad NH; dico esse vt AB ad CD, ita FE ad GH. Fiat ^f enim vt AB ad CD, ita EF ad PR, ^g describaturque super PR rectilineum SR simile, similiterque positum ipsis MF, NH. Cum ergo sit, vt AB ad CD, ita EF ad PR, descriptaque sint super AB, CD rectilinea KAB, LCD similia, similiterque posita; super EF, PR verò similia similiterque posita MF, SR; erit vt KAB ad LCD,

^c propof. 22.5.

^d propof. 19.6.

^e cor. prop. 26. 6.

^f propof. 12.6.

^g propof. 18.6.

*h propof.
2.5.*

LGD, ita MF ad SR: ponitur autem vt KAB ad LCD, ita MF ad NH. Habet ergo MF ad NH, & ad SR eandem proportionem; *b* æqualia ergo sunt NH, SR; sed sunt similia, fimiliterque posita; æquales ergo sunt GH, PR. Et quia est vt AB ad CD, ita EF ad PR, sunt q; PR, GH æquales, erit vt AB ad CD, ita EF ad GH. Si ergo quatuor rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

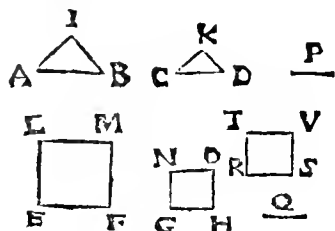
§. I.

S C H O L I O N I.

Aliter, ac breuius demonstrationem propositionis 22 expedire ex Clauio.

Tronum labori, & molestia parcentes libenter, cum se occasio dat, demonstrationes geometricas aliquando prolixiores breuius, sine detrimento facilitatis, expositas proponimus. Vnum hic, præter alibi apud nos alia, exemplum esto a Clauio, qui demonstrationem huius 22 propositionis in modum sequentem expedit: Ponatur primum esse vt AB ad CD, ita EF ad GH. Dico esse quoq; vt ABI, ad CDK, ita EM ad GO. *a*. Cum enim sit proportio rectilinei ABI ad CDK duplicata proportionis AB ad CD; item proportio rectilinei EM ad rectilincum GO duplicata proportionis EF ad GH; erunt

*a 19, vel
20, xxi.*



proportiones ABI, ad CDK; & EM ad GO æquales; quandoquidem duplicatæ sunt proportionum æqualium AB ad CD, & EF ad GH. Quod est primum.

*b 19, vel
20, xxi.*

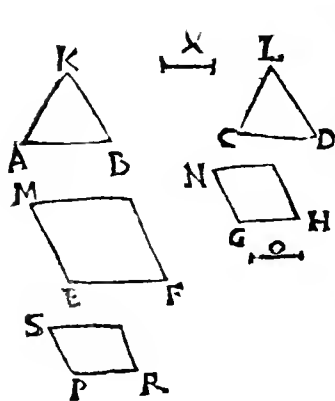
Ponatur deinde esse vt ABI ad CDK, ita EM ad GO. *b* Dico esse quoq; vt AB ad CD, ita EF ad GH. Cum enim sit proportio ABI ad CDK duplicata proportionis AB ad CD; item proportio EM ad GO duplicata proportionis EF ad GH; erunt proportionibus AB ad CD, &

& EF ad GH æquales, quandoquidem earum proportionēs duplicatæ ABI ad CDK; & EM ad GO æquales ponuntur. Quod est secundū.

§ II.

SCHOLION II.

Ampliatio Propof. 22 & eius vniuersalitas.



Intellige ea rectilinea quatuor similia inter se proportionalia non solum in proportione interrupta, ita ut bina ABK , CDE sint in eadem proportione, in qua sunt bina ME , NH , nec tamen sint CDL , MF in eadem, & connectente duas similes proportionēs ipsorum ABK , CDL , & ME , NH ; sed intellige etiam si quatuor rectæ AB , CD , GH sint in continuata, & connexa inter se eadem proportione, in. m. d. & si sint tres connexæ in eadem proportione etiam rectilinea super ijs re-

ctis esse in continuatâ eadē inter se proportione, modò tamen sint rectilinea continuatæ illius proportionis similia omnia inter se. Sic enim postulat hæc propositio 22. & antecedens 20; neq; enim dissimilium rectilineorum est proportio laterum duplicata.

2 Quod affirmatum, & demonstratum est in 1 propof. huius, hic vniuersale est. Nam in 1 propof. ostensum est speciatim de triangulis, & parallelogrammis intra easdem parallelas, siue altitudinis eiusdē, ea esse inter se ut bases, scilicet esse inter se proportionalia iuxta basium proportionem, si tres, vel quatuor bases sint inter se proportionales, esse & super illis proportionalia triangula; & parallelogrammata. At in hac 22 propositio fit egressus extra easdem parallelas, & extra triangula, & parallelogrammata, & vniuersaliter de quibuscunq; figuris (modo sint similes) in quacunq; sint altitudine, eas esse inter se in proportione linearum trium, vel quatuor proportionalium super quibus sint constitutæ, & c.

§. III.

SCHOLION III.

In qua proportionione sint rectilinea similia super proportionalibus lineis.

Intellige de proportionione, de qua in antec. 20 proposuit. scilicet rectilinea super proportionalibus lineis similia, esse etiam ipsa proportionalia inter se, non proportionione ipsa simplici laterum sed duplicata. &c. Ceu quadrata super lineis habentibus, verb. g. inter se duplicam, sunt inter se in proportionione bis dupla laterum; idest quadrupla, siue duplicata, &c. Et datis tribus lineis in dupla proportionione, prima 4, media 2, extrema 1, rectilinea (v. g. quadrata) super ijs sunt in eadem, sed duplicata proportionione; scilicet quadratum super linea 4 est 16, super 2 est 4 minorum aequalium quadratorum, quorum est quadratum super extrema 1. Vt latera 4, 2, 1 sunt in dupla proportionione. sic ex ijs lateribus quadrata 16, 4, 1 sunt in dupla duplicata, idest in quadrupla; & ut latus 2 est medium inter 4, & 1, sic quadratum 4 est medium proportionale inter quadratum 16, & 1. &c.

§. IV.

SCHOLION IV.

Prop. 22 fons constituendorum rectilineorum proportionalium.

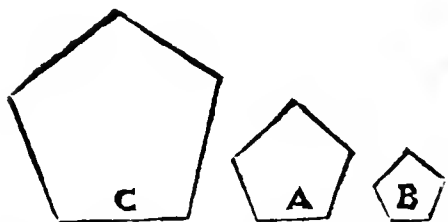
Quemadmodum de lineis proportionalibus inveniendis Euclid agit in propositionibus 11, 12, 13, ac visus est aliquibus defecisse in inuentione etiam rectilineorum proportionalium; sic oculos geometricè acutos habentitacitè in hac 22 propos. obuii semina rectilineorum proportionalium, quae sapienti possunt producere uberem segetem proportionalium recti-

Et illicorum similium, & dissimilium figurà, tertij, medij, quarti, proportionalis. &c. ut puta hic partim dum in quatuor proportionalibus lineis quartum proportionale rectilineum tribus datis appositum ostendat, partim etiam nos magis explicitè ad 25 propos. inferius (quæ egent, iuxta aliquos) problemata exercebimus de inuentione proportionalium rectilicorum. Vides ergo in Geometricis hisce elementis nihil esse quod iure possit desiderari, & (iuxta dicta ex Proclo in Prolegomenis, & ad 1 propos. lib. 1 de conditionibus elementorum geometricorum) alia expressa esse, alia quasi tacita, quæ facile deduci possint ab expressis. &c.

§. V.

PROBLEMA.

Dato rectilineo duo extrema proportionalia,
& similia adiungere.



Hoc nostrum problema, quia non eget usu propositionis 25, &

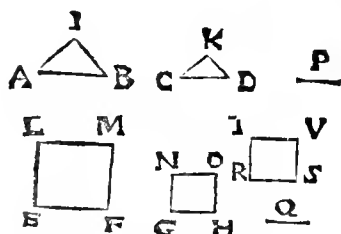
solui potest ad hanc 22, ideo hic id accipe. Sint rectilineo *A* adiungenda duo

similia rectilinea extrema proportionalia ita, ut datum *A* sit medium proportionale inter duo inuenienda. Per nostrum problema ad 13 propos. huius, rectæ *A* inueniatur duæ aliæ rectæ extremæ proportionales, ita ut rectæ *A* sit media proportionalis inter duas inueniendas, quæ sint *B*, *C*, ac super ijs excitentur rectilinea *B*, *C* similia, similiterque descripta, per 18 huius eruntque super rectis *B*, *A*, *C* proportionalibus rectilinea *B*, *A*, *C* proportionalia *B*, & *C* extrema dato medio *A* in eadem proportionem adiuncta; per hanc 22, & Schol. nostrum 1 ad eam.

§. VI.

P A R A D O X V M.

Super quatuor rectis lineis proportionalibus quatuor rectilinea inter se proportionalia sunt, & tamen inter se non similia. Cum usu in Muficis, & in Ponderosis.



Erit & hoc auxilium ad hanc 22 prop. Eucl. quæ admodum, & aliqua antecedentium. Affirmat

Geometra super quatuor rectis proportionalibus rectilinea similia esse inter se proportionalia; quid si & dissimilia demonstrarem super ijs lineis proportionalia?

nam in figura hic posita si ut recta AB ad rectam CD , sic recta EF ad rectam GH , ergo & permutando sunt proportionales, nempe antecedentes inter se, & consequentes inter se, idest, ergo ut AB recta ad rectam EF , sic recta CD ad rectam GH , & triangulum super AB est ad parallelogrammum super EF , ut triangulum super CD ad parallelogrammum super GH . Ac patet. Nam si fiat triangulum simile ipsi AIB , & æquale parallelogrammo LF , (per praxim, quam docuimus in To. I. § 19 ad 47 lib. I. mox inferius demonstrandam in propof. 25 huius) erit id triangulum, per hanc 22, proportionale ipsi ABI ; ergo & parallelogrammum LF æquale illi triangulo possibili, erit & ipsum proportionale eidem ABI . Eodemque modo probari potest CDK , & NH , licet figurarum dissimilium, esse proportionalia inter se. Videbis exempla inferius ad 25, ubi de rectilineis proportionalibus inveniendis agemus. Quam verò inter se proportionem habeant ABI , LF , & CDK , NH inuestigare licet eo modo facillimo, quem nos docuimus, ac demonstrauimus ad 1 huius, § 6.

Hinc aptone ad ea, quæ ad 20 propositionem applicauimus materijs se.

sonoris, & ponderosis, & agnosce laminas etiam dissimilium figurarum, quales hic triangulares, & quadrangulares edere consonantias commensurabiles, & easdem quas ederent, si essent in figuris similibus eiusdem quantitatis; pariterque etiam solida dissimilium figurarum habere posse inter se commensurabiles proportionales ponderum, &c. Quales autem sint ex proportionibus sonorum, vel ponderum inuestigabis, vel (quod ad planas) ea arte, quam modò dixi de figuris geometricis ex 1. huius, vel ex 20. propos. Nam si fingas geometrica plana, & solida figuris dissimilibus laminarum, & grauium corporum, eaque commutes in similes inter se figuras tum planas, tum solidas, & laterum homologorum duplices in planis, triplices in solidis proportionales, dabunt ex quantitatem ponderositatis, & qualitatem consonantie, &c. Relege ad 20. Hic satis esto indicare, & applicare propositum paradoxum etiam vsibus sonoris, & ponderarijs.

LEMMATA EVCL.



Quod autem quando rectilinea æqualia similia fuerint, ipsorum latera homologa æqualia sint,

sic ostendemus. Sint NH, SR æqualia, & similia; sitque ut HG ad GN, ita RP ad PS. Dico RP, GH æquales esse. Si non, erit vna maior. Sit maior RP. Cum ergo sit ut RP ad PS, ita HG ad GN, erit permutando ut RP ad GH, ita PS ad GN. maior est autem PR, quàm GH, maior ergo etiam erit PS, quàm GN. Quare & RS maius erit, quàm HN: sed est illi æquale, quod fieri non potest. Non est ergo PR maior, quàm GH. Quod oportuit demonstrare.

a propos.
16. §.

§. VII.

SCHOLIION:

*Lēmata
ante, &
post pro-
positionē
princi-
palē po-
nuntur.*

PAriter post propof. 4 lib. 5. habes Lemma. Lemmata ferme apud Geometricos Philofophos præmitti folent demonftrationibus principalibus, tamen etiam aliquando (vt apud Euclidē) poſtponuntur propoſitioni, ac demonſtrationi principali, ſi quando aliquid inter plura alia demonſtranda videatur egere probatione, quæ interpoſita demonſtrationi principali, præſertim proluxiori (vt hic ſaltem non admodum breui) videretur poſſe interturbare progreſſum demonſtrationis. ac ſeorſim poſt demonſtrationem facilius, & expeditius probari poſſit. Habes hic, & alibi exempla apud Euclid. Relege, mi Tyro, quæ de lemmate habes in tom. I huius Aerarij ad propoſ. 1 lib. 1 Elem. § 3.

*Lēma,
ſeu ſum-
ptio la-
te, &
preſſe
quid ſit,
& diſſe-
rat.*

*Lēma
axioma,
petitio
quid diſ-
ferant.*

Apud Proclum ſub nomine ſumptionis ab interprete accipe ſequētia, ad eruditionem, & cognitionem geometricam, lib. 3. ad propoſ. 1. Sumptionem de omni etiam propoſitione, quæ in alius Propoſitionis conſtructione ſumitur, ſæpe numero prædicari dicunt, ex tot ſumptionibus demonſtrationem ipſius factam eſſe dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria verſantur ſumptio, & propoſitio fide indigent. Cum enim in conſtructione, vel in demonſtratione aliquid ſumimus eorum, quæ oſtenſa non ſunt, ſed ratione indigent, tunc id quod ſumptum eſt, vel per ſe ambiguum, in quaſitione dignum eſſe arbitrati, ſumptionem ipſum appellamus, a petitione, & pronuntiato quatenus demonſtrabilis exiſtit; cum illa abſq; demonſtratione ad aliorum fidem faciendam per ſe ſumantur. In ſumptionum autem inuentione optimum quidem eſt cogitationis ad hoc aptitudo; multos enim eſt videre acutos in ſolutionibus, nulliq; methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratiſtus noſter, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæſitum ex primis, & breuibus quo ad fieri poterat: vſus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per reſolutionem ad exploratum principium reducit &c. Qua de re habes ſatis multa ad primam propoſ. lib. 1. Elem. in tom. priori huius Aerarij.

§ VIII.

SCHOLIION.

Propoſ. 22 ampliata ad numeros, & ad ſolida.

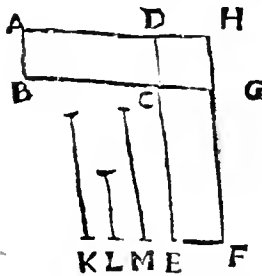
Po-

Potesť hęc 22 propositio demonstrari & in numeris, & de parallelepipedis proproposit. 37 libri 11. Sint 2, 4, & 3, 6 in dupla proportione, fiant singulorum quadrata 4, 16, & 9, 36. & quadrati 4 eť quadruplum quadratum 16, sic quadrati 9 quadruplum quadratum 36.

Fiant cubi 8, 64, & 27, 216. & cubi 8 eť octuplus cubus 64, sic cubi 27 octuplus eť cubus 216. Itaque formetur propositio vniuersalis ad totum genus quantitatis: Si quatuor quantitatum binę sint proportionales, binarum similia producta sunt proportionalia.

Propos. XXIII. Theor. XVII.

Aequiangula parallelogramma inter se proportionem habent ę lateribus compositam.



Sint aequiangula parallelogramma AC, CH aequales angulos BCD, ECG habentia. Dico illa proportionem habere ex proportionem laterum compositam, ex illa nimirum quam habet BC ad CG, & quam habet DC ad CE. Ponatur BC ipsi CG in directum; erit

ergo & DC ipsi CE in directum, & compleatur parallelogrammum DG. Exponatur quadam recta K, fiatque ut BC ad CG, ita K ad L, & ut DC ad CE, ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M eędem sunt quę laterum BC ad CG, & DC ad CE. Sed proportio K ad M componitur ex proportionem K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportionem compositam. Et cum sit ut BC ad CG, ita AC parallelogrammum ad CH: & ut BC ad CG, ita K ad L, erit ut K ad L, ita AC ad CH. Rursum cum sit ut DC ad CE, ita

a propof.
14.5.

b propof.
12.6.

c def. 5.

6.
a propof.
1.6.

c propof.
11.5.

6.
f propof.
1.6.

pa-

g *propof.*
1. §.
h *propof.*
22. §.

parallelogrammum CH ad CF; & vt DC ab CE, ita L ad M, g erit vt L ad M, ita CH ad CF. Cùm igitur ostensum fit vt h ad L, ita esse AC ad CH; vt verò L ad M, ita CH ad CF, h erit ex æquali vt k ad M, ita AC ad CF. At K ad M proportionē habet cōpositam ex lateribus, ergo & AC ad CF proportionem habet cōpositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogramma, &c. Quod oportuit demonstrare.

S C H O L I O N I.

H *Anc 23 aliter, ac facile demōstratam ex vsu geometrico centri gravitatis vide in Epilogo planimetrico in 3 par.hu.2. Tomi.*

§. I.

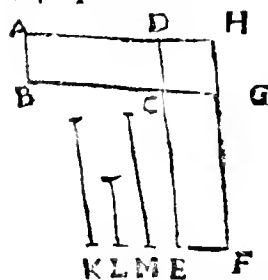
S C H O L I O N II.

Expositio, & cōstructio, quibus Euclides vtitur in demonstranda 23 propositione, dissipant hallucinationes circa cōpositam proportionem Geometricam, velut laterum in parallelogrammis. &c.

*Detri-
mentum
abstra-
ctiē ab e-
xēplis
figuris
philoso-
phantia.*

I **D** *Vm aliqui nimis abstractē versantur in Geometricis, nec ea quæ in aliquibus definitionibus prolata sunt applicatē inquirunt in exēplis peculiarium demonstrationum, aberrant à vera cognitione locutionum geometricarum, cum detrimento magni momenti circa phycas materias, quas infor-
mant fallacy geometricis. Exemplo sunt prauæ aliquorum interpre-
tationes circa proportionēs duplicatas, triplicatas, cōpositas. &c.
Quarum fallax interpretatio inducit fallaciam in mensuras quanti-
tatum planarum, & solidarum. Quid igitur sit verè ratio, siue pro-
por-*

portio composita in Geometricis videndū est, sine pluribus ambagibus, in huius propos. 23 exemplo, ac demonstratione. In qua vides ab Euclide fieri, & vocari proportionem compositam lineæ K ad lineam M, quia componitur ex proportionē K ad L, & L ad M. Quid mirius, ac simplicius?



2 Itaque quemadmodum si K, L, M essent in eadem proportionē verb. gr. dupla, diceretur proportio prima K ad tertiam M duplicata, iuxta definitionem 10 lib. 5. & iuxta à nobis explicata ad prop. 19 huius; ita quoniam proportionē ipsarum K ad L, & L ad M in hac propositionē 23 supponuntur esse diuersi generis, non vocatur proportio primæ K ad tertiam M

duplicata, id est bis usurpata, iterata in eodem genere, sed vocatur composita, & ex diuersi generis proportionibus producta.

3 Producta inquam (ne hic etiam fallare cum aliquibus) iuxta definitionem quintam huius lib. 6, scilicet quæ producitur, & manifestatur in numero denominatorum, ac producto per multiplicationem inter se denominatorum intermediarum proportionum. Nam si aueas scire in specie quænam sit proportio primæ K ad tertiam M, à nominatores duarum proportionum diuersi generis intermediarum inter K, L, & inter L, M, inter se multiplicati produciunt denominatorem compositum, qui indicat proportionem compositam ex duabus K ad L, & L ad M. Doctē enim demonstrat Clavius ad finem lib. 9 element. compositionem proportionum esse non additionem, sed multiplicationem denominatorum intermediarum proportionum.

4 Caue etiam ab alia fallacia, ac scito proportionē intermediā inter primum, & extremum terminos (quorum mutua proportio componitur ab intermedijs) esse non solum diuersi generis, sed maioris, & minoris inæqualitatis, & maiores etiam proportionē primi & ultimi extremorum. Quæ de re videtur cit. Clau. ad fin. lib. 9.

5 Animum aduerte etiam ad proportionē laterum in parallelogrammis, ac scito non esse reciprocis inter se, ut in utroque sunt antecedentes, & consequentes termini proportionum, verb. gr. ut BC ad CG, ita EC ad CD, sed Euclides vult in altero parallelogrammo intelligi antecedentes, in altero consequentes, atque: Dico parallelogrammata B- D, C- F proportionem habere ex proportionē laterum compositam, ex illa nimirum, quam habet BC ad CG, & quam habet DC ad CE.

Hanc animadversionem habes etiam a Clavius. Cui rationem ego ad-

Composita proportio quænam sit.

Composita proportio est precipue ex proportionibus diuersi generis.

Modus sciendi datam proportionem compositam.

Composita proportio est etiam ex maioris, & minoris inæqualitatis proportionibus.

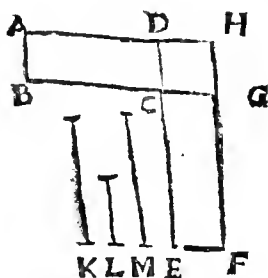
Composita proportio ex lateribus non reciprocè inter se intelligitur in hac 23 prop.

do, quia cum laterum proportio est reciproca, tunc patet, ex 14 huius, esse arearum proportionem solius aequalitatis. In hac autem prop. 21 docet proportionem etiam alias arearum ex lateribus. &c.

§ II.

L E M M A.

Data rectæ lineæ aliam adiungere in data proportionem per circinum proportionum.



Inspice figuram Euclidis, & sit, ut ille inbet, recta L adiungenda recta M, ad quam ipsa L. habeat proportionem, quā habet latus DC. ad latus CE. Vide quam proportionem habeant inter se DC, CE in partibus acceptis ex circino proportionum, iuxta lemma ex usu eius circini ad 1 propos. huius, § 6, sitq; v. gr. DC 2, CE 8.

Accipe intervallum rectæ L, & diducto circino proportionum, colloca intervallum rectæ L inter lubitos numeros, & erit gr. inter 10, & 10, & quoniam CE 8 est quadruplum ipsius DC 2, accipe (immo ita perstante circini partium diductione) intervallum inter 40, & 40, qui numerus quoniam est quadruplus numeri 10, erit & recta accepta inter 40, & 40, (finge ipsam M) quadrupla ipsius L; accepta scilicet, & adiuncta data recta in data proportionem. Quod erat faciendum.

§. III.

Praxis geometrica pro inveniendâ proportionem compositâ innuitur in constructione, quâ utitur Eucl. dum demonstrat hanc 23 proposit. Additis à nobis duabus alijs praxibus arithmeticis.

I Nnuit, inquam, Euclides in Geometrica praxi, & constructione praxim, quæ utare, in Tyro, etiam in numeris. Nam dum ait: exponatur quædam recta K, fiatque ut BC ad CG, ita K ad L; & ut DC ad CE, ita L ad M. & paullo inferius. Proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M. ostendit datis, verb. gr. quatuor numeris 2, 4, 3, 9 quorum primus, & secundus habent inter se proportionem duplam, tertius, & quartus triplam, ut inuenias, & scias numerum, ad quem primus habet compositam proportionem, redigendos esse ad tres, & sciendum ut seculundus 4 habeat ad tertium proportionem, quam habet 3 ad 9, fiatque, ut Euclides in tribus lineis, ita: 2, 4, 12, habeatque 12 ad 4 triplam proportionem, & ex diuisione testij 12 per primum 2 dabitur 6 quotiens, & denominator proportionis sextupla, quam habet 12 ad 2, quæque erit composita ex proportionibus 2 ad 4, & 4 ad 12. Itere praxi; & eam applica, quam habes ex circino proport. in lemmate antecedenti.

2 Iuxta vero definitionem 5 huius lib. 6, non diuisione, sed utendo multiplicatione, si quantitates, id est denominatores proportionum inter 2, & 4, inter 3, & 9, siue inter 4, & 12, hoc est 2, & 3 multiplicentur (ecce compositam esse proportionem ex multiplicatione, non ex additione) inter se, atque ex 2 in 3 fiat productum 6, est id denominator proportionis compositæ, ac producta ex duabus inter 2 & 4, inter 2, & 9, & quam habet primus numerus 2 ad tertium 12.

3 Vel aliter tertis, iuxta definitionem a nobis additam in § 4 ad defin. 5 huius lib. 6, eodem ordine seruato numerorum 2, 4, 3, 9. numeri proportionum antecedentes 2, & 3 multiplicentur, & productum esto 6, item consequentes 4, & 9 multiplicati producant 36: diuiso 36 per 6, quotiens 6 dat denominatorem compositæ proportionis, & c. Huius tertie praxis theorice etiam geometricè demonstratam habes in § 14, Corollar. 6 ad hanc 2, propos. Eucl.

Datis igitur duobus parallelogrammis, & in partes æquales, eiusdemque mensuræ diuisis binis utriusque lateribus circa angulum æqualem, habes duplicem praxim, quarum altera est connexio, & exponendo numeros iuxta exemplum Euclidis in lineis, ut inuenias denominatorem ex proportione primi ad ultimum: altera praxis est per multiplicationem denominatorum intermediarum, & productum denominet, & indicet proportionem quantitatum arearum inter ipsa parallelogrammata.

Ad u.
tunc id-
de deno-
minato-
rem co-
posito-
propor-
tionis.

Modus
alter
eiusdem
denomi-
natores
interueni-
di.

Modus
3 eundem
denomi-
natorem
compositæ
propor-
tionis in-
ueniendi.

§. IV.

SCHOLION III.

Adiumenta , & firmamenta praxean antecessentium a nobis , & ab alijs.

*Modi
cognosce-
di pro-
portiones
inter da-
tos nu-
meros.*

NEquè verò est quod hæreas in inveniendis, & cognoscendis proportionibus inter datos duos numeros, itemq; in inveniundo numero, ad quem aliter datus habeat libitam proportionem. Nam per divisiones, & multiplicationes inveniuntur ij numeri iuxta praxim, quam tradidimus al. 9 propo. huius, quæ non est hic iteranda. Illam illic relege, & applica ad compositam proportionem ut ibi habes pro dupla, tripla, &c.

*Ibi n. d. accatur
modus
redigen-
di datos
numeros
ad min-
imos in
eadem
proportio-
ne.*

2 Et quoniam expedit, ad faciliorem cognitionem, & praxim, redigere numeros proportionum aliquando maiores in minimos eiusdem proportionis, habes ab Euclid lib. 7 propo. 35, & lib. 8 propo. 4. & in schol. ad eos, modum, quo datus numeris. &c. reperiantur minimi omnium in eadem ratione. &c.

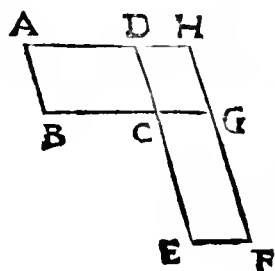
3 Fieri verò denominatorem compositæ proportionis ex multiplicatione denominatorum intermediarum proportionum habes demonstratum ab Entocio apud nos ad defin. quintam huius, & ibi indicatas alias aliorum demonstrationes. Itemq; probationes hallucinationum, quas indicavimus in antec. § 1. Vide apud Clavium ad 5 defin. huius, & ad finem lib. 9, & ad 10 defin. lib. quinti.

Plura geometricè, & arithmeticè circa multiplicationes, subtractiones, &c. proportionum vide apud Orontium, defin. 5 huius, & apud Regiomontanum in Epitome Magnæ constructionis Ptolemai, propo. 18 lib. 1.

§. V.

SCHOLION IV.

Aliter, ac breuius demonstrare hanc propof. 23.
Eademq; in numeris demonstrata.



Habes apud Clauium breuiorem, pro imminuenda molestia Tyronibus, demonstrationem huius propof. 23 in hunc modum. Coniungis parallelogrammis, vt prius e. Cum sit vt AC ad CH, ita BC, ad CG, & vt CH, ad CF, ita DC, ad CE. Proportio autem AC, ad CF componatur, per definitionem, ex intermedijs

proportionibus AC ad CH, & CH ad CF, componetur quoq; eadem proportio AC ad CF ex proportionibus BC, ad CG, & DC ad CE, quæ illis intermedijs sunt æquales. Quod est propositum.

In numeris verò hanc eandem propositionem demonstratam vide apud Euclidem lib. 8, propof. 5, vbi: plani numeri rationem inter se habent ex lateribus compositam.

§ VI.

PROBLEMA.

Proportiones parallelogrammorum inter se facillimè, ac variè inuenire etiam extra hanc 23 propositionem.

I modus. **D**atis duobus parallelogrammis æquiangulis, etiam sine inuestigatione, & ambagibus composita proportionis laterum circa vnum angulum, scire licet quam intra se proportionem habeant, per § 6 nostrum, & Problema vniuersalissimum ad primam propof. huius, sci-

scilicet applicando alterum datorum parallelogrammorum ad vnum latus alterius dati parallelogrammi, & basium proportionem dabunt proportionem parallelogrammorum. Vel etiam aliter, ut ad eam 1 propos. docuimus, super æquilibus duabus rectis, quasi basibus, constituendo parallelogrammata (licet altitudinum inæqualium) æqualia datis rectilineis, & altitudinum proportionem dabunt proportionem rectilineorum.

2. modus. Ex dictis in 1. tomo huius Aetarij, de dimetiendis arcibus parallelogrammorum ex ductu in se laterum circa vnum angulum: Nam ex ea multiplicatione productum vtriusque parallelogrammi ostendet proportionem arearum vtriusque, diuidendo scilicet alterum productorum maius per minus.

Atque in hac arearum dimensione in parallelogrammis ex ductu laterum inter se latet (quam paucis indico) theoricæ, ac ratio praxis arithmetica, qua vsi sumus ad defin. 5. huius, & hic in antec. §. 2, & in sequentibus corollarijs vtemur. Vide hic figuram Euclidis, & in ea agnosce antecedentia proportionum esse parallelogrammi BD latera BC, CD, consequentia CG, CE in parallelogrammo EG.

Ratio
praxis
arithme-
tica pro
inueniē-
do deno-
minato-
re com-
positæ
propor-
tionis.

Multiplicare numeros antecedentes proportionum inter se, & sequentes inter se nihil aliud est, quam ex ductu duorum laterum vnius parallelogrammi, & duorum alterius conficere quantitates, seu summas areales, & earum in numeris proportionem cognoscere.

3. In antecedenti num. 2. dixi: circa vnum angulum, non exprimendo æqualitatem omnium angulorum, quam in parallelogrammis Euclides innuit in hac 23. propositione, dum parallelogramma æquiangula proponit. Dummodo enim vnum angulum æqualem vni alterius habeant data parallelogrammata, sunt etiam æquiangula, & reliquos tres reliquis tribus alterius æquales habent angulos, iuxta à nobis demonstrata in tom. 1. huius Aetarij ad prop. 24, §. 15. Itaque per eam ibi demonstrationem liberaris à curâ cæterorum angulorum, modo vnum vni æqualem ponas, eaque sola positione facillimum habes negotium geometricum.

§. VII.

Vsus Geometrici, Corollaria, Ampliationes propositionis 23.

Quod

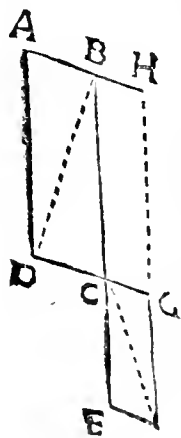
Quod ad ampliaciones attinet inspice oculogeometricè illustrato, mi Tyro, in nomine parallelogrammi generico doceri etiam cognitionem proportionum, quam habent inter se rhombi, rhomboidea, rectangula, quadrata tam inter se in eadem specie, quam in diuersa comparata, modò figuræ illæ habeant unum uni alterius æqualem angulum, iuxta indicata in fine § 6 antee. Adde us etiam parallelogrammata plurilatera, velut sexagonum, octogonum regularia &c. Ratio patet à propos. 23, quia ex omnes figuræ sunt parallelogrammata, & æquiangula. Inferius videbis aliqua exempla.

Adde prædictis & triangula aliqua, quorum proportio inuestigatur ex hac 23, ut in 19 propos. ostendit Euclides etiam in triangulis similibus proportionem laterum homologorum.

Adde & aliqua plurilatera non parallelogramma, &c. de quibus omnibus inferius in seqq. corollarijs.

2 In propositione 1. comparauit Euclides inter se triangula, & parallelogrammata eiusdem altitudinis; in 20 propos. comparauit inter se similia polygona. Hic comparat parallelogrammata etiam diuersæ altitudinis, & non similia, id est etiam non habentia circa æquales angulos latera proportionalia.

3 Ac nota pariter ad ampliacionem, (quod & notauit Clavius) proportionem hanc è lateribus compositam in prædictis omnibus figurarum formis fieri (inspice figuram Euclidis) comparando latera non solum, BC, CG, & DC, CE, sed etiam comparando BC cum CE, & DC cum CG, & à composita ex eorum proportionibus proportione indicari proportionem arearum.



Quæ animaduersio magnificèda est, si non ob aliud, saltem ob theorema inferius ponendum in § 14. Veram verò esse hanc animaduersionem non solum indicio est quòd vniuersaliter ab Euclide proponitur comparatio ea laterum, sed etiam patere affirmo si parallelogrammata componas, ut hic vides, & compares parallelogrammi AC latus BC cum parallelogrammi CE latere CE, & DC cum CG; addito enim tertio parallelogrammo CH, fiet eadem demonstratio Euclidis.

Alia ex prædictis in hoc § 7, tibi, mi Tyro, constabunt magis in sequentibus corollarijs. At-

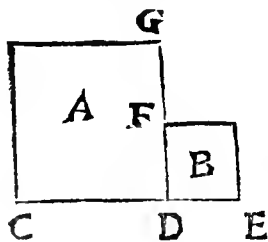
que ex prædictis, & sequentibus videbis quàm amplæ doctrinæ, ampliq; vsus sit hæc 23.

§. VIII.

COROLLARIUM I.

Aliter tertio demonstrare etiam ex 23 propositione quadratum, cuius latus sit duplum lateris alterius quadrati, esse quadruplum alterius.

Hoc theorema, quod apud alios demonstratum extat primo & 4 propof. lib. 2, & secundo & 20 lib. huius etiam apud nos, nos hic tertio etiam ex hac 23 propof. Euclid, & ex nostris praxibus ad eam demonstratum per modum corollarij expediemus. Nam quadrata cum sint æquiangula, & parallelogrammata, habent & ipsa inter se proportionem ex lateribus compo-



sitam. Sit ergo quadratum A, cuius CD sit duplum lateris DE, & iuxta Euclidis exemplum geometricum in hac propof. 22, fiat pro latere DE 1, pro CD 2, quæ est prima proportio duorum laterum in utroq; quadrato circa angulum æqualem; rursus exponatur secunda proportio lateris D-F 1, & lateris DG 2; neftantur, &

fiant tres numeri in prædictis proportionibus sic, 1, 2, 4; vias proportionem compositam ex 1 ad 2, & ex 2 ad 4, quæ est 1 ad 4, esse quadruplam. Vel, denominatoribus utriusq; proportionis 2, & 2 inter se multiplicatis, productum est 4 denominator compositæ proportionis; ergo A est ipfius B quadruplum.

Vel deniq; multi licentur antecedentes inter se numeri proportionum 1 in 1, & productum est 1, scilicet quantitas areæ quadrati minoris B; multiplicati inter se consequentes 2 produciunt 4 aream maioris quadrati A; ergo proportio maioris A ad B est 4 ad 1, & ideo quadruplum A ipfius B.

§. IX.

COROLLARIUM II.

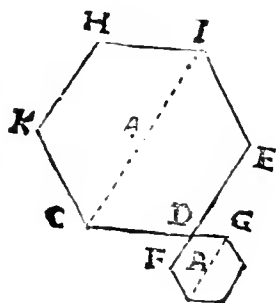
Omnes figuræ regulares habentes latera numeri parisi opposita parallela, inter se proportionem habent ex lateribus compositam.

H Exagona, octogona, decagona, dodecagona, &c (omissis regularibus figuris, quarum latera sunt numeri imparisi, nec habent latera parallela, pentagonum, heptagonum, &c.) veniunt sub hoc corollarium. Exemplum affero in Hexagonis *A, B*, quæ afferro habere inter se proportionem ex lateribus compositam. Et quoniam sunt similia inter se, habentq; ex defin. i angulos æquales, & latera circa eos proportionalia, sive latus *CD* esse tri-

plum lateris *DG*, erit & *ED* triplum ipsius *DF*. Fiunt igitur hi numeri 1, 3, 1, 3, quos connecte ut docuit Euclides, ita ut inuenias secundo tertium in ea proportionem, in qua est tertius ad quartum. Sic: 1, 3, 9; erit proportio 1, ad 9 composita ex proportionibus laterum 1 ad 3, & 3 ad 9. Igitur erit Buona pars ipsius *A*. Vel ex definitione quinta huius, multiplicatis denominatoribus proportionum 1, 3, 1, 3, id est ducto 3 in 3, proficit denominator 9 proportionis compositæ, &c.

Vel deniq; multiplicatis antecedentibus 1, in 1, fiet 1, consequentibus 3 in 3 fiunt 9, ergo proportio est 1 ad 9, &c. Firmantur prædicta ex 20 propos. nam similes figuræ hexagonicæ *A, B* habent proportionem laterum homologorum duplicatam (quæ iuxta dicta ad defin. 5 huius, & ipsa composita est ex intermedijs) id est dato minoris hexagoni *B* latere *DG* pro 1, & maioris *A* latere *CD* pro 3, si continuetur tripla proportio, prodit tertius numerus 9 denominans proportionem inter *A*, & *B* duplicatam; ut etiam eandem denominabat in compo-

sitione



siuione laterum $CD, DG, \& ED, DF. \&c.$ ergo. $\&c.$

Eodem modo corollarium erit de alijs regularibus figuris plurilatis, & parallelogrammis, iuxta determinationem in inscriptione huius corollarij. Nam ea habent conditiones propositionis 23, sunt equiangule, & parallelogrammata.

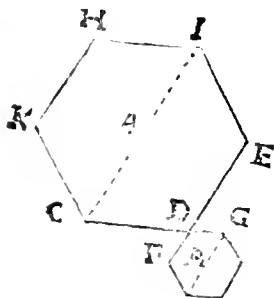
§. X.

PARADOXVM, &
COROLLARIVM III.

**Rectilinea plurilatera non parallelogrammata,
quæ habent inter se proportionem ex lateri-
bus compositam.**

Propositio hæc 23 Euclidis est de figuris parallelogrammis, quomodo ergo sint aliæ figura non habentes latera parallela, & tamen sint habentes proportionem ex lateribus compositam, ut docet propof. 23 de parallelogrammis æquiangulis?

Facilime, ac brevissime confirma-
tur nostrum paradoxum, ut & infe-
rius in corollar. & de triangulis. nam,
exempli gratia, in duobus hexagonis
A, B, ducta diametro per angulos op-
positos, in duas equales partes despec-
tuntur hexagona, ut demonstratum
habes in 1. tom. huius Arary ad pro-
pos. 34. & fiunt bina quadrilatera I-
CKH, ICDE, itemq; in minori hexa-
gono B bina alia equalia minora qua-
drilatera utque in 1. tom. Hexago-
no duolatera HI, KC, & CD, IE non



sunt parallela, quippe continentia angulos ad K, & H maiores duobus rectis, iuxta demonstrata a nobis ad propof. 32 lib. 2. & in Apia. 1, Praelibum. Sic & quadrilatera bina in minore Hexagono B non sunt parallelogramma in omnis oppositis lateribus, tamen quadrilaterorum

rorum maiorum alterutrum ad alterutrum minoris habent proportionem compositam ex lateribus circa angulos hexagonorum æquales; quia dimidia ad dimidia sunt ut tota *A*, & *B* inter se, quæ ex antec. coroll. 2 habent proport. ex later. compos.

Paria intellige de plurilateris alijs quibuscunque, quæ fieri possunt ex bifariatione quarumcunque plurilaterarum figurarum regularium habentium latera numeri paris, octogonorum, decagonorum, &c. hoc est habentium bina opposita omnia latera parallela.

Vide confirmatorium huius paradoxii in paradoxo, seu corollario 5 paullo inferius.

§ XI.

COROLLARIUM IV.

Quadratum ad rectangulum altera parte longius quamnam habet proportionem? comparauimus similes figuras in antec. coroll. 1, & 2, quadrata inter se, plurilatera parallelogramma, hexagonum cum hexagono, &c. comparentur etiam dissimiles quadratū, & rectangulū non quadratum. Habent ex figuræ compositam proportionem ex lateribus circa angulum rectum, & si iungantur, ut Euclides facit in duobus parallelogrammis, eadem Euclidis demonstratio prorsus concludit etiam de hisce.

Proportio inter quadratum, & rectangulum est composita ex lateribus.

Immo vniuersaliter etiam de alijs figuris inter se dissimilibus, modo sint angulorum æqualium, & laterum parallelorum.

§ XII.

PROBLEMA.

Datis quibuscunque & quotcunque rectilineis, quam inter se proportionem habeant facile inuestigare ex hac 23 propos. Euclid.

Nostri corollarij hoc etiam problema nostrum appono antequam aliqua etiam alia ab alijs. Quod proposuimus, ac soluimus ad 1. propos. huius in § 6, 7, hic aliter, ac maiori cum libertate absoluimus. Nam hic (vt ad 1. propos. huius) non est necesse vti parallelogrammis intra easdem parallelas, siue eiusdem altitudinis, ac formæ, nec (vt videbis ad 2. propos.) est necesse seruare figurarum similitudinem. Explico, & expedio. Datæ quibuscunq; ac cuiuscunq; irregularitatis rectilineis, vt quam inter se proportionem habcant inuestiges, transfer ea in parallelogrammata per 45, & 46 lib. 1. etiam diuersæ altitudinis, ac formæ, modò sint habentia vnum angulum vni æqualem sub lateribus parallelis, sintque alia parallelogrammata rhombi, vel rhomboidea, vel rectangula longiora, vel quadrata. &c. Deinde accipe (modo iam sæpius dicto per circinum proportionum) mensuras laterum binorum, ac binorum circa æquales angulos; & per iam sæpius in exemplis ostensa ad hanc 23, vide proportionem ex ijs lateribus compositam, eaque erit quam habent datæ quælibet figuræ inter se, (quæ etiam non sint parallelogrammata) antequam parallelogrammentur, cum ea, quam diximus, libertate, &c. Exemplis, & figuris apposis potes tu te prædicta experiri. Nobis hic sat efflo vniuersalissimo problemate negotium hoc geometricum indicasse.

Quinimmo licebit etiam ad maiorem libertatem data rectilinea in triangula transferre, atq; ex triangulis compositam laterum proportionem inuestigare, vt mox è sequentibus patebit.

§. XIII.

PARADOXVM, & COROLLARIVM V.

Triangula habentia vnum vni æqualem angulum, habent proportionem compositam ex lateribus circa æquales angulos.

Triangula non pertinent ad parallelogrammata, de quibus est. Propos. 23. Eucl. Quid ergo huic propositioni cum triangulis?

En.

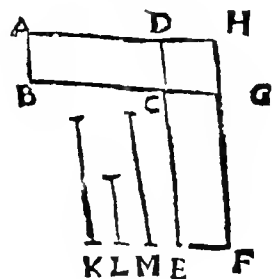
En. Commandinus (quod ex eo alij demonstratione prodixerunt) recte per breuissimum corollarium proposuit, & rationem indicauit sic: Ex iam demonstratis (scilicet ab Euclide) colligitur triangula, quæ vnum angulum vni angulo æqualem habent, proportionem habere ex lateribus compositam: sunt enim ea parallelogrammorum æquiangulorum diuidia. Atq; vt tota inter se, sic diuidia 2, 4, 1, 9, vel 1, 4, 12, denominator compositæ proportionis est 6. Fac diuidia 1, 2, 6, etiam in diuidijs denominator compositæ proportionis est 6, multiplicatis inter se denominatoribus duplæ, & triplæ proportionum in totis 2, 4, 12, & in diuidijs 1, 2, 6, &c.

§.XIV.

COROLLARIUM VI.

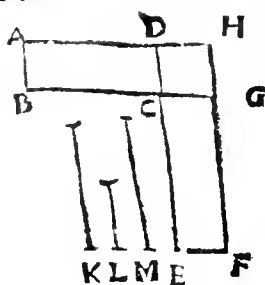
Parallelogramma inter se proportionē habent compositam ex proportionē basium, & proportionē altitudinum.

Hoc nos corollarium deducimus tamquam iā demonstratum ab Euclide in hac 23 propof. Nam vt monuimus, & ostendimus in §7. antec num. 3. in figura Euclidis comparantur



non solum parallelogrammi BD basis BC cum parallelogrammi CF altitudine CG, & parallelogrammi EG basis CE cum altitudine CD parallelogrammi ED; sed & bases BC, CE, & altitudines DC, CG, & quarum proportionibus compositā habent inter se parallelogrammata. Igitur arithmeticè ratiocinemur in numeris 2, 4, 3, 9 positis in §3 ad hanc 23, & applicatis figura Euclidis, in qua sint pro basibus rectæ

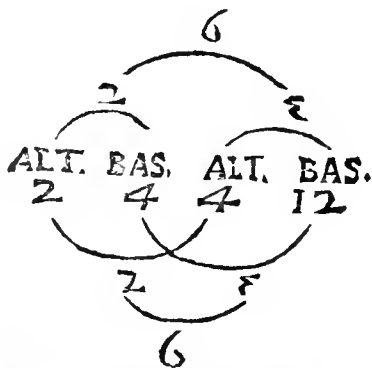
BC, CE, & altitudinibus DC, CG. Atq; vt Tyronum faciliat: consulas, exempla demus in numeris, quorum proportionēs denominant numeri integri, eritq; effugium à fractionibus numerorum, si sequamur exemplum Euclidis continnantis proportionēs, & efficientis



ut secunda L habeat secundam proportionem ad M , quam habent inter se DC , CE .

Sit ergo (vel supponantur hac, etiam si figura Euclidis non rite aptentur) parallelogrammi EG altitudo G 2, & parallelogrammi BD basis BC 4; sit parallelogrammi EG basis EC 9, & parallelogrammi BD altitudo CD 3. Primò exponantur ordine ij numeri 2, 4, 3, 9. secundò connectantur, & è quatuor fiant tres (vt Euclides in tri-

bus lineis) ita, vt secundus habeat proportionem ad tertium, quam habet tertius 3 ad 9, sintq; 2, 4, 12; siue, bis posito medio, sic: 2, 4, 4, 12. Atq; hac ratione basis EC erunt partes non amplius 9, sed 12, & altitudinis CD erunt partes non amplius 3, sed 4. Igitur CD altitudo 2, BC basis 4, CE basis 12, CD altitudo 4.



Vides in apposita hic figura basium 4, 12 triplam proportionem, & altitudinum 2, 4 duplam, & ex earum denominatoribus 2, 3 inter se multiplicatis fieri denominatorem 6 cõpositæ proportionis. Qui idem est ex multiplicatione denominatorum earum proportionum, quam habent altitudo 2 ad basim 4, & basis 12

ad altitudinem 4; est enim proportionis 2 ad 4 denominator 2, & proportionis 12 ad 4 denominator 3, ac multiplicati gignunt denominatorem eundem 6 cõpositæ proportionis, vt antea. Applica figuræ, ac eam iuxta hic dicta contemplare.

Confirmatur etiam à productis ex multiplicatione antecedentium inter se, & consequentium inter se terminorum, iuxta addita ad 5 definit. huius. Nam antecedentes 2, & 4 multiplicati progignunt summam 8 arealem parallelogrammi ex ductu altitudinis in basim; & consequentes 4, 12 multiplicati dant summam 48 arealem alterius parallelogrammi ex ductu suæ altitudinis in suam ipsius basim. Producta vero 8, & 48 habent proportionis inter se denominatorem eundem 6, si per 8 partiare 48.

Hac ad confirmationem huius ex Euclide apud nos corollarij dum
Phi-

Philosophus, & Doctor Geometra geometricè affirmat, & demonstrat parallelogrammata habere inter se proportionem compositam ex proportionibus laterum; in qua genericà affirmatione tacitè innuit comparari posse alterius parallelogrammi latera non solum altitudinis cum basi alterius, & basis cum altitudine; sed etiam altitudinem cum alterius altitudine, & basim cum basi.

SCHOLION.

V Ide consonantiam præcedentis theorematis cum usu geometrico centri gravitatis, in epilogo planimetrico § 17 ad propos. 23 libri 6.

§ XV.

COROLLARIUM VII.

Triangula inter se proportionem habent compositam ex proportionibus basium, & proportionibus altitudinum.

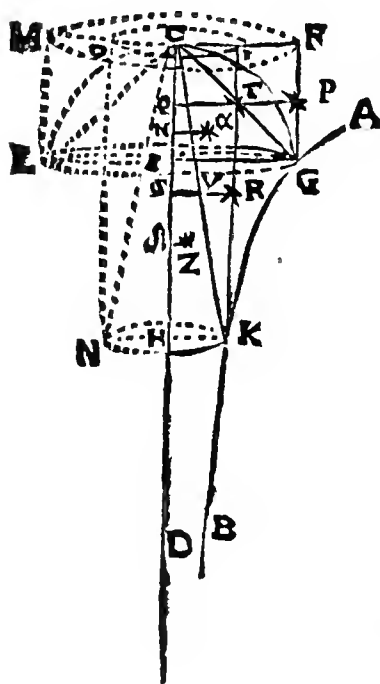
Prodit hoc corollarium ex antecedenti. Sunt enim triangula dimidia parallelogrammorum, habentium inter se proportionem compositam ex proportionibus basium, & proportionibus altitudinum.

§ XVI.

THEOREMA I.

— Demonstratum ex hac 23, & ex novo usu geometrico centri gravitatis, nempe.

Superficies sine basibus conorum rectorum factæ à triangulis equalibus inter hyperbolen, & asymptoton, habent inter se proportionē compositam ex lateribus, & è semidiamentris basium.



Suppono ex Archimede in Aequiponder. centrum gravitatis parallelogrammi esse in recta bifariante opposita latera, ut in parallelogrammo EF est T, in parallelogrammo HI est V. &c.

In apposita hic figura affirmo conorum rectorum LCG, CNK superficies sine basibus factæ ex rotationibus triangulorum CEG, CHK inter hyperbolen AB, & asymptoton CD aequalium, habere inter se proportionem compositam ex lateribus CG, CK, & ex semidiamentris basium EG, & HK: Quoniam enim, ex regulâ geometricâ cætri gravitatis, eæ superficies sunt æquales rectangulis sub lateribus CG, CK, & sub peripherijs (sive rectis lineis, quæ sint æquales peripherijs) signatis à centris gravitatis T, V in dimidio

laterum; ergo, per hanc 23, habebunt ea rectangula inter se proportionem ex lateribus compositam. Ut verò peripheriæ à T, & V designata inter se, sic & semidiametri QT, SV; & ut QT ad SV, sic semidiameter EG ad semidiametrum HK (iuxta sæpius ostensa ad 14, 15, &c. huius, in alijs comparationibus figurarum planarum, & solidarum inter hyperbolen GB, & asymptoton CD) ergo &

conicæ

conica superficies sine basibus æquales ijs reſtangulis, habebunt proportionem compositam ex lateribus CG , CK , & semidiamentris EG , & KH . Sunt verò QT , SV dimidia semidiamentrorum EG , KH . Sunt enim centra gravitatis in reſtâ bisariante latera opposita CF , EG , CI , KH , iuxtà suppositum ex Archimede. Quantitates verò laterum CG , CK oppositorum angulis rectis ad E , & H in reſtangulis triangulis CGE , CKH haberi possunt ex 47 propof. lib. 1, iuxtà notata, & indicata à nobis ad eam propositionem.

§. XVII.

THEOREMA II—

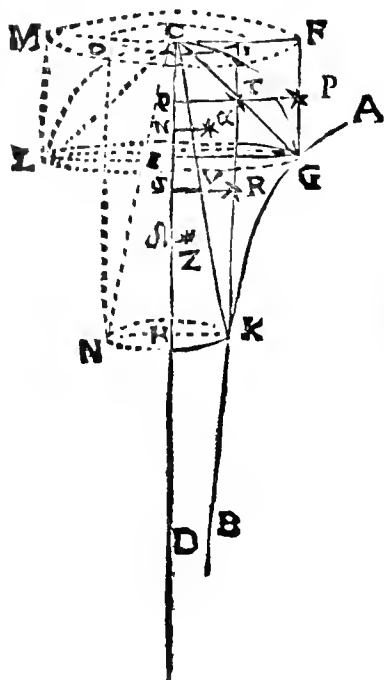
— Ex vſu geometrico centri gravitatis, & è 23 huius demonstratum.

Conorum, & cylindrorum reſtorum, habentium æquales bases, & altitudines inter hyperbolen, & asymptoton, superficies habent inter se proportionem compositam ex lateribus, & ex diametro, & semidiametro basis.

Affirmo superficies sine basibus conì LCG , & cylindri $EGLM$, item superficies conì NCK , & cylindri $IKNO$ super base eadem LG , vel NK , & altitudine eadem CE , vel CH , habere inter se proportionem compositam è proportionibus (loquamur in exemplo tantum de LF , ac quod de iſdem intellige etiam de æqualibus basibus, & altitudinibus) laterum CG , GF , & diametri LG , & semidiametri EG . Fiunt enim eæ superficies ex duabus peripheriarum inequalium à centrìs gravitatis T , P sub inequalibus semidiamentris QT , QP , in latera CG , GF inequalia, iuxtà regulam &c. cum ergo eæ partes producentes utramque superficiem habeant binas, & diſcuſas inter se proportionales, ergo tot iſeæ producta ex iſs partibus, id eſt superficies habebunt inter se proportionem compositam ex iſs genitis diſcuſis proportionibus, iuxtà explicata de proportionum compositione ad hanc 23. Quoniam verò, ut QT , QP

dimidia, sic inter se dupla sunt LG , EG , ergo superficies cylindrica $FGLM$, & conica LCG habent inter se compositam proportionem ex proportionem laterum CG , GF , & diametri LG , ac semidiametri EG . Proportio ipsarum QP , QT , siue ipsarum LG , EG est dupla, iuxta

suppositum antecedentis theoremat is. Quantitas t erò, & proportio laterum CG , GF haberi potest ex 47, ut indicatum est etiam in antecedenti theoremate.



SCHOLION V.

Theorema hoc proximè antecedens, eiusq; apud nos demonstratio congruit cū theoremate demonstrato à Guldino lib. 3. cap. 5, ubi ostendit superficiem cylindri recti ad superficiem conici eandem habentis altitudinem, & basim, esse ut dupla altitudinis cylindri ad latus conici. Idem enim est, vel nobiscum ducere totam QP in latus GF , vel cum Guldino ducere dimidiam QT in duplicatā GF . &c. Vide, & confer.

§. XVIII.

THEOREMA III.

Coni, & Cylindri recti eiusdem altitudinis, & basim, facti è rotatione circa asymptoton ex æqualibus reſtangulis, & triangulis inter hyperbolen, & asymptoton, habet inter se pro-

portionem compositam ex proportione trianguli ad rectangulum, & ex proportione triētis ad semissem semidiametri basis communis.

Demonstratio cū vſu huius 23, & ex vſu geometrico centri grauitatis confirmato ab Euclide.

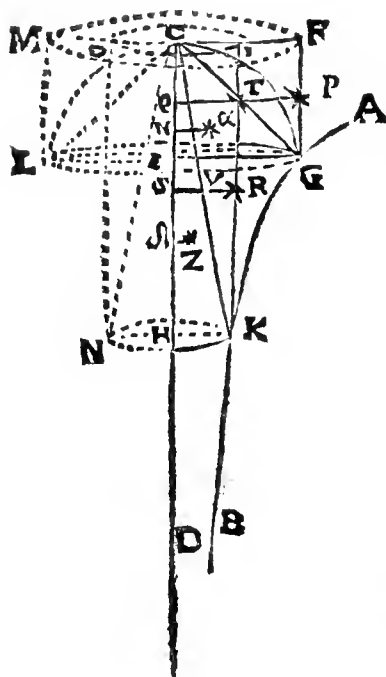
IN rectis cylindro $LMFG$, & cono LCG communium basis, & altitudinis, quoniam soliditas cylindrica fit ex ducta rotationis à centro grauitatis T (cuius semidiameter est QT) in rectangulū EF ; soliditas verò conica fit ex ductu rotationis à centro grauitatis α (cuius semidiameter est $\alpha\alpha$) in triangulum CEG ; ergo cylindrus $LMFG$ ad conum LCG habebit proportionem cōpositam è proportionem semidiametrorum $QT, \alpha\alpha$, & è proportionem rectanguli EF ad triangulum CEG . Trianguli quidem CEG duplum est rectangulum EF , semidiametri verò communis basis, hoc est ipsius QP , triens est ipsa $\alpha\alpha$, & eiusdem QP dimidia est ipsa QT , iuxta supposita ex Archimede in theorem. § 3 ad 13, & ad hanc 23 de proportionem conicarum superficierum, & soliditatum: Ergo constat veritas hic à nobis propositi theorematibus ex vſu geometrico centri grauitatis; confirmante etiam nos Euclide mox.

§. XIX.

COROLLARIUM VIII.

Propositio 10. libri 12. Euclid's ex antecedenti theoremate demonstrata, quæ est:

Omnis conus tertia pars est cylindri eamdem cum ipso basim habentis, & altitudinem æqualem.



Quod Euclides prolixa, & indirecta demonstratione probavit, nos brevissimè,

& facillimè expellimus. Cuius veritas omnino congruit cū Euclidiana propositione. Nam si iuxta antecedētis theorematīs terminos, proportionum exponas numeros, ac pro proportionē trianguli CEG ad rectangulum EF dupla sint 1, 2; deinde singas basis communis LEG semidiametrum EG, hoc est illi equalem QP, divisam in sex partes aequales, ac deinde pro proportionē QT, & a inter se. si trientem, siue tertiam partem ipsius QP (idest numeri 6) accipias, dabitur .; si semissem, idest dimidium eiusdem QP, idest numeri 6, accipias, dabitur 3. Termini ergo pro componenda proportionē erunt 1,

2, 2, 3, eritq; composita ex primo ad quartum terminum, iuxta multiplicata ad hanc 23, scilicet 1 ad 3; igitur cylindrus coni, &c. (iuxta conditiones prædictas) erit triplus.

§ XX.

SCHOLION VI.

Indicatur vbi sit demonstratio ex centro gravitatis, qua nititur figura § 3 ad def. 1 To. 1 huius Ærarij.

Finge cylindrum LF talem, ut semidiameter EG, vel EL sit æqualis altitudini EC. Quoniam eiusdem cylindri LF ablata ter-

tia parte, nempe conuerti cum cono LGC, remanet solidum cylindricum conicè incauatum sub CLM, FGC, quod est duplum eiusdem coni LGC si fingas centro factio in medio E diametri LG & intervallo ab E ad C distans se niperipheriam LOCIG, sub eius semisphæricæ superficie sphaerica interspicitur, vñ cum cono LGC, hemisphæricum, quod sublato è cylindro LF, reliquum scaphium cylindricum hemisphæricè incauatum sub conuexa se niperipheria LOCIG, & sub rectis LM, FG est æquale cono LGC. Vide apud Guldinum breuem, & facillimam demonstrationem ex vsu centri grauitatis, lib. 3. cap. 6. propos. 7, & ibi ab eo citatos. Saltem indicandus hic fons nobis visus est. ut nullis agens, extra nostra domestica, pro perfectâ scientiâ eorum, quæ aliquando supposuimus in hoc Aerario ibi locorum, ubi sat erant vel constructio, vel praxis.

§. XXI.

SCHOLION III. in quo —

Epilogus ad praxes ex hac 23 prop. præsertim dimensionum superficialium, non superficialiter, sed geometricè demonstratas.

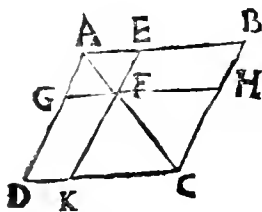
Habes ex hætenus a nobis apposis ad hanc 23 propof. modos multiplices dimetiendarum arearum in figuris parallelogrammis, & cognoscendi quot eiusdem formæ figuræ minores, quasi mensuræ, contineantur in altera maiore, siue sint quadracula, siue rectangula minuscule in parallelogrammis rectangulis, siue obliquata minora in parallelogrammis obliquis; siue accipias comparationes laterum ambientium, angulorum rectum, siue non rectum, siue perpendicularium altitudinum, & basium, siue non perpendicularium. Eaque omnia etiam in triangulis, in plurilateris parallelogrammis in eorum dimidijs, ac non parallelogrammis. Ac pro hisce praxibus habes adiumenta à circulo proportionum, ab exemplo geometrico in demonstratione Euclidis, ab vsu definitionis 5 huius li. 6 à productis antecedentium, & consequentium terminorum in proportionibus laterum. &c.

Antedicta partim a nobis applicata, partim à te, mi Tyro, applicanda;

canda, omnia deniq; in antecedentibus demonstrata sunt. Quibus adde etiam spectantia superficies rotundas, & ad Stereometriam, ad quam facillime eleuauimus hanc 23 prop. ex usu centri grauitatis.

Propos. XXIV. Theor. XVIII.

*Omnis parallelogrammi quacirca diametrum
sunt parallelogramma similia sunt toti,
& inter se.*



S It parallelogrammum ABCD, diametris AC, circa quam sint parallelogramma EG, HK. Dico utrumq; EG, HK toti ABCD, & inter se similia esse. Cum enim ad latus BC trianguli ABC ducta sit parallela

^a propof.
2.6.

EF, ^a erit vt BE ad EA, ita CF ad FA. Rursus cum ad latus

^b propof.
11.5.

CD trianguli ACD ducta sit parallela FG, erit vt CF ad FA, ita DG ad GA. Sed vt CF ad FA, ita ostensa est BE ad EA: ^b

^c propof.
18.5.

ergo vt BE ad EA, ita est DG ad GA: ^c componendo ergo

^d propof.
16.5.

vt BA ad AE, ita DA ad AG: & ^d permutando, vt BA ad AD, ita AE ad AG. Parallelogrammorum ergo ABCD, EG

^e propof.
29.1.

latera circa communem angulum BAD sunt proportionalia. Cumq; GF, DC parallelae sint, ^e erunt anguli AGF, ADC,

^f prop. 4.
6.

item GFA, DCA aequales, communis DAC: triangu-
la ergo ADC, AGF aequiangula sunt. Eadem de causa erunt & AB-

C, AFE aequiangula: tota ergo parallelogramma ABCD, EG

sunt aequiangula; ^f est igitur vt AD ad DC, ita AG ad GF; &

vt DC ad CA, ita GF ad FA. Vt vero AC ad CB, ita AF ad

FE; & vt CB ad BA, ita FE ad EA. Et quia demonstratum

est esse vt DC ad CA, ita GF ad FA; vt vero AC ad CB, ita

AF ad FE; erit ex aequali vt DC ad CB, ita GF ad FE. Par-

allelogrammorum ergo ABCD, EG latera circa aequales angu-

los

los sunt proportionalia ; similia ergo sunt . Eadem de causa
erit parallelogrammum KH toti ABCD simile: vtrumq; ergo
EG, KH toti ABCD simile est. Quæ autem eidem sunt simili-
lia, & inter se sunt similia: est ergo EG ipsi KH simile. Omnis
ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

§ prop.
21. 6.

§ I.

Corollaria Geometrica ex 24 propos. Eucl.

Paralle-
logram-
mata
circa
commu-
nem dia-
metrum
habeant
angulū
commu-
nem.

I D cautionem notandum , quod & videri Clavius , paralle-
logrammata partialia circa diametrum parallelogram-
mi totalis, debere habere unum angulum communem cum
vno angulo totalis parallelogrammi, ut vides in figura
Euclidis. Adde ex demonstratis à nobis ad 34 propos lib. 1. eo ipso
quod unum habent communem, etiam reliquos angulos partialium
parallelogrammorum esse aequales reliquis angulis totalis parallelo-
grammi.

2 Notandum ad ampliacionem propositionis Euclidianæ, valere de-
monstrationem etiam de parallelogrammis circa diametrum protra-
ctam extra parallelogrammum, modo parallelogrammata circa ex-
tractam diametrum habeant unum angulum (& consequenter reliquos,
ex demonstratis ad 34 prim.) aequalem vni angulo parallelogrammi,
cuius diameter extra protracta est. Velut in exemplo figura Euclidia-
næ, parallelogrammi EH diametro CF protracta in A & circa pro-
tractam partem FA constituto parallelogrammo GE, patet idem
quod demonstratum est de duobus partialibus KH, GE circa totalis
parallelogrammi BD diametrum AC.

Amplia-
tio etiā
ad paral-
lelogra-
mata nō
habentia
commu-
nem an-
gulum.

3 Patet & modus constituendi facillimè, & expeditissimè dato pa-
rallelogrammo alterum simile, similiterq; positum super data recta.
Nam, in figura Eucl. si dato DB maiori sit minus, verb. gr. KH super
latere CK constituendum non solum simile, sed similiter positum, ac-
cepta parte ipsius DC, quæ sit CK aequali recta super qua constituen-
dum est minus parallelogrammum, & ducta diametro CA; EK du-
centum est parallela vtrilibet laterum DA, BC, & ubi secat diame-
trum in F, inde ducenda est altera parallela lateri vtrilibet AB, vel
DC, eritq; KH minus parallelogrammum simile, similiterq; positum
ipsi DE maiori, &c.

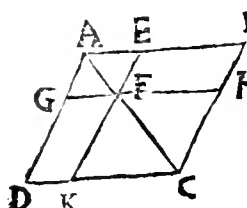
Modus
facilli-
mus co-
stituendi
dato
minore
paralle-
logram-

Con-

Contraria ratione si augendum sit parallelogrammum KH parallelogrammo maiori DB ad datam DC , minor CK producat^r ad longitudinem CD , & producta diametro CF extra F vsq; dum occurrat in A ipsi DA ducta ex D parallelas ipsi KF , tum ex A educatur parallela ipsi FH occurrens in B ipsi CH producta; atq; erit BD simile, similiterq; positum ipsi KH , per demonstrata hic ab Euclide.

Est etiam hoc problema solutum per ea, quæ docuimus ad 18 propos. huius, & in Aranea nostra geometrizante per parallelas in Aperiarij nostri primi prælibamento secundo: Datis duobus parallelogramm^s æquianguis, sed non similibus, ex quouis illorum alteri simile refecare,

Problema Peletarij patet ex Euclide.



4 Problema vero Peletarij patet in ead^m Euclidis figura. Nam si singas parallelogrammi, verb. gr. GE binas utralibet opposita latera esse, v. g. GA , FE producta ultra A , & E , vel opposita latera FG , EA producta ultra G , & A ita, ut GE sit non simile, licet æquiangulum ipsi KH ; fiet simile, producta diametro CF donec incidat in A productis GA , vel EA , & ex A ducta parallela opposito lateri, vel GF , vel FE . Itaq; vides verum esse quod affirmavit Proclus, in elementarijs propositionibus latere semina plurium ampliacionum, quæ quasi aliquid noui alij proferunt. Sic in constructione æquilateri latent constructiones isoscelis, & scaleni triangulorum, sic, & alibi alia, ut suis in locis aliquando indicauimus, ac nuper ad 23, & ad 1 prop. huius, & quibus corollaria de iuncta sunt a nobis, quæ aliqui tamquam noua theoremata pluribus demonstrarunt.

Ac notandum deniq; ex 43 primi, & ex hac 24 sexti, parallelogrammata, per diametrum, & parallelas lateribus diuisa, continere intra se partes, ad angulos verticalis oppositos, inter se binas similes, binas æquales. Sunt enim (ad verticem F angulos oppositos habentem) æqualia inter se bina complementa DF , BF , similia verò, similiterq; & c. inter se binæ GE , KH .

§. II.

THEOREMA —

— Aliter solutum ex hac 24, quàm ad 1 prop. huius; scilicet —

— In

— In omni parallelogrammo alterum complementorum est medium proportionale inter parallelogrammata circa diametrum.

IN Euclidis figura, & parallelogrammo PD (posita constructione in eius demonstratione, brevitatis causa) affirmo tam DF , quam FB , alterutrum complementum, esse medium proportionale inter GE , KH parallelogrammata circa diametrum AC . Quoniam enim, per hanc 24 sunt inter se similia. similiterque posita GE , KH , ergo ut GF ad FE , ita KC ad CH , hoc est HF ad FK , cum opposita latera sint equalia in parallelogrammo KH , per 24 primi; & permutando, ut GF ad FH , ita EF ad FK ; sed ut GF ad FH , ita GE ad EB , & ut EF ad FK , ita FB ad KH , per 1 huius; ergo ut GE ad EH , ita EH ad HK . Ergo FH est medium proportionale inter GE , KH . Est autem DF equale ipsi FB , per 41, ergo alterutrum complementum est medium proportionale inter parallelogrammata circa diametrum. Quod erat demonstrandum.

Habes in figuris parallelogrammorum à diametris bifariatorum, & diuisorum in similia circa diametrum, & in complementa, omnia geometricè concinna: primò quatuor parallelogrammata proportionalia; secundò equalia inter se complementa, tertio similia inter se, & toti partialia parallelogrammata circa diametrum; quartò complementa media proportionalia inter parallelogrammata circa diametrum; partim ad 1 prop. huius, partim hic omnia demonstrata.

§. III.

Vsus propositionis 24 in praxi, & demonstratione scientificæ picturæ.

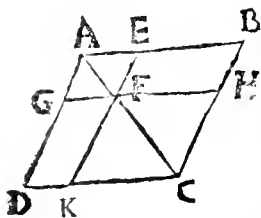
IN Apian. 5. Progym. 2. cap. 3. nu. 5. & cap. 8. num. 6. ostendimus in scenographico instrumento scientificè pictorio, pingere similem prototypo figuram esse (præter alias) propositionis huius 24 & sum quendam, per eam demonstratum; & ibidem figuris

ris applicauimus hanc veritatem. Vide ibiquæ hîc non arbitramur esse repetenda; atq; etiam applica figuris instrumenti scenographici à nobis positi ad 18, & ad 21 huius. Sed apertius patet hîc vsus in citat. Apiar.

§. IV.

COROLLARIUM, &
PROBLEMA.

Duobus datis rectilineis mediani proportionale constituere.

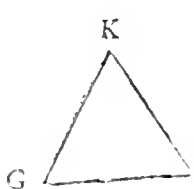
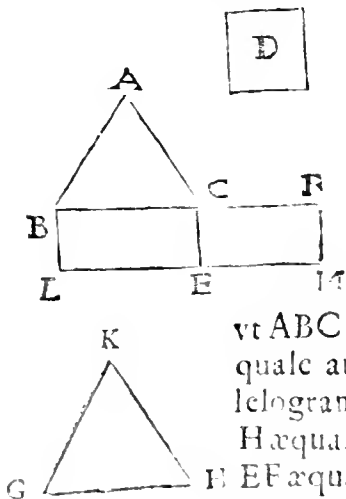


Ad sequentem prop. 25 aliter hoc problema soluemus, quod hîc nunc expeditus quasi corollarium ex antecedenti theoremate. Videsur etiam hîc circa figuram Euclids; & duobus datis imaginarijs rectilineis constituentur duo parallelogrammata equalia, & similia, quæ finge esse GE, & KH. Faque iungantur æqualibus angulis ad verticem in t. Scilicet productis alterius parallelogrammi binis lateribus, v. g. GF, EF. & secûs ad quantitatem laterum alterius parallelogrammi, v. gr. in K, H, completoq; parallelogrammo KH &c. Rursus utriusq; parallelogrammi reliqua bina latera AG, AE, CK, CH producantur donec coeant in B, D, fiâtq; parallelogrammum tertium maximû DF; alterutrum FB, FD erit mediani proportionale inuentum, & constitutum inter datis imaginarijs rectilineis equalia GE, KH. Iunctâ enim diametro AC, patet operationis demonstratio ex hac 24, & ex anteced theoremate. Siue etiam non iunctâ diametro, demonstratio vim habet iuxta à nobis probata ad 1 propof 62, vbi antecedens theorema, § 2, aliter, quàm hîc ad hanc 24 propof absolutimus.

Propos. XXV. Probl. VII.

*Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale
constituere.*

S It dato rectilineo ABC simile constituendum, & æquale
verò ipsi D. ^{a propof. 44. 1.} Applicetur ad latus BC triangulo A-
BC æquale parallelogrammum BE; ad CE verò æ-
quale ipsi D, nimirum CM in angulo FCE æquali angulo
CBL; ^{b propof. 14. 1.} in directum ergo erit BC ipsi CF, & LE ipsi EM.
^{c p opof. 13. 6.} Accipiaturs ipsarum BC, CF media proportionalis G-
H, & super ipsa ipsi ABC rectilineo simile describatur,
& similiter positum KGH. Cùm ergo sit vt BC ad GH, ita
GH ad CF (quando enim fuerint tres rectæ proportio-
nales, est vt prima ad tertiam, ita figura super prima de-
scripta ad figuram super secun-
da similem, similiterq; descri-
ptam) Est ergo vt BC ad CF, ita
triangulũ ABC ad triangulum
KGH. Sed vt BC ad CF, ita
est BE ad EF, vt ergo & trian-
gulum KGH, ita est BE paral-
lelogrammum ad EF paral-
lelogrammum: & ^{h propof. 16. 5.} permutando,

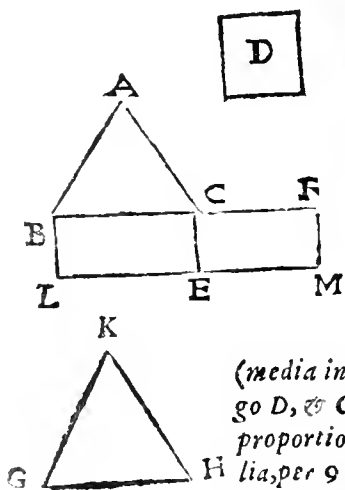


vt ABC ad BE, ita est KGH ad EF. Æ-
quale autem est triangulum ABC paral-
lelogrammo BE; ergo & triangulum KGH
æquale est parallelogrammo EF. Sed
EF æquale est ipsi D, ergo & KGH ipsi D
est æquale. Est verò & KGH ipsi ABC si-
mile. Dato ergo rectilineo, &c. Quod oportuit facere.

§. I.

SCHOLION I.

Aliter breuius, ac facilius demonstrare propof.
hanc 25 elementarem.



S It eadem, quæ apud Euclidem
construſtio, dico quadrato **D**
(in fig. Euclid.) eſſe æquale
triangulum **GKH**, idque per
9 propof. quinti: quæ habent eandẽ
proportionem ad idem ſunt æqualia:
ſine argumentatione à permutando,
&c. Nam vt **ME** ad **EL**, ita **MC**
(illi æquale **D**) ad **EB** (illi æquale **B-**
AC) per primam prop huius. Rurſus
vt **ME** ad **EL**, ita **GKH**, ſuper **CH**
(media inter **LE**, **EM**) ad **BAC**, per 20 huius. Er-
go **D**, & **GKH**, quæ ad eandẽ **BAC** habent eandẽ
proportionem ipſarum **LEM**, ſunt inter ſe æqua-
lia, per 9 quinti. Eã vero **GKH** per conſtruſtio-
nem ſimile factum ipſi **BAC**.

SCHOLION II.

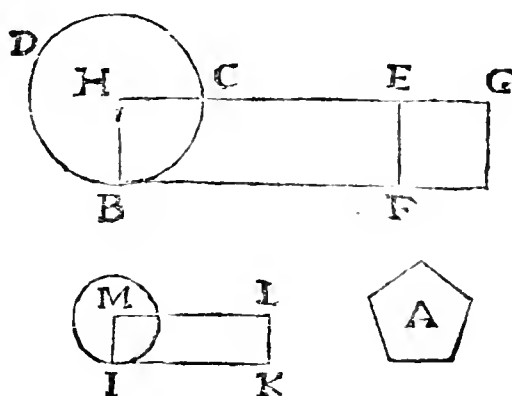
Ex demonſtratione huius 25 patet id, quod ad finem 20 propoſi-
tionis monuimus, quæcumque pertinent ad hanc vniuerſalem
propoſitionem: Dato cuiuſcumque figuræ rectilineæ aliud æquale
cuiuſcumque figuræ conſtituere, fieri, probarique poſſe ab uſu 20 pro-
poſitionis, & 18 antecedenti. Propoſitio enim 18 conſtituit ſimile re-
ctilineum, 20 verò, ac 1 prop. probant eandẽ proportionem ipſorum
D, & **GKH**, & 9 Quinti æqualitatem.

§. II.

Vfus 25 Propositionis in transformationibus
figurarum etiam non rectilinearum.

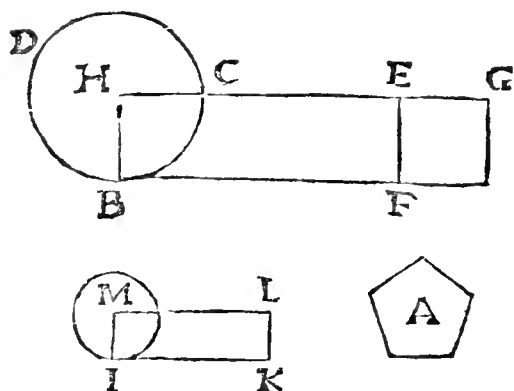
PRAXIS, ac PROBLEMA I.

Dato rectilineo æqualem circulum exhibere.



Vniuersaliter hic dato cuiuscumque figuræ rectilineo, non so-
lum quadrato, vt ad 17 fecimus, circulum æqualem descri-
bimus. Sit *A*, cui æqualem circulum querimus. Funge lubi-
tæ magnitudinis circulum *BCD*, qui, per eæ quæ docuimus,
& exercuimus ad 15 pri § 5, vertatur in æquale rectangulum *BE*, atq;
ad latus *EF* applicetur, per 45 primi, rectangulum *FG* æquale ipsi *A*.
Inter *HE*, *EG* inueniatur media proportionalis ipsa *IK*, super qua con-
stituitur, per 17 huius, rectangulum *IL* simile ipi *BE*. Dico *IM* esse
semidiametrum circuli equalis dato rectilineo *A*. Est enim circulus de-
scriptus à semidiametro *IM* æqualis rectangulo *IL* quod æquale est re-
ctilineo *A*.

Ac primo quidem rectangulum *IL*, & rectilineum *A* æqualia esse
patet ex hac 15, peracta enim sunt omnia iuxta eam. Ac, si placeat, in-
dicemus etiam iuxta modum nostrum 9 primi. Nam vt *HE* ad *EG*,
sic



sic BF (ideſt circulus cui factum eſt æquale BE) ad FG, ideſt ad A, per
1 huius. Ac rursus ut HE ad EG ſic L ad BE, ideſt ad eñdem circu-
lum B D, per 20 propoſ. Ergo per 9 quinti, ſunt A, & IL æqualia.

At vero IL eſſe æquale circulo ſic demonſtro. Quoniam IL factum
eſt ſimile ipſi A, erit ut HB ad BF, ita MI ad IK; at, ex A. chime-
de LH (iuxta ea quæ habes ad cit. 4. lib. 1 § 5) eſt partium 2 qualium
eſt BF 1, ergo & MI erit 1/2 qualium eſt IK 1; hoc eſt ut HB eſt ſe-
midiometer, & BF eſt dimidium peripheriæ ſui circuli BCD, per ci-
tata ad 45, ſic erit & MI ſemidiometer, & IK ſemicircumfe. en-
cia circuli ex MI. Rectangulum vero ſub ſemidiometro, & ſub imidia
peripheria eſt æquale circulo, per demonſtrato à Zeno 10ro apud nos
ad cit. 45 propoſ. lib. 1. ergo rectangulo IL eſt æqualis circulus ex MI
deſcriptus, atq; etiam æqualis ipſi A. Quod erat faciendum.

§ III.

SCHOLIION III.

Quid commodi ſingularis ſit ad praxim in ante-
cedenti problemate.

Noſtra hæc ratio transformandi datum rectilincum in æqualem
circulum per rectangulum circulo æquale, habet, præter cæte-
ra,

ra, id commodi singularis ad praxim, quod rectangulum excitatum super melia proportionali, & simile rectangulo aequali alteri dato circulo, exhibet in altero laterum minore ipsam semidiametrum circuli describendi, ac aequalis dato rectilineo. Quod compendium non habebit qui datum rectilineum transformavit in quadratum vel aliud rectilineum (præter rectangulum, &c. ut nos) æquale circulo. Neque enim quadrata vel alterius (præter rectangulum, &c. ut nos) rectilinea latera sunt semidiameter, vel diameter circuli æqualis ipsi rectilineo. Sic vides super IK media inter HE, EG excitato rectangulo simili ipsi EB ex circulo BCD, statim latus IM exhibet semidiametrum, cuius intervallo descriptus circulus est ipsi IL æqualis.

§ IV.

SCHOLION IV.

Indicatus usus aliquis physicus, ac civilis, siue agrarius præcedentis problematis.

Puta esse aliquem, qui habeat fontem fundentem aquas agris, vel hortis irrigandis per fistulam, verbi gratia, triangularem. Optat ille fistulam os triangulare transformare in os circulare ita, ut tantum aquæ finlatur per plenum id os circulare, quantum fundebatur per plenum os triangulare. Satis heri optatis si oris triangularis figuram, iustâ cum suâ magnitudine, transferat quis in papyrum, & iuxta operationem a nobis indicatam in præcedenti problemate, constituat datæ figuræ triangulari æquale rectangulum, ac simile alteri rectangulo ex circulo alio dato. Sic enim rectangulum aequale triangulo exhibebit alterum minus duorum laterum pro semidiametro, cuius intervallo designatus circulus in papyro erit pro quantitate oris antea triangularis in fistulâ. Atque aquæ, se se per circulare fistulam os effundentis successivæ superficies erunt æquales superficiibus eiusdem aquæ sese antea effundentis per os fistulæ triangularæ, hoc est tantundem aquæ, &c.

Pluribus alijs usibus inferuire potest præcedens problema, præsertim tan facili compendio exhibens semidiametrum circuli æqualis datæ cuicumque alteri figuræ rectilineæ.

§. V.

PRAXIS, ac PROBLEMA II.

Dato circulo æquale rectilineum constituere.

Hoc etiam problema præcedentis conuersum, ac vniuersale est, & complectens non solum quadratum, vt ad 17 propos. huius, sed quamcumque rectilineam figuram, inquam circulus transformandus proponitur, ita vt rectilineum æquale sit circulo transformato. Reuise hinc figuram præcedentis problematis, § 2, & in ea operare conuerso modo, Eſto datus circulus *M* transformandus in æquale pentagonum regulare. Fiat lubitæ quantitatis, & ad vnum eius latus, puta *HB*, æquale rectangulum *HF* applicetur. Ad *EF* applicetur rectangulum æquale dato circulo *M*, siue rectangulo *MK* Inuenta media proportionalis inter bases duorum eorum rectangulorum dabit latus pentagoni, velut *A*, æqualis circulo *M*.

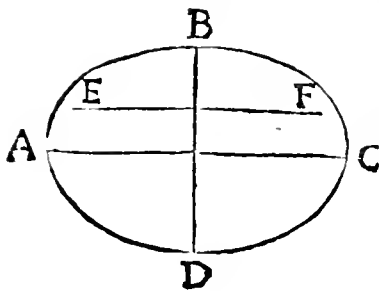
Demonſtratio eodẽ modo peragitur, quo in antecediẽti problemate.

Vt basis rectanguli applicati, & æqualis circulo dato *M* ad basim rectanguli (applicati figuræ) ex maiore pentagono, sic circulus datus *M* ad maius pentagonum. Item vt tertia (ideſt eadẽ basis rectanguli ex circulo dato *M*) ad primam (ideſt ad eandẽ basim ex maiore pentagono) sic pentagonum minus, puta *A*, excitatum super mediâ, ad pentagonum maius, &c. ergo pentagonum *A*, & circulus datus *M*, sunt æquales figuræ, quæ habent eundem proportionem ad idẽ pentagonum maius.

§ VI.

Lemmata, & vsus ſequentium 3, & 4 problematum.

Suppono, ac præmitto ſequentibus duobus problematibus id, quod iam demonſtratum eſt ab Archimede propoſ 5 de Conoidibus, & ſphæroidibus, ſcilicet in ellipſi, vt hic *ABCD*, eſſe, vt
maior



maior diameter AC ad minorem BD, sic circulum diametri AC ad ipsā ellipsim ABCD. Suppono etiā id, quod & physice ostendimus in § 23 ad 20, & geom. § 8, circulos inter se esse ut quadrata diametrorū prop 2 l. 11 Eucl. Liceat nobis hīc utilitatem praxe, conspectibus vii hīscē suppositionibus iā demonstratis. In-

terim pro vasis, siue oribus ellipticis in circulares, & pro circularibus figuris in papyro transferendis in ellipticas figuras æquales, aliquando aptiores picturis intra eas delineandis; pro fenestris in æquales vertendis, pro campis, areis, tabulis ellipticis dimetiendis, &c. habent Tyrones theoremata, siue problemata, vnum, ac alterum sequentia.

§. VII.

PRAXIS, ac PROBLEMA III.

Data ellipsi æqualem circulum exhibere.

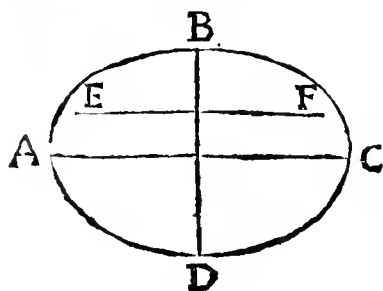
SIt data ellipsis ABCD, cui æqualem circulum oporteat exhibere. Facillima, & breuissima est constructio, & praxis. Nam inter vtramque diametrum AC, BD inuenienda est media proportionalis EF, quæ erit diameter circuli æqualis datæ ellipsi ABCD. Nam, per lemma primum antecedens, ut AC ad BD, ita circulus diametri AC ad ellipsim ABCD, & per lemma 2, & per 20 huius, & nostra ad eam, ubi de circulorum inter se proportionibus, ut AC ad BD, ita circulus diametri AC ad circulum diametri EF; er 30, per 9 Quinti, circulus diametri EF, & ellipsis ABCD, (quæ figuræ habent eandem rationem ad circulum diametri AC) sunt æquales inter se.

§. VIII.

PRAXIS, ac PROBLEMA IV.

Dato circulo æqualem ellipsim exhibere.

Hoc problema non facile soluerit quispiam nisi ope nostri problematis conuerſi prop. 13 Eucl. in hoc lib. 6 nempe: Data rectæ duas extremas primam, & tertiam proportionales adinuenire.



Itaque data circuli diametro EF inueniantur duæ extremæ proportionales AC, ED, eruntque illa diametri altera minor, altera maior ellipsis æqualis circulo diametri EF. Quod eodem modo demonstrare licet, quo antecessens problema 4.

At vero circa extrema diametrorum AC, ED ellipsim legi timè, facile, continuo tractu, non vulgato modo, & nouo instrumento describere discas inferius ad propof. 28 ex occasione applicationis figura ibi deficientis, &c. vnde à simili nomen, & proprietates peculiariſſimæ orta sunt sectionis, ac figura ellipticæ.

§ IX.

SCHOLION V.

Problemata de ellipsi etiam ad rectilinea vniuersalizare, & in vsum ellipticæ areæ dimetiendæ traducere.

Quemadmodum de circulo scripsimus transformando in datum quodlibet rectilineum, & de dato quolibet rectilineo transformando in circulum, licebit etiam dato rectilineo ellipsim, & data ellipsi rectilineum æquale constituerè. Quæ tuæ industria, mi Tyro, ex antelictis exercenda permittimus. Nobis satis fuit, ad vsus indicatos in lem. ante 3 prob. curuilineas duas

pulcherrimas figuras circulum, & ellipsim inter se transferre.

Hic interim habes quo metiare arcam ellipticam. Nam facto rectangulo, ex antecedentibus, æquali circulo diametri EF, eoq; rectangulo ex ductu inter se laterum dimenso, patebit quantitas arce ellipticæ ABCD æqualis circulo ex EF.

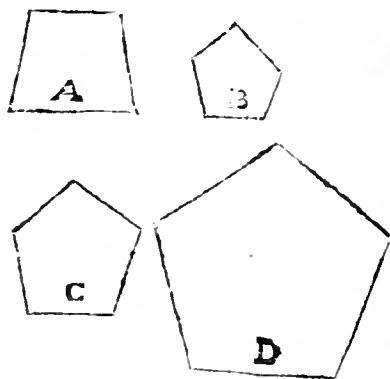
§. X.

Vsus propof. 25 in constituendis rectilineis proportionalibus.

QUæ exercimus pro Tyronibus in Apiar. 3 Prog. 10. Proposit. 7, 3, 9, hic paullo aliter, & in eadem figuræ similitudine breuiter expediemus.

PROBLEMA V.

Datis duobus rectilineis tertium proportionale constituere in eadem figurarum similitudine.

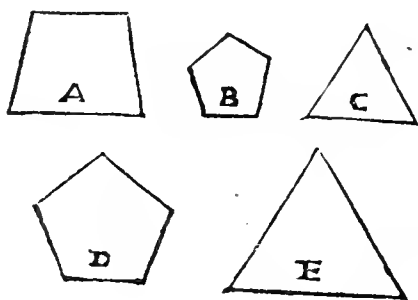


Sint data duo rectilinea A, B dissimilis figuræ, quibus tertium proportionale sit adiungendum ita, ut tria rectilinea sint in eadem figuræ similitudine proportionalia. Alterutrum datorum, verbi gr. A, vertatur, per hanc 25, in sibi æquale C, simile verò alteri dato B, & rectis lineis C, B innentia tertiâ proportionali D, superque ea excitato rectilineo D simili ipsis B, C, erit D tertium proportionale, per 22 huius.

§. XI.

PROBLEMA VI.

Tribus datis rectilineis quantum proportionale
constituere ita, ut bina saltem sint similia.



D Atque sint tria
rectilinea
dissimilium
omnia figu-
rarum A, B, C, quibus
quantum proportionale
sit constituendum, ita
ut saltem bina in eadē
proportionem sint simi-
lia. Per hanc 25, fiat D
æquale ipsi A, & simile
ipsi B. Tum tribus re-

ctis lineis D, B, C quarta proportionalis E inveniatur ut D ad B, sic
sit ipsa C ad quartam E; super quā constituto rectilineo E simili ipsi
C, erunt per 22 huius, quatuor rectilinea D, B, C, E proportionalia, ac
bina similia D, B, & C, E. &c.

§ XII.

PROBLEMA VII.

Duobus datis rectilineis medium proportionale
(aliter, quam ad antec. prop. 24) interiungere
in eadem figuræ omnium similitudine.

Quod



*Q*uod ad prop. antec.
24 aliter exercui-
mus, hic etiā exer-
cemus pro institu-

ta inuentione rectilinearum
proportionalium cum vsu huius
25 propos.

Data sint rectilinea dissi-
milium figurarum *A*, *B*, qui-
bus interueniendum sit mediū
proportionale cum eadem om-

nium figurarum similitudine. Vertatur alterutrum duorum *A* in sibi aqua-
le *C*, simile verò, similiterque positum ipsi *B*, & inter duas *C*, *B* in-
uentū mediū proportionali *D*, super eāque excitato rectilineo simi-
li, similiterque posito ipsis *C*, *B*, erit rectilineum *D* medium propor-
tionale. &c.

§ XIII.

SCHOLION VI.

Curuilinea proportionalia constituere.

Ad similem modum eius, quem habes in antecedentibus inuē-
tionibus rectilinearum constituendorum inter se proportio-
nalium, licebit etiam curuilineas figuras, ver. gra. circulos,
ellipses, radiatas figuras, &c. inter se, atque etiam
cum rectilineis proportionales constituere. Habes enim in anteceden-
tibus quemadmodum transformari possint in equalia rectilinea circu-
li, ellipses, radiatæ figuræ, &c. E quarum transformationibus, licet
etiam proportionales inter eas constituere, ut nuper vidisti in rectili-
neis proportionalibus constitutis. Ideo exerce tu, mi Tyro, ingenium
geometricum iuxta exempla à nobis prolata, ne nos nimis videamur
in singulis persequendis, & exequendis.

§ XIV.

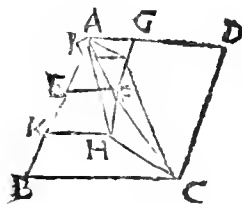
SCHOLIION VII.

**De auctioribus, imminutionibus, diuisionibus
planarum figurarum, seruata earum simi-
litudine.**

Pertinet ad 20 propof. huius (habesque ibi exempla à nobis) fi-
guras augere, imminuere, diuidere ad lubitas proportionēs,
feruata figura ſimilitudine. Quorum problematum operatio-
nes, ac praxes, quia ſatis abſoluuntur è 20, nec egent, vt ali-
qui arbitrantur, hac 2, ideo ad 20 te reuoluo, mi Tyro, atque hinc
interim ad alia progredior.

Propoſ. XXVI. Theor. XIX.

*Si à parallelogrammo parallelogrammum au-
feratur ſimile toti, ſimiliterque poſitum, cõ-
munem ipſi habens angulum, circa eandem
diametrum eſt toti.*



A Parallelogrammo ABCD au-
feratur parallelogrammũ AF
ſimile toti ABCD, & ſimiliter
poſitum, communem angulum DAB
cum ipſo habens. Dico ABCD circa
eandem diametrum eſſe ipſi AF. Si nõ,
ſit ipſorum diametrus AHC, & ducatur
per H vtrique AD, BC parallela HK. Cum ergo ABCD
circa

circa eandem diametrum sit ipsi KG;^a erit ABCD ipsi KG fi-
mille. Est ergo vt DA ad AB, ita GA ad AK: est autem pro-
pter similitudinem ipsorum ABCD, EG, vt DA ad AB, ita
GA ad AE. ergo vt ^b GA ad AE, ita GA ad AK; habet ergo
GA ad vtamque AK, AE ^c eandem proportionem; æqualis
ergo est AE ipsi AK, minor maiori, quod fieri nequit. Non
ergo ABCD circa eandem diametrum est ipsi AH. Circa ean-
dem ergo diametrum est ipsi AF. Si ergo a parallelogrammo,
&c. Quod oportuit demonstrare.

^a propo.
14.6.

^b propo.
11.5.

^c propo.
9.5.

§I.

SCHOLION.

Apparet experientibus quid sit elementares demonstrationes
condere iuxta conditiones, quas requirit, & meritò laudat
Proclus in elementari philosopho Geometrico, scilicet co-
nunctam cum perspicuitate breuitatem, habentes; apparet
etiā Euclidis prudentia geometrica, quòd cum videret prop. 26 huius
probari facile non posse demonstratione ostensiuā sine molestis prolix-
itatibus alienis a breuitate elementari, & importunis Tyronis inge-
nio, maluit, ommissa ostentatione ingenij, breuiter ab absurdo confir-
mare, & expedire hanc 26 propositionem; quam sine dubitatione po-
tuisset magnas ille Philosophus Geometra directè, aut ostensiuè, sed
prolixius, demonstrare.

Elemē-
tarium
proposi-
tionum
proprie
breuitas
& per-
spicuitas

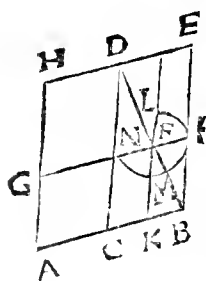
Pruden-
ter Eu-
clides o-
stensiua
demon-
stratio-
nem pro-
positio-
nis 26 o-
misit.



Propof. XXVII. Theor. XX.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, & similiter positis ei quæ a dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.

a propof.
10.1.
† quæ
cuiusque.



Recta AB^a biseccetur in C, & applicetur ad AB rectam † parallelogrammum AD deficiens figura parallelogramma DB, simili, & similiter posita ei, quæ a dimidia ipsius AB descripta est. Dico omnium parallelogrammorum ad AB applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus,

b propof.
44.1.

c propof.
26.6.

d propof.
43.1.

e xx. 1.

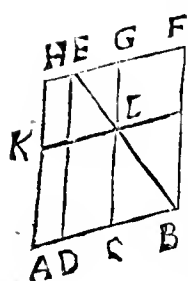
similiterque positis ipsi DB, maximum esse AD.^b Applicetur enim ad rectam AB parallelogrammum AF, deficiens parallelogrammo FB simili similiterque posito ipsi DB. Dico AD maius esse ipso AF. Cum enim DB simile sit ipsi FB, ^c erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diameter DE, & describatur figura.^d Cum ergo ipsi CF æquale sit FE, si commune apponatur FB, ^e erit totum CI toti KE æquale. Sed ipsi CI æquale est CG, cum AC, CB æquales sint; ergo & GC ipsi EK æquale est. Commune CF apponatur; & erit totum AF gnomoni LMN æquale. Quare DB, hoc est AD, quam AF maius est. Omnium ergo parallelogrammorum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Aliter. Sit AB rursus in C biseccata, & applicatum AL,

de-

PROPOSITIO XXVII.

371



deficiens figura LB. Applicetur ad AB parallelogrammum AE deficiens figura EB simili, & similiter posita ipsi LB à dimidia AB descripta. Dico parallelogrammum AL ad dimidiam applicatum maius esse ipso AE. Cum enim EB ipsi LB simile sit, erunt circa eandem diametrum, quæ sit EB, perficiaturque figura. Quia ergo LF ipsi LH æquale est, quod & FG ipsi GH sit equalis; FL, quàm

a propo.
20.6.

EK maius erit: æquale est autem LF ipsi DL: maius ergo est DL quàm EK; commune addatur KD, totum ergo AL toto AE maius est. Quod oportuit demonstrare.

b propo.
43.1.

§. I.

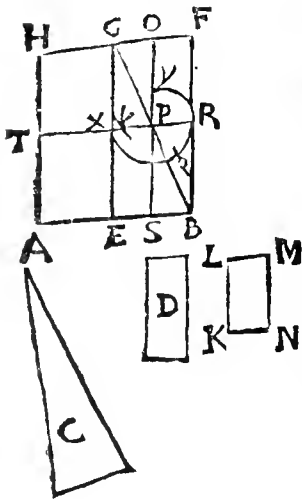
SCHOLION.

Hæc propositio 27 est loco quasi lemmatis pro determinatione, quam requirit Geometricus Philosophus in sequenti Propositione 28. Si enim in hac 27 demonstratur omnium parallelogrammorum ad eandem lineam applicatorum, &c. maximum esse id, quod applicatur ad dimidiam lineam; ergo si ad aliquam lineam sit applicandum aliquod parallelogrammum æquale alicui dato rectilineo, cum conditionibus hic requisitis, deficientiæ, similitudinum, &c. oportebit, ut datum rectilineum non sit maius quàm parallelogrammum, quod applicatur ad dimidiam. &c. Nam si sit datum rectilineum maius quantitate parallelogrammi ad dimidiam lineam applicandi, non est ullum aliud parallelogrammum applicandum, quod possit ex æquari dato rectilineo, quia maximum est quod ad dimidiam applicatur, ac proinde dato rectilineo excedenti parallelogrammum ad dimidiam non erit locus in propositione sequenti, in qua dato rectilineo constituitur ad datam rectam lineam parallelogrammum æquale, &c. cum cæteris conditionibus ibi requisitis. Hæc nos præmittenda, & deducenda censuimus ex hac 27 ante 28, ne Tyrioni quasi ex improviso tenebris offundat determinatio a Geometra requisita in sequenti 28. Cuius determinationis hinc deductio, & ratio allata, atque explicata sunt.

Ratio
determi-
nationis,
quæ
requirit
Euclides
in hac
27 pro-
positione

Propof. XXVIII. Probl. VIII.

Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ sit similis alteri datæ. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiâ applicatur, similibus existentibus defectibus, & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.



a propof.
10.1.
b propof.
13.6.

SIt recta data AB; rectilineum datum, cui oporteat æquale applicare, sit C, non maius existens eo quod ad dimidiam applicatum est, similibus existentibus defectibus. Cui autem oportet simile deficere sit D. Oportet ergo ad AB rectilineo C æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma simili ipsi D. a Bifecetur AB in E & b describatur super EB ipsi D simile, similiterque positum EBFG, compleaturq; AG parallelogrammum:

quod ipsi C aut æquale est, aut maius ob determinationem. Si æquale, factum est quod iubebatur; applicatum enim est ad AB rectilineo C æquale parallelogrammum AG deficiens figura parallelogramma GB simili ipsi D. Si verò HE maius est quam C; erit & GB maius, cum GB ipsi HE sit æquale. Excessui autem, quo GB excedit C, c fiat æquale k LMN, simile similiterque positum ipsi D. Et cum D simile

c propof.
25.6.

simile sit ipsi GB, erit & KM ipsi GB simile. sit linea KL ipsi GE, & LM ipsi GF homologa; quia ergo GB æquale est ipsis C, & KM; erit GB, quā KM maius; erit ergo & GE linea maior, quā KL, & GF, quā LM. ^d Fiat ipsi KL æqualis GX, ipsi LM ipsa GO, compleaturque parallelogrammum XGOP, quod erit æquale, & simile ipsi KM; sed KM ipsi GB simile est; ^e erit ergo & GP ipsi GB simile: ^f sunt ergo GP, GB circa eandem diametrum; quæ sit G-PB, & describatur figura. Cum itaque GB æquale sit ipsis C, KM, & GP ipsi KM, erit reliquus Y gnomon ipsi C æqualis, ^g cumq; OR ipsi XS sit æquale, si commune PB addatur, erit h totum OB toti XB æquale. sed XB ipsi TE est; æquale, quod AE, EB sint æquales; est ergo & TE ipsi OB æquale; si commune XS addatur, erit totum TS gnomoni Y æquale. Sed gnomon ipsi C ostensus est æqualis: ^k est ergo TS ipsi C æquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrammum TS applicatum est deficiens figura PB simili ipsi D, cum PB ipsi GP simile sit. Quod oportuit facere.

d *propof.*
3.1.

e *propof.*
21.6.

f *propof.*
26.6.

g *propof.*
43.1.

h *ax.* 2.
1 *propof.*
36.1.

k *ax.* 1.

SCHOLION I.

Quando applicatio elliptica, siue cum deficientia, &c. facienda est ita, ut deficiens figura sit quadrata, tunc facilius est operatio huius 28 propositionis; & expeditum modum habebis à nobis inferius in §§ sequentibus ad hanc 28.

§. I.

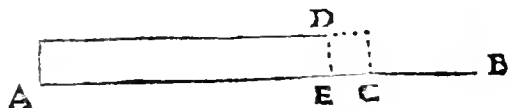
V S V S *prop. 28 in problemate pulcher-*
rime. Quod est —

— Datam rectam lineam in tres partes propor-
tionales diuidere. Opportet autem in prima

AAA 2

diui-

diuisione per inæqualia segmentum maius
esse maius duplo minoris segmenti.



S It data re-
cta AB i-
ta in tres
partes di-
uidenda, ut tria
eius segmenta

sint in continua inter se proportionē. Fiat prima sectio in C ita, ut seg-
mentum maius AC sit maius duplo segmenti minoris CE. Et ut ad seg-
mentum maius AC applicetur parallelogrammum AD aequale qua-
drato segmenti minoris CB, & deficiens figurā quadrata DC, iuxta
usum huius 28 propos. Eucl. Dico tria segmenta AE, CB, EC esse in
eādem inter se proportionē. Demonstratio facilis, ac breuiter patet ex
17 propos. huius. Quoniam enim, per constructionem, rectangulum
AD est aequale quadrato ex CB, erunt, per 17, rectæ AE, CB, ED in-
ter se proportionales. At in quadrato DC ipsi ED est aequalis ipsa EC,
ergo & tres AE, CB, EC sunt inter se proportionales. Quod erat
faciendum.

§. II.

SCHOLION II.

Cur in præced. probl. § 1 determinatio sit de se-
gmento maiore in prima diuisione, quod sit
maius duplo segmenti minoris.

Ratio eius determinationis est ex propositione apud Com-
mandinum, quæ quasi corollarium est ex 25 propositione
libri 5. Si tres magnitudines fuerint proportionales, ma-
xima ipsarum, & minima, quam dupla reliquæ, maiores
erunt.

Cum

Cum igitur facta prima sectione ipsius AB in C , in segmento maiore AC facienda sit secunda sectio in E , ita ut AE, EC sint duæ extre-
mæ trium proportionalium, idest maximum segmentum sit AE , mi-
nimum EC , & medium proportionale CB , necesse est segmentum AC
constans ex maximo, & minimo segmentis conficere lineam, quæ sit
maior duplâ ipsius CB ; alioquin non essent tres proportionales $AE, C-$
 B, EC , per demonstrata ex 25 propos. lib. 5.

§. III.

SCHOLION III.

Amplitudo præcedentis problematis in § 1. De
problematis apud Geometras Inordinatis.
Et facta sectione datæ in tres partes proportio-
nales, scire in qua proportionem sint ex partes.

1 **Q**uoniam, facta primâ sectione iuxta determinationem in
antecedentibus indicatam, & demonstratam, velut in C ,
fieri possunt in infinitis punctis inter CB , & inter CA sec-
tiones, & applicationes ellipticæ numero infinitæ, ideo
amplissimum est problema, & ex eorum genere, quæ antiqui Geometri-
ci & philosophi appellabant Inordinata. Fuerunt enim, ac sunt (ut as-
firmabat Amphinomus apud Proclum) problematum tria genera, Tria
genera
proble-
matum,
ordina-
ta, me-
dia, inor-
dinata.
Ac quæ
singula.
(præter alias diuisiones) Ordinata, quæ simplici, ac unico modo ab-
solvuntur. Media, quæ non vno, sed pluribus numero determinatis mo-
dis peraguntur. Inordinata quæ numero infinitis modis fieri possunt.
Quale hoc de diuisione rectæ in tres partes proportionales. Pro varia
eum in infinitum sectione inter maius segmentum (maius duplo mi-
noris) & minus variæ in infinitum proportionem trium partium esse
possunt. Relege § 19 ad propos. 1. in tomo 1 huius Aerarj.

2 Scire verò si lubeat quam proportionem habeant inter se partes
illæ tres in lineâ proportionaliter sectâ, habes modos à nobis in ante-
cedentibus huius 2 tomi. Vide in primis § 6 ad primam propos. hu-
ius libri 6. Elementaris.

§ IV.

COROLLARIUM.

Ex datà rectà lineà triangulum laterum proportionalium construere.

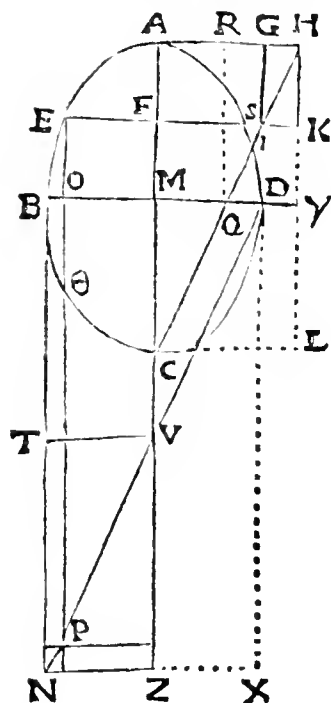
VT vsus aliquem habeas antecedentis problematis, en propositum hic problema, iuxta inscriptionem huius corollarij, absolvitur diuisà datà rectà in tres partes proportionales, & acceptà minimà EC probasi, centris E, C, intervallis EA, CB, ubi se mutuo secabunt duſti gemini arcus, ibi erit vertex triaguli constructi ex tribus lateribus proportionalibus. &c. iuxta propos. 2. lib. 1, & praxim ad primam propositionem scaleni construendi super datà. &c.

§. V.

Vsus 28 prop. in Conicis ad eximios effectus.

De Geometrica applicatione cum deficientia, quæ Græcis ἐλλειψις. Id nomen inditum conicæ sectioni ab vsu huius prop. 28 Eucl.

APollonius Pergæus lib 1 Conicorum propos. 13 demonstrat, si fiat sectio Coni obliqua per utrumque Coni latus (quæ tamen non sit vel circulus, vel subcontraria, idest quæ nec sit parallela basi coni, nec auferat conum, seu potius partem trianguli facti a sectione coni per axem, similem totali triangulo factò à sectione coni iuxta axem) fieri figuram, qualis A ECD, quæ habet hanc proprietatem, vt, duſtis diametris maiori AC, minori ED seu M mutuo bisariantibus, & inuenta ipsis diametris minore tertià proportionali AH, & iunctà CH, qualibet recta diametro BD



BD æquidistans, & à lateribus figuræ ad diametrum aucta, (ut alterutra EF, FS æquidistans minori diametro BD, ducta ab alteratro latere AEB, ASD figuræ AEBGD, ad alteram diametrum maiorem AC, in F) potest spatium (velut quadratum ex EF) æquale rectangulo sub AF, FI, quod adiacet ipsi AH perpendiculari in A, & deficit figura GK, quæ similis est figuræ AL sub HA, AC; & propter eam deficientiam rectanguli AI applicati ad AH vocat Apollonijs figuram ABCD deficientem, siue gracè ἑλλειψις, cuius rectæ ad axem ordinatim actæ, ut vocat, possunt rectangulum prædicto modo deficientem. Sic Quadratum MD, vel BM, est æquale rectangulo AQ, quod deficit figurâ KY, &c.

Ac quod factum est circa diametrum maiorem AC, potest fieri etiam circa minorem BD, inuenta 3 proport. mai. BN. Nam EO æquidistans diametro AC potest spatium æquale rectangulo sub BO, OP adiacens rectæ BN, ac deficient figura NP simili figuræ BX sub DB, BN. Sic alterutra AM, MC potest rectangulum BV deficient figurâ TZ, &c.

Quare vides, mi Tyro, sectioni conicæ ellipticæ nomen inditum ab usu huius 28 propositionis.

§. VI.

PRAXIS GEOMETRICA, —

— Datis ellipseos diametris, latus rectum, siue lineam inueniendi, ad quam faciendâ est applicatio cum deficientia, &c.

Ex

figura similis, &c. quæcumque applicata ad axem, siue diametrum AC, propterea est AH rectum latus ellipseos, iuxta ea, quæ requiruntur in conicis.

In modum similem respectu diametri minoris BD, erit BN latus rectum, siue linea applicationum cum deficientia, siue iuxta quam poterunt applicata ad BD, ut sunt EO, Oθ, &c. quarum utrumlibet quadratum erit æquale rectangulo BP applicato ad BN, & deficientie figura NP simili figurae BX. &c.

§. VII.

Aliter 2.

Datis ellipticos vtraque diametro, latus rectum, siue lineam applicationis cum deficientia inuenire.

SE decussent, ac bisarient data diametri AC, BD ellipseos descriptæ, vel non descriptæ; inueniatur ipsis AC, BD tertia proportionalis, siue maior BN, siue minor AH, eritque alterutra latus rectum respectu vel maioris diametri AC, vel minoris BD. Demonstratio est ex prop. 15 lib. 1. Apollonij, & ex additis ab Eutocio ad propof. 16. Atque in primis ex demonstratione Commandini ad propof. 16. lib. 1. Sereni de ellipti, e sectione obliqua etiam Cilindri. Serenus in cit. prop. 16, atque etiam in 17 idem cum Apollonio probat de ellipti in Cilindro. Est enim alterutra diameter media proportionalis inter alteram diametrum, & inter latus rectum. BD est media proportionalis inter AC, AH. CA verò est media proportionalis inter DB, BN. Ergo inuenta alterutra tertia proportionalis BN, vel AH sunt latera recta, siue linea applicationis cum deficientia. &c.

COROLLARIUM.

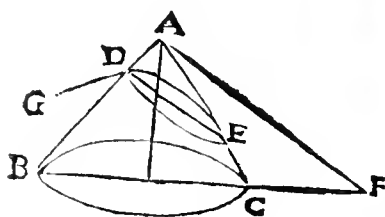
De duabus intermedijs proportionalibus.

Habes inter AH, BN duas medias proportionales AC, BD, &c. & quatuor continuè proportionales BN, CA, BD, AH.

§. VIII.

Aliter 3.

Data diametro maiore, siue transfuersà ellipsis in cono, siue in triangulo e sectione coni secundùm axem, inuenire latus rectum, siue lineam applicationis cum deficientia, &c.



Sit pro cono triägulum ABC factum a plano secante conum iuxta axem, & sit elliptica obliqua sectionis latus transfuersum, siue maior diameter DE . Educatur ex A diametro DE parallela AF , occurrens basi BC productæ in F , fiatque ut quadratum AF

ad rectangulum sub BF , FC , ita DE ad quartam proportionalem DG , eritque DG latus rectum, siue linea applicationis ellipticæ, hoc est cū deficientia figura similis figura sub lateribus recto DG , & transfuerso DE . Quod demonstrat Apollonius prop. 13, lib. 1 Conic.

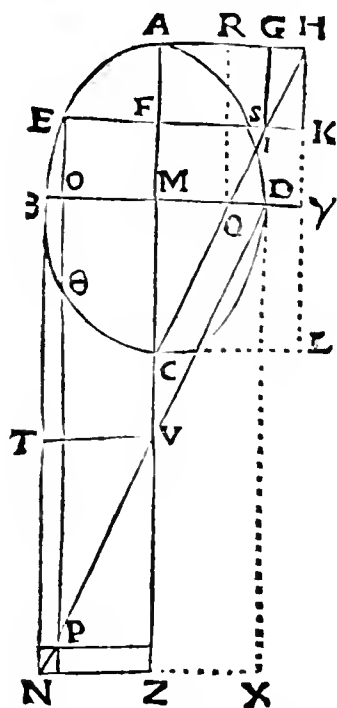
Ad facilitandam verò praxim, quam hic querimus, & usurpabimus etiam in sequentibus pro usu 28 huius propos. Euclid. (ideo demonstrationes hic aliqua supponuntur suis in locis iuxta morem praxion, ut non semel dictum, & exemplis ostensum est in to. 1 huius Aetarij) prætere problemate nostro ad prop. 20 huius, § 5, ubi habes: Ut rectæ lineæ ad rectilineum, sic rectam ad rectam efficere; præsertim translato rectangulo in quadratum.

§ IX.

Vsus 28 prop. in elliptica, siue deficiente applicatione, &c.

Quasi

Quasi corollarij loco deducitur ex antecedentibus problematibus hoc hic à nobis propositum ad exercitationem Geometricam Tyronum in usu huius 28 prop. Eucl. Itaque iuxta eam. Ad datam, siue inuentam prædictis modis re-



ctam lineam AH dato rectilineo; idest quadrato ex EF æquale parallelogrammum AI applicare deficiens figura parallelogramma GK, quæ sit similis alteri AL. Quod problema expeditur facilius, quàm Euclides hanc 28 propof. iuxta primum nostrum modum antecedentem inueniendi lateris recti ex proprietate ordinatum applicatarum ad axes, à qua nomen inditum ellipticæ figura. Nam inuenitur, & educitur parallela ipsi AG tertia proportionalis FI ipsis AF, FE. & iungitur CH, productisque ex I, & H rectis IG, IK, HL oppositè ad AH, & inter se parallelis, applicatum est ad rectam AH quadrato ex EF æquale rectangulū AI deficiens figura GK simili ipsi

AL, iuxta indicata in antecedentibus. Ac solutum est propositum & problema ellipticum ex usu propositionis huius 28 de applicatione elliptica, siue deficiente. &c.

§. X.

P R A X I S G E O M E T R I C A, —

Datis diametro, & lineà applicationis deficiente, siue latere recto, describendi Ellipticam figuram per puncta, ex antecedentibus.

Etiam sine latere recto, data sit utralibet diameter AC . Sumatur in eà quolibet (quò crebriora, & sibi ipsis proximiora, ed melius) puncta F, M . Per quæ ad rectos (exempli gratia) ducantur EF, BM , fiatq; ut rectangulum interceptum inter vertices A, C transverso lateris AC , & inter puncta in diametro sumpta, nempe ut rectangulum sub AF, FC ad rectangulum sub AM, MC , ita quadratum ex EF ad quadratum ex BM ; erunt E, B in ellipsi, per 21 prop. lib. 1. Con.

§ XII.

Aliter 3.

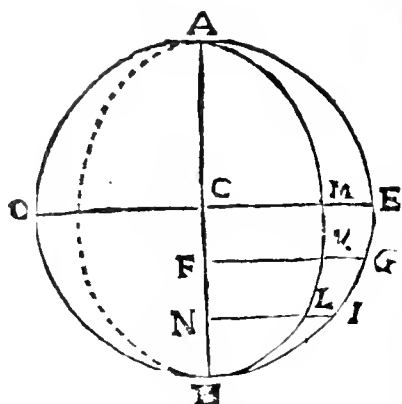
Datis diametro, & latere recto, ellipsim describere.

Datis utralibet diametro AC , & latere recto AH , signentur crebra puncta F, M in diametro AC , per quæ ducantur FE, MB , fiatque ut diameter AC ad rectum latus AH , ita rectangulum sub AF, FC ad quadratum FE , itemque ut AC ad AH , ita AMC ad quadratum MB , erunt E, B in ellipsi, per eandem 21 propof. Apollon. qua utitur etiam Serenus in prop. 18 lib. 1. de ellipsi cylindrica, & in seq. 19 oculis ipsis ostendat ellipsim è communi sectione obliqua Cilindri cono inclusi. Habes verò ad facilitatem praxis à vobis ad propof. 20 huius, § 5, modum faciendi ut sit rectilineum ad simile rectilineum, quemadmodum linea ad lineam.

§ XIII.

Aliter 4.

Data diametro maiore, describere ellipsim.



Sit data AB pro diametro maiore describenda ellipsis. Bifarietur in C , quo centro, & intervallo utrolibet CA describatur circulus $AEBD$, ducaturque ad angulos rectos per C altera circuli diameter DE , cui parallela agantur (quo crebriores eo melius) à diametri AB punctis F, N , ad circumferentiam rectæ FG, NI , sumptoque arbitrario puncto M in semidia-

metro CE magis, vel minus distante à C , prout maior, vel minor secunda ellipsis diameter lubita fuerit. Fiatque ut CE ad FG , ita CM ad FK , ut FG ad NI , ita FK ad NI , ac deinceps per inventionem quartæ proportionalis fiat progressio versus B , erunt M, K, L in ellipsi, & per ea ducta leniter curvata erit ellipsis.

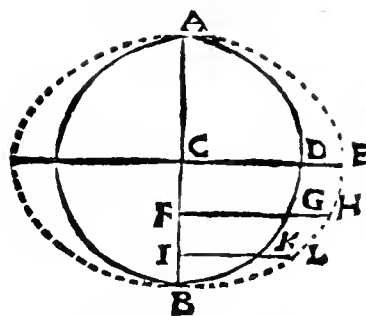
Demonstratio huius praxis facilis, ac brevis supponit tamen & ipsa 21 propos. citatam lib. 1. Con. Quoniam enim per constructionem, ut CE ad FG , ita CM ad FK , ergo, per 22 huius, erant ut quadratum ex CE ad quadratum ex FG , ita quadratum ex CM ad quadratum ex FK . Sunt autem per 13 huius, CE, FG medix proportionales inter AC, CB, AF, FB ; ergo, per 17 huius, quadratum ex CE æquale est rectangulo (sive quadrato propter æquales semidiametros) sub AC, CB , & quadratum ex FG æquale rectangulo sub AF, FB , ergo erit etiam ut rectangulum AC, CB ad rectangulum AF, FB , ita quadratum ex CM ad quadratum ex FK , ergo per 21 propos. lib. 1. Con. puncta M, K sunt in ellipsi. Porique modo demonstrabitur de L , ac alijs ex constructione per quartas proportionales inventis.

§ XIV.

Aliter §.

Data diametro minore, ellipsim describere.

In



In antecedenti problemate ℓ ellipsim intra circulum, in hoc circa circulum describemus. Sit data minor diameter AB describenda Ellipseos. Vt in antecedenti problemate, describatur circa datam diametrum circulus, & ad rectos ex C producatur semidiameter CD quantum libitum fuerit in E , pro de-

terminatione maioris diametri elliptica. Ad AB agantur ordinatim à circumferentia FG, IK . Fiat vt $(D$ ad $C)$ ita FG ad quartam FH , & vt F ad H , ita IK ad IL , erunt E, H, L , & c. in ellipsi Quod demonstrare licet vt in antecedenti. Nam sunt quatuor lineæ proportionales CD, CE, FG, FH , & ipsarum quadrata proportionalia Vt quadratum CE ad quadratum FH , ita quadratum D ad quadratum FG et CD est aequale rectangulo ACE , & FG rectangulo AFB ; ergo vt quadratum CE ad quadratum FH , ita rectangulum ACB ad rectangulum AFB . Quæ est proprietas in ellipsi applicatarum. & c. ex Apollon.

§ XV.

COROLLARIA.

1 Vides quemadmodum ope circuli describatur ellipsis; & ellipsim esse (iuxta suum nomen) deficientem a circulo ex minore ellipsis diametro, esse excedentem circulum ex maiore diametro.

2 Vides deficientias, & excedentias illas esse proportionales, & in alterâ figurâ ordinatim actas in circulo ipsas CE, FG , & proportionaliter secari ab ellipsi in punctis M, K, L , in altera ordinatim actas in ellipsi ipsas CE, FH, IL proportionaliter secari a circulo in D, G, E .

§XVI.

SCHOLION IV.

Compendiū pro operationibus antecedētibz.

AD facilitatem praxegⁿ antecedentium satis est modis prædictis describere vnam quartam partem ver. gra. EB. Nam ad eiusdem præscriptum decurrabuntur rectæ applicatæ ad axem AC, vs per earum terminos deducantur reliquæ quarta sectionis ellipticæ.

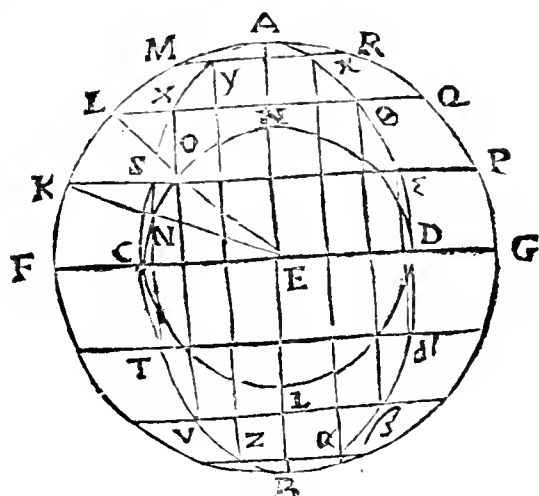
§XVII.

Aliter 6, ac Praxis —

— Facillimè per mutuas sectiones rectarum ellipticarum describendi, vnà cum indicata demonstratione.

VT magis, ac magis Tyronum facilitati consulamus, lubet hic apponere praxim, qua, sine cognitione, ac vsu vel lateris recti, vel proportionalium linearum, per mutuas sectiones linearum vtrique diametro describendæ elliptis parallelarum facillima fit, & ingeniosissima, nec admodum vulgata descriptio ellipseos. Est ea praxis Corollarium apud Commandinum in libro de Horologiorum descriptione post aliqua demonstrata, de quibus nos hic inferius post praxim.

Accipe vel datas, vel tibi ad libitum singe pro vtraque diametro elliptis rectas AB, CD, quas ad rectos, & bifariatas iunge in E. Quo centro, & intervallo vtriusque semidiametri describe geminos circulos, maiorem AGLF, minorem HDIC. Diuiso maiore circulo in quotlibet partes æquales in K, L, M, &c. ad ea diuisionum puncta, & ad cen-



centrum E iunge regulam (pro qua stant recta EK, EL) & ubi ea secabit minorem circulum fiant puncta N, O, & c. eruntque uterque circulus proportionaliter diuisi. Per puncta diuisionum maioris circuli ducantur diametro minori CD parallela KP, LQ, MR, & c. per puncta verò diuisionum minoris circuli ducatur diametro maiori parallela ST, XV, YZ occurrentes parallelis minori diametro in punctis Z, V, T, S, X, Y, parique ratione ex altera parte in α , β , γ , δ , ϵ . Quæ omnia puncta si cum A, & B leniter curuata linea iungantur, erit descripta ellipsis, qualem in figura vides lineatam A θ D β B V C X A.

Cuius facillima, atque ingeniosissima praxis demonstratio pendet ab obliuatione circuli æqualis ipsi AGBF, & secantis communi diametro, & sectione AB planum AGB. Dum enim circulus circa cōmune di ametrum AB obliquatur, perpendiculares ab utraque obliqua semiperipheria partim demissa, partim erectæ in planum AGBF signant puncta obliquati circuli in ellipsem ibi, ubi communes, ac mutua fiunt sectiones planorum traductorum perpendiculariter per diuisiones vtriusque circuli tam obliqui, quam ipsius in plano non obliqui AGBF.

Hæc medulla est gemini theoremat, geminaque demonstrationis apud Commandinum, à quibus pendet, ac prodit praxis hic apposita. Supponunt eæ demōstrationes aliqua e lib. 1. 1. elem. Eucl. ac vtuntur & ipsæ prop. 2. 1. lib. 1. Con. Eas vide apud Commandinum lib. cit. de Horolog.

C c c

Hic,

Hic, ne interim Tyrones implicemus, omittimus, ubi praxen in primis quærimus. Cum Tyro librum I didicerit, poterit scientificè eas demonstrationes percipere, præsertim iam a nobis instructus brevissimo earum compendio, quod hic præmissus.

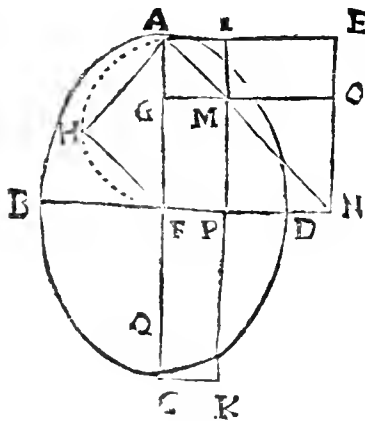
§. XVIII.

Vfus propof. 28 pro inuentione geometricà gemini puncti ex applicatione, fiue comparatione in ellipfis maiore axe, ad eorum punctorum vfus præclaros.

Punctum est quoddam, ac geminum in axe maiore ellipsis, à quo-
rum punctorum inuentione mira promanant ad vstiones, illu-
minationes, auditiones, ellipsis ipsius descriptiones, vt habes
aliqua exempla apud nos in *Apiar. 10 Progym. 2.* Vocant co-
nici Philosophi ea puncta ex comparatione, quia inueniuntur ex usu
huius 28 prop. qua (vt nos mox) docetur: Comparare ad axem ma-
iorem ellipsis rectangulum æquale quartæ parti figuræ sub latere
recto, & diametro transuersa deficiens figura quadrata.

Itaque ad ellipsis $ABCD$ axem maiorem, siue latus, ut vocant conici, transversum AC sit comparandum, siue applicandum rectangulum aequale quartæ parti figuræ rectangulæ sub lateribus transverso AC , & recto AE , deficiens quadrato. Quoniam diameter minor ED , iuxta indicata in antecedentibus ex Apollonio, est media proportionalis inter CA , AE , erit quadratum ex BD aequale rectangulo sub CA , AE , per 17 huius. Igitur quadratum ex alterutra dimidia ipsius BD , seu FD , erit quarta pars figuræ sub CA , AE , ex

20 huius. Super ipsius CA dimidio FA describatur semicirculus A -
 NF .



HF, atque in eo aptetur *AH* equalis ipsi *FD*, quæ eam sit dimidia totius *ED*, quæ minor est tota *AC*, erit eadem *FD* minor dimidia totius *AC*, id est ipsa *AF*, ac proinde poterit aptari in semicirculo *AHF*. Iungatur *HF*, cuius intervallo, ac centro *F* fiat sectio in *G*, quod erit punctum applicationis, siue compartitionis cum deficientia, &c. Centro *A*, intervallo *AG* fiat sectio in *I*, & ductis ex *I*, & *G* parallelis ipsis *AG*, *AI*, compleantur rectangula *GI*, *AK*. Dico *GK* applicatum ad *AC* & esse æquale quartæ parti figuræ sub *CAE*, & deficere figura *GI* quadratâ.

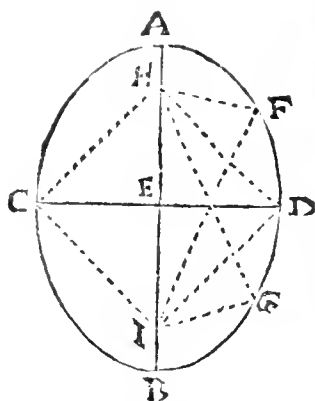
Ducatur enim diameter *AM*, fiatque quadratum ex *AF*, quod sit *FE*; quoniam parallelogrammum *GI*, ex constructione laterum æqualium *GA*, *AI*, quadratum est, hoc est simile, similiterque positum, & communem angulum habens *A* cum quadrato *FE*, ergo erunt circa eandem diametrum *AM* productam in *N*, per 26 huius. Productâ *GM* in *O*, erit circa eandem diametrum *AN* & ipsum *PO* quadratæ, per 24 huius.

Iam vero gnomoni *PGIO* æquale est rectangulum *GK*; est enim rectanguli *CI* dimidium, ex constructione, *CP* æquale dimidio *FI*; & *FM*, per 43 primi; est æquale ipsi *ME*; ergo totum rectangulum *CM* toti gnomoni æquale; est autem eidem gnomoni æquale quadratum ex *AH* (per ea quæ demonstrata à nobis habes ad 47 primi, ubi gnomonem dupliciter quadramus) hoc est, ex antecedentibus, quarta pars rectanguli *CAE*, ergo eidem ex *AH*, siue figuræ quartæ partis ex *CAE*, æquale est rectangulum *CM*, deficiens figura quadrata, &c. Quod oportuit applicare ad axem, siue ad diametrum transversam, siue maiorem, *AC* ellipsis *ABCD*, ut inueniretur *G* punctum applicationis, siue comparationis deficientis. &c.

Pari ratione fiet applicatio, seu comparatio ad eandem *AC* pro puncto *Q*, eruntque inuenta duo *G*, *Q* puncta ex comparatione, siue applicatione in ellipsis maiore diametro.

§. XIX.

Altera praxis geometrica inueniendi è adẽ gemina puncta applicationis in maiore diametro ellipsis.



Datis utraq; diametro maiore AB , minore CD ellipsis $ACBD$ sc in E bifariantibus ad angulos rectos, accipiat ex maiori diametro interuallum vtrumlibet dimidium E A , & ex C , vel D fiant sectiones in H , & I sicut autem quoniam CH , CI sunt minores, quàm imaginatæ datæ CA , CB , quæ ob angulos rectos ad E , quibus subiunguntur, sunt maiores ipsis AE , EB , &c. per 19 pri. Erunt H , I gemina puncta applicationis, siue

applicati rectanguli ad AB , vel ex B ad H , vel ex A ad I , deficientis quadrato, & æqualis quartæ parti figuræ sub latere transversæ AB , & latere recto imaginis deducto ex A . Huius praxis demonstratio est ex conuersa propositionis 52 lib. 3. Con. Apollonij. Nam rectæ CH , CI ipsi axi AB æquales, inclinatæ sunt ex punctis H , I ad C in sectione elliptica, ergo puncta H , I sunt ex comparatione, siue applicatione rectanguli. &c.

Propositio Apollonij est: Si in ellipsi ad maiorem axem ex vtraque parte comparetur rectangulum æquale quartæ parti figuræ, deficientisque figura quadrata, & à punctis ex comparatione factis ad sectionem rectæ lineæ inclinentur, ipsi axi æquales erunt. *Conuersa est* Si à sectione inclinentur ad axem maiorem ellipsis rectæ lineæ ipsi axi æquales, puncta inclinationis in axe erunt ex comparatione rectanguli, &c.

§ XX.

SCHOLION V.

Praxis ex punctis applicationis, &c. ellipsim describendi.

Scilicet vel geometricè per varias inclinationes (siue mutuas per arcus sectiones) rectarum æqualium diametro maiori, & eorum

Etarum a punctis comparationum; siue organicè per filum, &c. ut iam vulgatissimum est ex cit. 32 prop. lib. 3. Con. tum apud alios, tum apud nos etiam in Apiar. 10 prog 2 & in to. 1 huius Erarij ad propof. 7. Non sunt hic iterata, sed tantum indicanda quæ alibi fusè sunt explicata. Illuc vise. Vestigium hic habes in IGH, IDH IFH.

§. XXI.

SCHOLION VI.

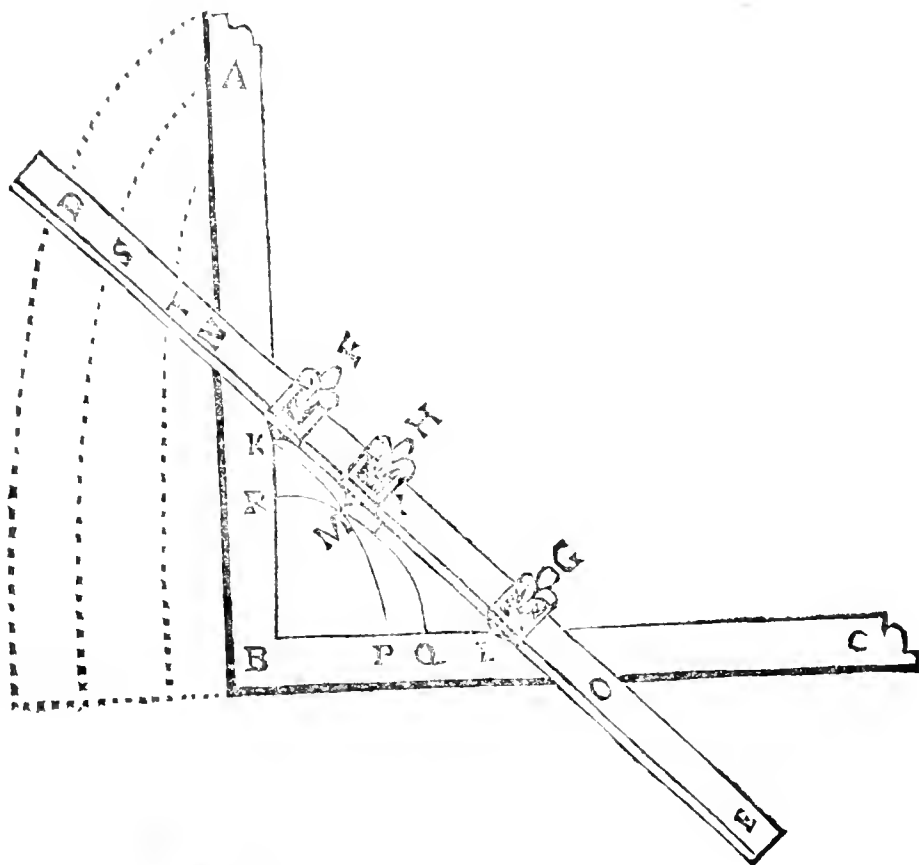
Punctorum applicationis ad axem maiorem
Ellipsis miræ affectiones, ac vsus aliqui tantum indicati.

Nimirum aliqui sunt ex ijs, quos indicatos habes in § 7 ad definitionem de linea in to. 1 huius Erarij. Semel ibi posita nil est necesse hic iterare. Tantum addo miram esse eorum punctorum efficaciam ad illuminationes, & vsiones, auditiones, &c. ut & hic paullo inferius videbis, formato tubo elliptico.

Miræ etiam proprietas eorundem punctorum est, ut ab alterutro quæcumq; incidentia per rectas lineas in latera ellipseos, omnia reflectantur ad alterutrum. Velut ab I incidentes rectæ in G, in D, in F, & in quocumque alia infinita puncta ellipticæ superficiei, omnes reflectuntur ad alterum punctorum applicationis in H. Vide nos in Apiar. 10, & initio progym. 1, & sub finem prog 2. Ostenditur enim fieri in G, D, F, &c. incidentias, & reflexiones per angulos æquales ad contingentes lineas, ac esse omnium incidentium, ac reflexarum breuissimas à punctis illis geminis ad puncta illa gemina applicationis, &c. Unde manant aliquæ praxes in anteced. indicatæ pro descriptione ellipseos. Habes incit. ad definitionem de lineâ, & hic in antecedentibus, in primis in Apiarijs, habes, inquam, quo te cum incunda admiratione ducat (si experiri velis indicata) exercitum hoc problemæ propof. 28.

§. XXII.

Praxis geometricè organica facillimo instrumento describendi ellipticas simul, & circulares lineas, datis earum diametris.



I Conographiam, & usum indico, (non fabricam, & constructionem aplico, quæ se se oculis produnt) instrumenti aptati ad præscriptionem verborum ex Proclo, quæ habes in 1 to. huius Aerarij § 5, & 6, ad definitionem rectæ lineæ. Vides ergo normam ABC,

ABC, & regulam *DE*, in qua duo cursores *FG* cochleolis firmati habent inferius in *K*, & in *L*, claviculos non cuspidatos, sed retusos, ac levatos, ut, radendo latera *AB*, *BC* in motu rectæ *DE* sub recto angulo *ABC*, nusquam offendant in papyro, in qua elliptica linea, vel circularis describuntur. Cursor vero *H* habet inferius graphiolum in *M* describendæ lineæ. Pro unico hic posito graphio in cursore *H* in, si lubet, plures intellige, atque appone, non solum inter *F*, & *G*, sed etiam inter *H* & *D*, & inter *I* & *E*. Ultra præscriptum antiquorum rectam lineam inter *K*, & *L* inclusam sub angulo recto protulimus utrinque etiam extra angulum rectam usque in *D*, & *E*, ut problema hoc habeat lineam rectam fecundiores pluribus ellipticarum linearum descriptionibus intra, & extra angulum rectum ab omnibus punctis rectæ *DE* secundum partem *KL* motæ sub recto angulo *KBL* dum eodem motu describit etiam graphio in medio sui puncto *I* collocato lineam circularem.

Igitur, ad praxim, datis duabus diametris ellipticis describendæ maiore *BK*, minore *BP*, collocatur regula *DE* iuxta normam latus *BC*, & accepta quantitate *BP* minoris axis, & iuxta eius intervallum collocatis, ac firmatis in regula cursoribus *F*, & *H*, itemque ad quantitatem maioris axis *BK* accepto in regula intervallo *ML*, firmetur cursor *G* in *L*. Mox leuæ manus pollice in *B*, & indice in *A* adpressis, dextræ pollice in *G*, indice in *F* adpositis, ita regulam *DE* mouebis sub angulo normæ, ut eodem tempore laticlaviculus *L* latus *BC*, & laticlaviculus *K* latus *BA* radant, elevato indice ab *A* cum regulæ pars *D* per *A* transibit, eritque ab *M* descripta quarta elliptica *PMK*, sub angulo recto *B*, & extra angulum aliæ ellipticæ quartæ à punctis *D*, *S*, *T*, & *C*. & ab alijs inter *OE*.

Pro quarta circulari erit accipienda quantitas diametri, & eius intervallum *KL* in regula bifariandum erit in *I*, ubi graphium collocatum, & firmatum signabit *QMR* quartam circularem.

Similique modo erit operandum circa reliquas tres quartas ellipticas, aptata norma ad angulum rectum axium deinceps, & mota regulæ sub norma recto angulo, &c. iuxta demonstratam antiquorum abolitam mirificam, & facillimam rectæ lineæ sub angulo recto motionem, pro ellipticum descriptionibus continuato ductu peragendis.

Quod in exemplo hic factum est aptando regulam ad minoris diametri dimidium *BP*, & eius intervallum *KI* in regula apponendo intervallum *ML* maioris diametri *BK*, versa vice licebit operari aptando regulam ad maioris diametri alterum dimidium, & apponendo ipsi longitudinem semiaxis minoris, &c.

Huius organice operationis geometricam demonstrationem è con-
sis

*cis vide apud nos in Analectis iam vulgatis ad quartam editionem
vostorum Apiariorum, analecto 8 ad 1. prog. Apiar, 3.*

§ XXIII.

COROLLARIUM

Pro regula vniuersali operatoria.

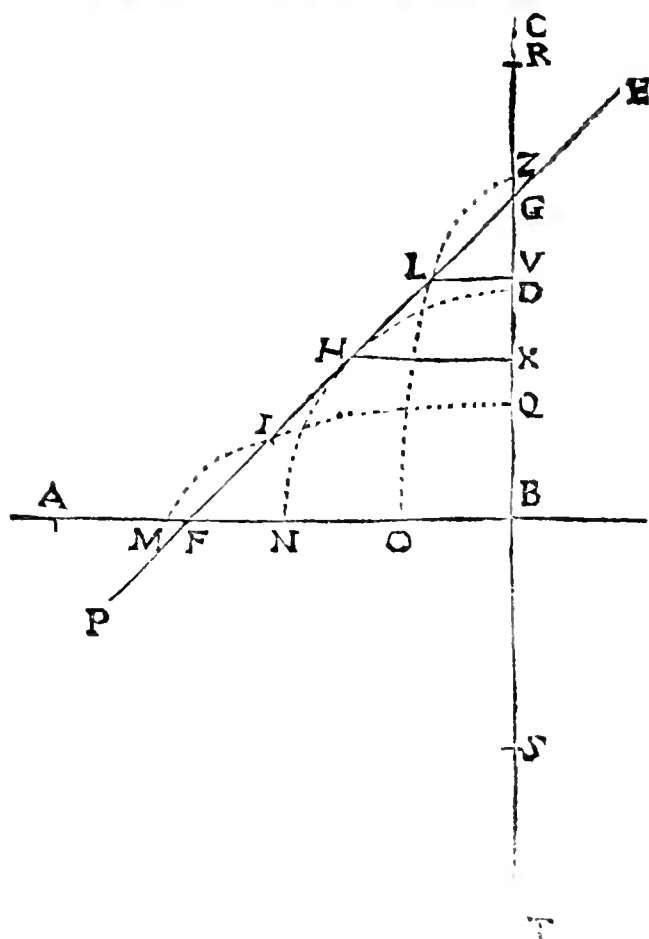
Semidiametri ellipseos, atq; etiam circuli diameter in vnam rectam iunctæ, & sub angulo recto motæ describunt quartas ellipticas, & circulares.

Quod vides in intervallo KL , quod constat e semidiametro minore BP , & maiore EK simul iunctis, & puncto iunctionis M quartam ellipticam describentibus. Pro quarta vero circulari punctum I diametri medium inter K , & L , &c. Vnde prodit regula vniuersalis operatoria: In regula descriptoria diameter circuli recta inæqualibus semidiametris describit quartas ellipticas, æqualibus describit circulares, puncto sectionis moto sub angulo recto. &c. Sine pluribus ambagibus apud eos, quibus arcanum hoc antiquitatis ignotum haecenus extitit. Vnde etiam soluentur facillimo negotio sequentia alia problemata, quæ aliqui alij operosioribus curis distendunt.

§. XXIV.

P O R I S M A.

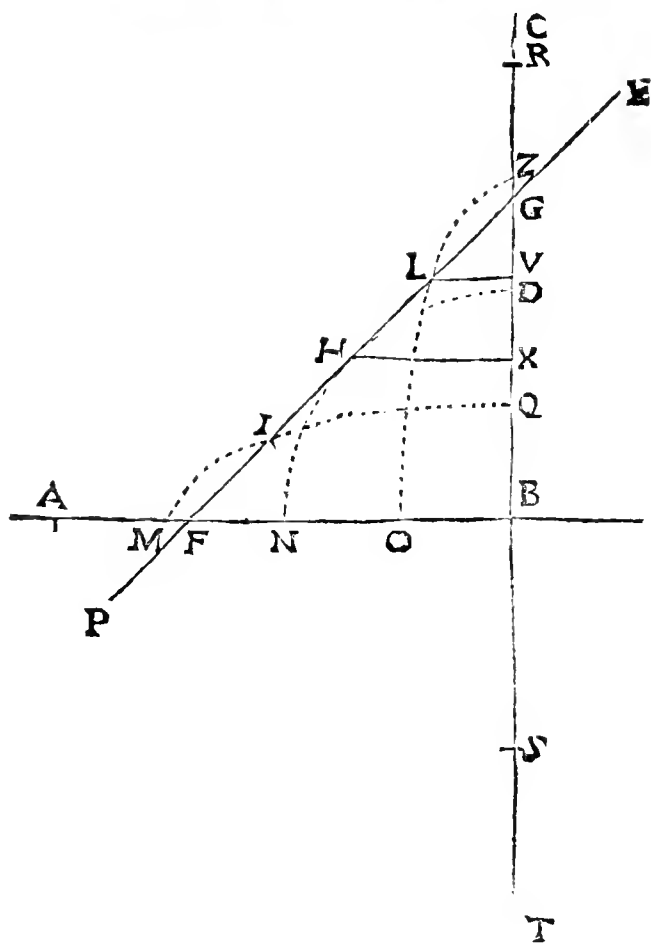
Dato puncto ellipsis nondum descriptæ, ac altera diametrorum, alteram diametrum inuenire.



R Eponatur hic figura § 4 ad definit. linea recta in to. 1 huius
 Aerarij. Finge datam esse diametrum maiorem ZT, & in-
 choatam ellipsis descriptionem pervenisse à Z ad punctum
 L, alteram diametrum minorem facile sic inuenies. Bifa-
 riatà ZT in B, ducatur per B ad angulos rectos indefinita B.A, mox
 intervallo semidiametri maioris ZB, ex puncto L fiat sectio in F, pro-
 ducta FL ultra L aumsecat in G dabit LG semidiametri minoris quã-
 titatem, cuius intervallo facta sectione ex B in O, erit BO semidiamete-
 ter minor, & duplicata diameter minor ellipsis inchoata ex Z ad L.

D d d

Verfa



Verſa vice ſi data ſit minor diameter, ſive ſemidiameter BO, & im-
perfecta ellipſeos quarta ducta, puta ab O ad L, vel ſque maiorem
diameterum non deſignatam inuenire, per B punctum bifurcationis mi-
noris diameteri ducatur ad rectos indefinita BC. Intervallo BO fiat ſe-
ctio ex puncto L in G, producta GL in directum ad partes L, donec ſe-
cet ſemidiameterum minorem productam in F, dabit LF quantitatem
ſemidiameteri maioris, cuius intervallo facta ex B ſectio in Z, dat ſe-
midiameterum maiorem BZ, & duplicata totam diameterum ZT.

Rationes harum operationum patent ex corollario antecedentis
de.

PROPOSITIO XXVIII.

397

descriptionis ellipticæ per regulam, & normam, §§ 22, 23 anteced.
Applicata tu, ne nos sine necessitate simus prolixiores.

§ XXV.

PROBLEMA.

Datis duabus diametris, siue semidiamentris ellipticis nondum descriptis, & quolibet puncto extra diametros dato, cognoscere an punctum id sit in elliptica, an extra.

Propositum facillimo modo organico expeditur sic. Sint datae aux diametri siue semidiamenti maior, & minor ZB , OB ellipticis nondum descriptis, & datum sit punctum L . Ut scias an id sit in elliptica, accipe regulam, quam finge esse rectam lineam PE , in eaque utriusque diametri semisses notato, earumque in extremitatibus in L , & earum extrema opposita in G , & F . Applicata regulæ ad L punctum iunctura, si (movendo ipsam PE circa L) puncta extrema G , & F præcisè incident in semidiamentos BZ , & BO productam ultra O , punctum L erit in elliptica.

Sin autem aptata iunctura semidiamentorum in regulam ad datum punctum L , extrema opposita G , F non incident in semidiamentos, vel alterutrum tantum incidat in alterutram semidiamentum (etiam productam, si sit opus punctum L non erit in elliptica, cuius datae diametri sunt; sed vel intra, vel extra ellipticam prout, prodeit regula PE , aptata extremis F , G ad semidiamentos BZ , & ad BO productam eam ultra F . Cuius explorationis organica geometricè patet ratio item è corollar. descriptionis per regulam, & normam, §§ 22, 23 anteced.

§ XXVI.

COROLLARIUM Organicum.

punctorum ex comparatione *F* ad alterum *E* sunt omnes reflexiones linearum ab utrolibet *E*, *F* incidentium incuruam *GBH*, scilicet per breuissimas lineas per quas operatur natura; ideo appposito ore loquentis ad alterutrum *E*, & aure audientis ad alterutrum *F*, vox per lineas breuissimas, & directas, & reflexas tota, & totaliter feretur ab ore in alterutro *E* ad aurem in alterutro *F* collocatam. Item appposito flosculo, vel odorifera fragrantia qualibet alia materia, puta in *E*, odorifera omnes lineae directae, & reflexae cogentur in alterum punctum *F*, ubi ab olfactorio plenissime ac suauissime percipiuntur. Parique ratione de luminosis, visibilibus, &c.

§ XXVII.

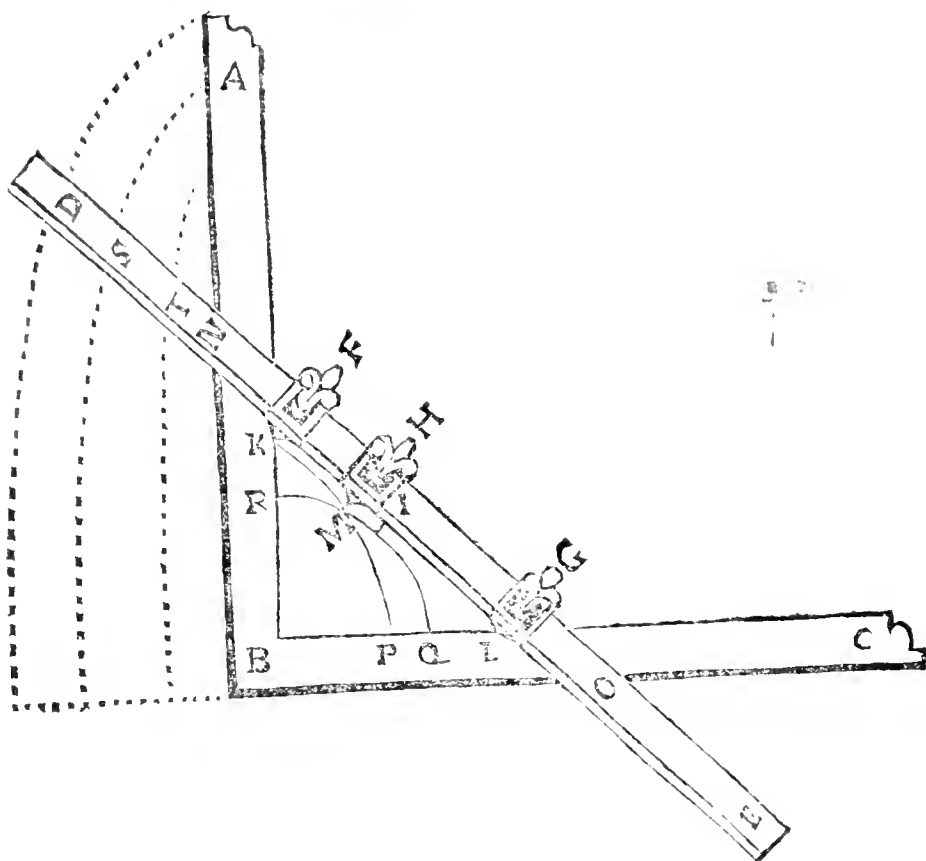
SCHOLION VII. in quo —

— Theoriae, ac philosophationes geometricae, non sine paradoxis, circa operationes partium regulae sub angulo normae recto motarum. Aristotelis de motus localis generibus vindicatus.

Iniurius videar in abstractionis geometricae, ac speculativae scientiae dignitatem, nisi etiam in organicis operationibus philosophicas in primis theorias persequar.

Igitur habes, amice veritatum geometricarum Lector, in operationibus eius partis regulae, quae moveitur sub recto *B* norma *A-BC*; nempe ipsius *LK* eodem regulae motu signatas (quod mirè iucundum est) tres linearum supremas species simplices, & mixtas & simplicium duas circulares, & rectam. Quo geometrico fundamento fulcit Aristoteles motuum localium tria genera rectum, circulares, mixtum. Simplicium altera species est circularis *QMR*, altera species sunt duae rectae ab extremis *K*, *L* signatae secundum latera recta, & orthogonalia normae *ABC*. Mixtae sunt, praeter ipsam *PMK*, quotcumque aliae ellipticae, quae duci possunt à quibuscumque punctis citra, & ultra *I*.

Recta
mota sub
recto an-
gulo si-
gnat tres
supre-
mas spe-
cies li-
nearum —
Ab ijs
tres motu
speci-



Defini-
tiones
triū spe-
cieri in
lineis.

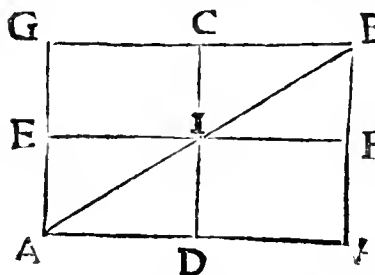
2 Simplex alterutra BK, vel BL recta linea est, quæ, iuxta defini-
tionis in initio pri. To. huius Arary traditarum allquam, habet om-
nia sua puncta in æquabilitate quadam brevissima inter duo extrema
E, K, vel BL.

Simplex circularis QMR, quæ habet omnia sua puncta in æquabi-
litate eiusdem distantie à centro, siue à puncto altero extremo B se-
midiametri imaginatæ à B ad R, M, Q, &c. Mixta linea est elliptica
P M K, quam producit motus mixtus ex rectæ KL motu recto in ex-
tremis K, & L, iuxta recta latera BA, BL, & ex motu circulariter
obl. quo à I per M ad K.

3 Ad eum enim ipsa circularis QMR producta à motu puncti I
est mixta. Nam eam producit puncti I motus mixtus ex rectæ KL

motu recto in extremis K, & L iuxta BA, BC, & ex motu obliquo circulari à Q per M ad R. Quo partiali geometrico fundamento labefactato, & subducta circulari lineà à specie simplicium, duo tantum linearum erunt genera, simplex recta, reliquæ mixtæ, & consequenter duæ tantum erunt species localis motus, rectus, & mixtus. Circularis enim lineà, & motus ex motu, & operatione recta KL sub recto angulo B apparent mixta è gemino motu, & c.

Diameter in rectangulis fit e gemino motu eiusdem generis, id est recto.



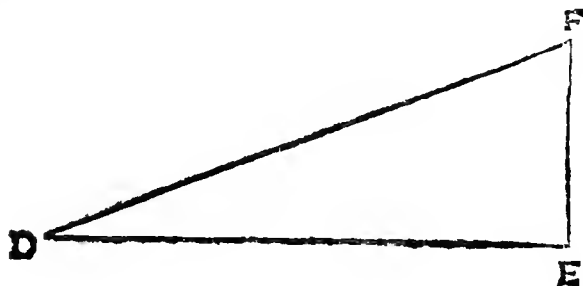
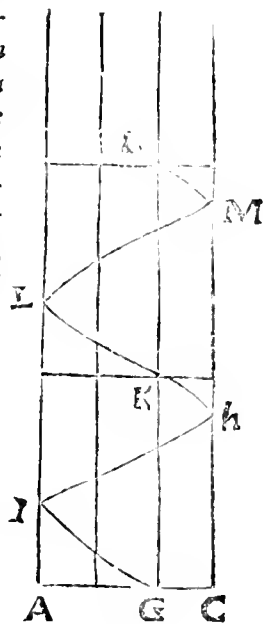
4 Neque verò est quod affirmes non obstarè lineæ simplicitati quòd a gemino motu producatur, ostendatq; in recto angulo progigni rectam simplicem lineam, diametrum AB, ex gemino motu recta rum CD, EF progredientium per latera GB, CH vel aequali celeritate in quadrato, vel proportionali

Peripheria videtur fieri ex gemino motu diuer si generis.

in rectangulo. Respondeo enim geminos illos motus esse simplices, ac eiusdem generis, nempe rectos; at lineà circularis QMR progignitur à diuersi generis motibus, recto extremorum K, L, obliquo ipsius I.

Elliptica lineà inæqualibus diametris

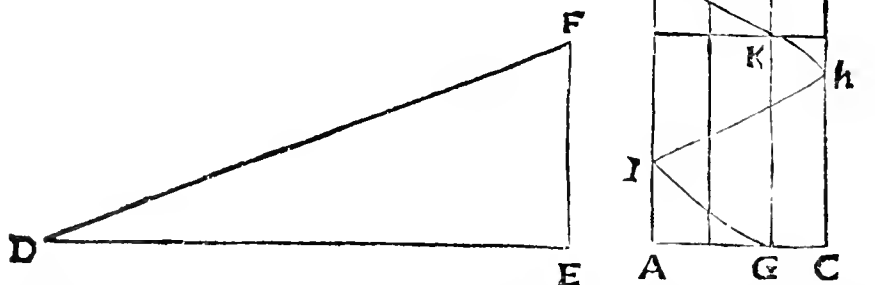
5 Quod si eò confugas, et dicas differre obliquitatē circularem ipsius QMR ab obliquitate elliptica ipsius PMK, quòd QMR habet aquabilem quandam omnium sui partium portionem, quam non habet ipsa PMK, quæ inæqualibus diametris minore BP, maiore BK inæqualiter deducitur; habeo quod opponam à lineà spirali circa cylindrum. Nam, iuxta ea, quæ habes à nobis in to. 1 ad propof. 5, helix circa cylindrum habet omnes sui partes ea inter se æquabilitate dispositas, ut faciant angulos æquales ad basim isoscelis trianguli



simi-

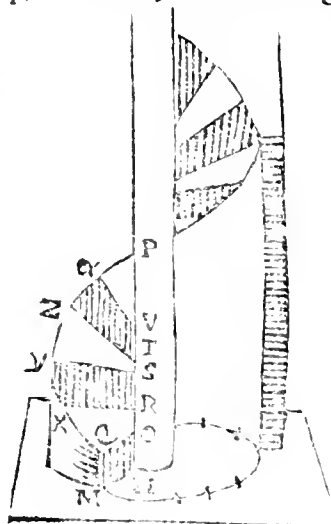
similem in modum, quo facit & recta linea. Ea tamen helix, licet æquabili partium positione prædita, est mixta, quia producitur a duobus diversi generis motibus, recto, & circulari.

6 Recole quæ habes à nobis in co. 1. huius Erarii ad defn. de linea, § 8. In reposita hic figura, dum recta GK tota perpendiculariter, & circulariter fertur sui extremo G circa cylindrum AB, ac delata est in ipsam AL, eodemq; tempore punctum à G, motum per eandem rectam, pertrigetur in L, patet obliquam GI spiralem signatam esse,



tris inæqualiter adducitur.

Helix circa cylindricam mixta, quia fit à recto, & circulari motibus spe- cie di- versis.



nempe mixtam e motu circulari perpendicularis GK, & recto puncti ex A ad I per rectam AI Quid etiam patet circumpositio triângulo FED ipsi cilindro; sunt enim imaginandæ infinitæ rectæ perpendiculares basi DE semper crescentes versus EF, & signatæ à puncto perpendiculariter sursum elato, dum extrema linearum circulariter delatarum signant ipsam DE Vt verò aliquatenus appareat in ea mixtione mularitas, siue æquabilis partium positio, confugiendum est ad alteram definitionem, & conceptionem generationis eiusdem helices cylindricæ, qua nos usi sumus ex Proclo (dupliciter helicen cylindricam definiente) ad propof. 5 pro exigentiâ propofiti eo loco problematis.

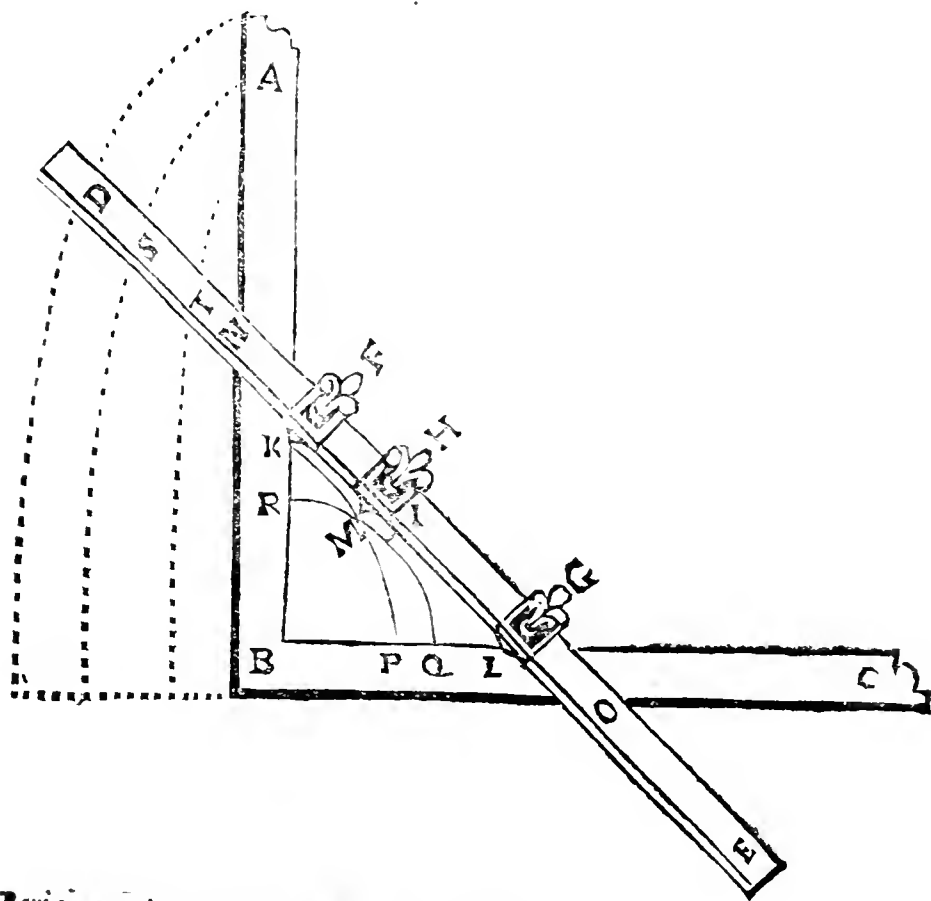
7 Itaque concipe animo rectam OP pro axe cylindri, & OQ quasi semidiametrum ductam ab axe ad superficiem

PROPOSITIO XXVIII.

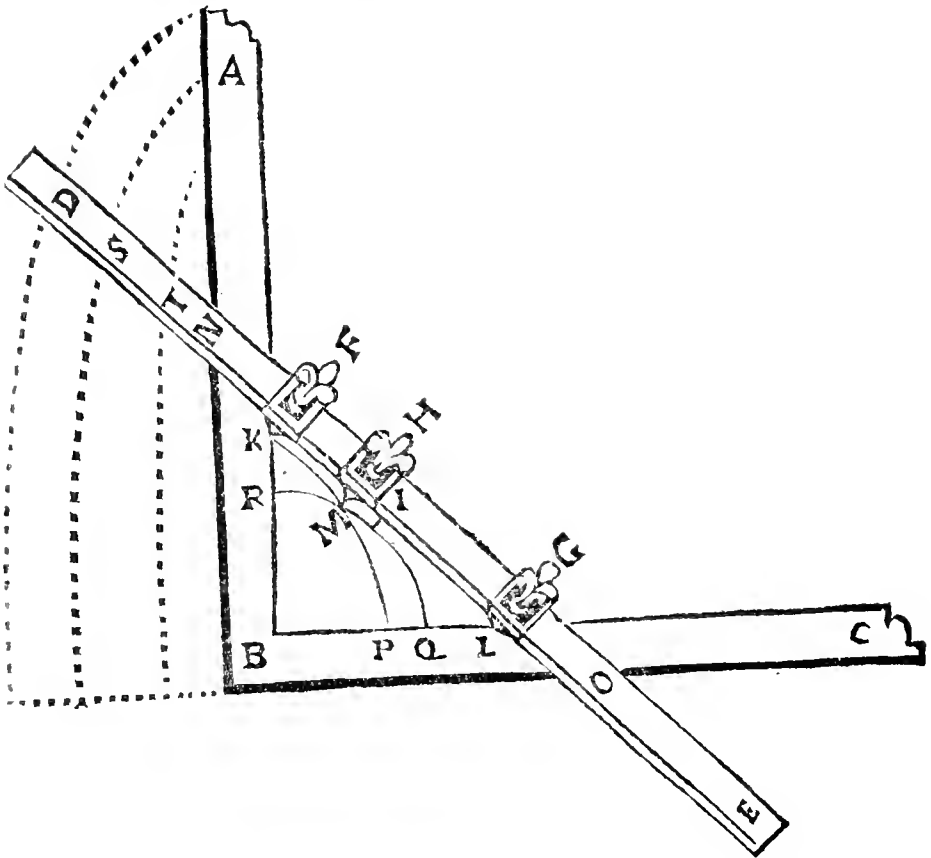
403

ficiem cylindri, ac eam semidiametrum eodem tempore moveri altero sui extremo O per axem OP cylindri ad R, S, T, V, altero verò extremo moueri orbiculariter circa cylindri superficiem ad x, y, z, & igitur dum eadem OQ altero sui extremo fertur circa, & per axem, altero etiam signat curuam QYP, quæ omnibus sui partibus distat semper eadem semidiametri OQ quantitate ab axe OP; vnde videtur quædam æquabilis partium positio, siue similaritas. Tamen ea partium similaritas, & æqualis ab axe distantia non eximit helicen à numero mixtarum, quia prodit à diuersi generis duplici motu, altero per superficiem cylindricam circulariter, altero per rectam axis lineam in cylindro.

Offensio
geome-
trica vi-
de par-
tium si-
milar-
tas à he-
lice cir-
ca cilin-
dram.



Pari ergo ratione, quia circularis linea QMR in fig. hic conficitur ex motu punctorum K, L per rectas LB, BK, & ex motu puncti I obliqui, E' e' e' erit



erit & ipsa mixta, licet punctum I aquali semper distantia à B feratur ex Q per M in R.

8 *Vides, mi Tyro, quæ paradoxa inuehat mirificus ille motus rectæ sub angulo recto, Circularis enim eadem linea QMR simplex, & mixta videtur; simplex dum centro B, & intervallo eiusdem semidiametri BQ uniformi à centro B distantia ducitur, mixta verò dum signatur à puncto I delato à rectâ KL extremis K, L se mouente, licet*

Ratio ipsius delatio fiat eadem semper distantia semidiametri.

9 Nihilominus tamen affirmandum est circularem lineam esse alteram speciem simplicium linearum, quia licet ab admiranda ea recta linea sub recto angulo delatione (extra visitatum modum descriptionis per semidiametri gyrationem) fiat per duplicem motum, recto ex-

temorum K, L , obliquo à medio I ; tamen ea obliquitas est planè, ac prorsus semper vniformis, & semper vniformiter distans ab vno eodemque puncto, hoc est centro B , ac proinde est verè circularis, iuxta circuli definitionem, ac simplex, faciensque omnium partium curvæ QMR non solum similitudinem, sed etiam æquidistantiam ab eodem B .

Quoniam verò linea sit à motu puncti, vt linea sit mixta opus est punctum ipsum, à quo linea sit, mixto, & diuersiformi motu feratur; nec refert, verbi gratia punctum medium I esse quasi particulam lineæ, siue esse in linea, cuius extrema alio motu, scilicet recto ferantur, ac diuerso, à quo mouetur ipsum I , modò motus ipsius I sit vniformis non mixtus ex duplici diuerso motu. Est autem vnicus, & vniformis motus puncti medi I , at aliorum punctorum citra, & vltra I motus, vt ipsius M , est non vniformis, sed mixtus ex duplici, per obliquum quasi recto, & circulari, & difformi ex vtroque. Pariter in spiralibus lineis, ac præsertim circa cylindrum, ex fiunt a puncto extremo lineæ, quod punctum ipsummet difformiter oblique fertur, ac licet cum eadem semidiametri distantia, tamen non ab eodem puncto, & centro (vt in circulari lineæ ductu) sed à diuersis punctis axis in cylindro. Fitque forte esse partium similitudo (cuius similitudinis definitionem vide apud nos ex Proclo, ad 5 prop. lib. 1. Elem.) in cylindrica spirali ab eadem semidiametri distantia ab axe cylindri, at mixtio eiusdem lineæ spiralis cylindrica fit ex difformi motu obliquo, & c. vt prædictum est. Potest verò esse similitudo partium, etiam in mixtis, nec idem sunt æqualitas partium inter se, & æqualis partium distantia ab eodem puncto, ac centro.

Quid requiratur ad mixtā lineā

Etiā similitudinē partium lineæ mixtæ aliāque.

In antecedentibus descriptionibus ellipticæ lineæ, præsertim in quarta, & 5, quæ fiunt opo circulorum, paruit ellipticā lineam fieri per proportionalem deficientiā minoris axis, & proportionalem excessum maioris à circuli diametro, ac propterea ellipsis est linea vniformiter difformis, quæ in modum & spirales in plano, & circa cylindrum, at circularis est non modo vniformis, sed etiam vniformiter vniformis. Sunt ceteræ illæ lineæ orbiculares, sed non circulares, id est à puncti motu obliquo mixto, ac difformi, non ab obliquo vniformi.

Coniungatur geometrice mixta in ellipticā lineā — & in spiralibus.

Vide ellipticam PMK productam à recte KL puncto M , non medio, sed inæqualiter distante à K , & L , & duobus KM breuiore, ML longiore quasi cruribus claudicante, ac difformiter progrediente. At medium I dum æqualibus cruribus IK, IL vniformiter desertur, quid mirum si vniformem circuli curuam QMR designat.

Ex antedictis in postrema parte harum theoriarum habes quo, ni

fallor, satisfiat dubitationibus, & firmetur Aristotelis assertio de triplici motu locali naturalium à triplici linearum specie, mixtis, & geminis simplicibus rectâ, & circulari.

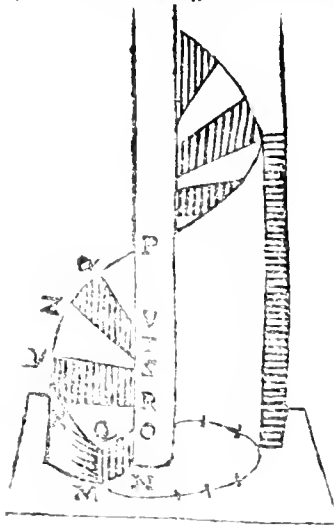
§ XXVIII.

COROLLARIUM.

Ad Architecturam, & Machinariam.

Vel ipse
lineæ geo-
metricæ
utilissi-
ma sunt
civilivi-
tæ.

Qui Geometricas theorias humanæ, ac civili vitæ inutiles putant, habent unde se falsos videant etiam in primis, ac simplicibus figurarum Geometricarum elementis, scilicet in ipsis lineis, quarum (ut alias omnes species omittam) vides, mi Tyro, à sola spirali cylindricâ plurimas utilitates manare, quarum præcipuas indicavimus in fine § 8 ad definitiones de lineâ, & eas in praxi exhibuimus in Aperijs nostris. Ac interim hic habes in anteced. Sex duplici spiralis cylindricæ definitione, atque ex utraque figurâ non solum essentiam, sed etiam effectiones, & usum eius mixtæ



lineæ. Nam in figura $PTQN$ vides applicatam secundam spiralis definitionem in constructione, & usu scalarum, quas cochleas appellant, vulgo: a Lumaca. Nam semidiametri æquales, & axi perpendiculares (sive eadem semidiameter altero sui extremo percurrentes axem PN) signant quasi scalarum orbicularium gradus NQ , RQ , T & sub æqualibus (licet in obliquitate figura inæqualibus ad oculum) NM , OQ , RX , SY , TZ , & c. Nec admodum absimili forma constât spirales cuneata circa cylindros in remachinaria. Quarum schemmata vide apud Pappum li. 8 extremo; apud Vitruv. l. 10, & apud Guidubald. & c.

Itaque cylindrus ad horizontem perpendicularis, ut facile vel ponde-

ra in arcto spatio attollat, vel iuxta se homines sine labore ascendentes habeat, utitur spirali vel cuneatà, vel scalarì constructis iuxta definitionem alterà de semidiametro per axem meante, &c. Ut verò aquas facillimè hauriat, & mirificè deprimendo attollat, cylindrus inclinatur ad angulum acutum cum horizonte, & utitur spirali iuxta alteram definitionem lineæ circulariter, & perpendiculariter meantis, & crescentis circa dorsum ipsius cylindri. Iterum moneo, vide utramque definitionem in tom. 1 huius Aerarij in initio § 8 ad definitionem lin. & in § 2. ad propos. 5. num. 3. & pro spirali cuneatæ viribus vide Pappum in lib. 8. extremo. Sic ergo etiam circa linearum formas, naturas, mixtiones geometricæ theoriæ non sunt humanis visibus otiosæ, ac steriles, sed facundissimæ plurimarum utilitatum, quas privato, & publico bono pariunt. Hæc ut antecedentis § theoriæ praxæ aliquas saltem indicatas apponeremus, in eorum saltem gratiam, qui omnia utilitate metiuntur.

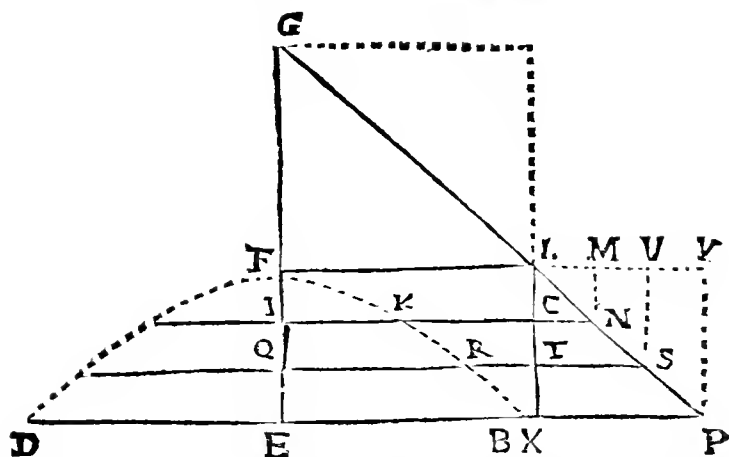
§. XXIX.

PRAXIS ORGANICÆ.

Super datà rectà lineà aliter eodem regulæ motu ellipsim, & circulum se contingentes describere.

Aliter, inquam, quàm in § 4 ad defn. 2, & hic § 22, ubi eodem regulæ motu sub norma descripsimus ellipsen, & circulum, nunc hic easdem lineas circularē, & ellipticam etiam se in puncto verticis elliptici contingentes eodem regulæ motu describemus.

Atq; hoc problema organicæ prodit quid agat regula, præter ellipsos descriptionem, quam apposuimus gyratilem circa alterū punctorum ex comparatione in figura describenda ellipseos Api. 10, Prog. 2, &c. Ibi tacitum, nec necessarium usus hic aperimus ex occasione secundi modi describendarum eodem regulæ motu linearum ellipticarum, & circularium.



quadrata applicatarum (in altera figura sectionis à cono seductæ, distinctionis maioris gratia pro Tyronibus) ad axem FE, velut ipsius IK quadratum esse æquale rectangulo applicato ad lineam LF (quam vocant latus rectum figuræ sub LF, FG, quam FG vocant latus transversum) cum excessu figuræ simili figuræ sub LF, FG, quale est rectangulum IM sub NI, & sub intercepta IF, quod ita adiacet, siue applicatum est ad FL, ut excedat figuræ MC simili figuræ sub LFG; quæ figuræ sunt circa eandem diametrum educatam ab extremo G lateris transversi per L extremum lateris recti ad N, &c. Ac propter eam excidentiam, &c. Eam vocat Apollonius sectionē BFD hyperbolē.

§. II.

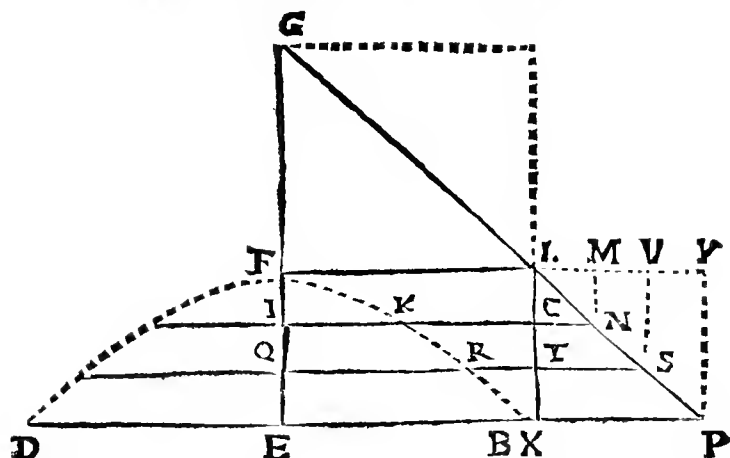
PRAXIS I. GEOMETRICA—

—Lineam applicationis excedentis datæ hyperboles facillimè inveniendi.

EX antecedenti affectione applicatarum KI, RQ, BE, &c. deducitur modus facillimus inveniendi ipsam FL lineam applicationis excedentis. Nam in data hyperbolica linea BFD fiat ut FI ad IK, ita IK ad tertiam IN, & iuncta NG, ex F ad rectos educatur FL occurrens in L iunctæ NG; erit FL linea applicationis excedentis quaesita. Nam per constructionem, & per 17 huius,

I ff

re-



rectangulum NF, sub IN tertia, & sub IF prima proportionalibus est aequale quadrato mediae KI, & adiacet NF applicatum rectae LF cum excessu figurae MC simili figurae sub LFG, iuxta conditiones ab Apollonio requisitas, & demonstratas; ergo FL est latus rectum, siue linea applicationis, siue iuxta quam possunt cum excessu, &c. applicatae ordinatim ad axem FE.

§. III.

PRAXIS II, &—

— Vfus propof. 29 huius lib. 6 in rectangulorum applicatione hyperbolica, siue excedente, &c.

EX antecedenti problemate prodit hoc. Nam continuata GN in directum indefinita, velut in P, & ipsi IK parallelis quocumque ex Q, E cauetis, ac productis donec in S, T occurrant ipsi GP, rectangula sub FQS, FEP erunt applicata ad eandem FL cum excessibus figurarum similium eidem figurae sub LFG; cum vides rectangula QV, EY, & figuras excedentes TV, XT, poteruntque QR, EB iuxta eandem FL, siue quadratum ex QR rectangulo QV, ex EB rectan-

rectangulo ET aequalia erunt, rectangulis, inquam, applicatis ad FL cum excessu, &c.

§ IV.

PRAXIS III Geometrica —

Data lineà applicationis cum excessu, & latere transverso, hyperbolen describendi.

EX antecedentibus etiam hoc problema prodit. Nam data sint latera transversum GF, & rectum, sine linea applicationis geometricæ excedentis FI, quæ ad rectos iuncta sit in F. Iungatur GL, & producaturs indefinitè ad P. Producaturs etiam GF recta, velut in E. Q. orlibet (quò plures eo melius) parallela ipsi FL è varijs punctis (quò plura, & crebriora eo melius) ipsius FE ab I, Q educanturs ad GP in N, S. Ipsi FI, IN; FQ, QS; FE, EP inveniatur mediæ proportionales IK, Qⁿ, EB. Ex F leniter curuata, & producta per K, R, B erit linea hyperbolica. Nam quadrata mediatarũ IK, QR, EB poterunt rectangula sub FIN, FQ^s, FEP applicata ipsi FL cum excessibus similibus figura. &c. Vt in antecedentibus.

§. V.

SCHOLION II.

Alij modi inueniendæ lineæ applicationis hyperbolice, & describendæ lineæ hyperbolice —

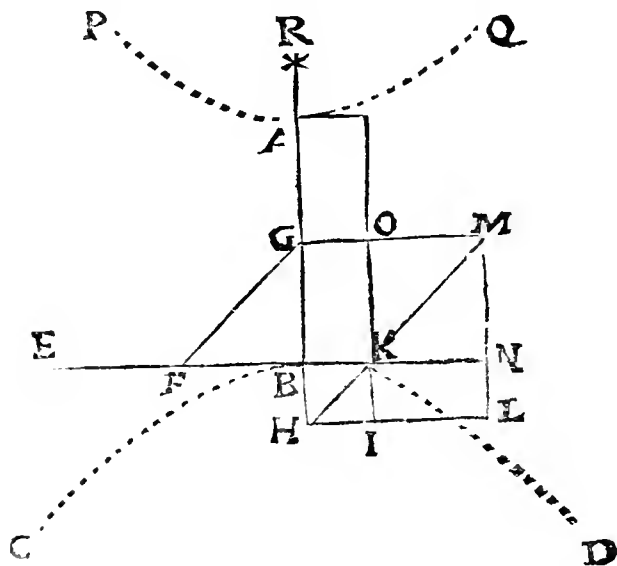
Videri possunt cum geometricis demonstrationibus in Apiarjs nostris, Apiar. 3. prop. 3. & alibi apud nos. Quorum varietatem hic omittimus, ne Tyrannibus ob- turbemus. Indico apponendum etiam modum inueniendi lateris recti, quem docet Apollonius in constructione prop. 12 lib. 1. Ibi vide.

§. VI.

P R O B L E M A I.

Ad transfersam diametrum hyperboles appli-
care rectangulum æquale quartæ parti figu-
ræ sublateralibus recto, & transferso ita, vt ex-
cedat figurâ quadratâ, ex vsu huius prop. 29
ad vsus præclaros.

V Sum 29 propositionis in proposito problemate magni momenti, ut inferius videbis, exercebimus sine usu propositionis 6, lib. 2, quā vñ sumus pro hoc eodem problemate in Apiar. 3, prog. 3, propof. 6. Itaque fit transfversa diameter



*AB hyperboles CED, ad quam diametrum applicandum sit rectangu-
lum aequale quartæ parti figuræ sub latere transverso AB, & recto B-
E ex-*

E excedens figurā quadratā. Educatur à *B* perpēdicularis ad *AB* ipsa *FB* pro latere quadrati æqualis quartæ parti figuræ sub *ABE*, iuxta modos in antecedentibus iā sapius edoctos, & indicatos. Deinde *AB* bifarietur in *G*. Acceptum intervallum *GF* sigretur ex *G* in *H*. Ipsi *BH* æqualis erigatur perpēdiculariter in *H* recta *HI*, fiatque rectangulum *AI*. Iuncta *BK* parallelā ipsi *HI*, dico rectangulum *AI* applicatum ad *AB* latus transversum, & excedens quadrato *BI*, esse æquale quartæ parti figuræ sub *AB*, *BE* siue quadrato ex *FB*.

Fiat enim ipsius *GH* quadratum, productā *HI*, & ex *G* educā parallelā, sitque quadratum *GL*, & productā *HK* in *M*, erunt, per 26 huius, circa eandem diametrum *HM* utrumque quadratum *BI*, & *GL*. Producat in *N* latus *PK*, quod cum sit parallelum ipi *HI*, ac toti *HL*, erit & ipsi *GM* parallelum. Est verò *NO* quadratum, nempe simile ipsi *BI*, per 24 huius, & est quadratum ex rectā *OK*, hoc est ex illi æquali *GB* in parallelogramo *GK*, per 34 primi. Quoniam igitur, per 47 pri. quadratum *GL*, idest ipsius *GF*, est æquale quadrato dimidij lateris transversi *GB*, idest ipsi *N*, & quadrato ipsius *FB* idest quadrato æquali quartæ parti figuræ sub *ABE* lateribus transverso, & recto, si auferatur ex *GL* quadratum *ON*, remanebit gnomon *GIN* æqualis quadrato æquali parti quartæ rectanguli sub *ABE*, idest quadrato ex *BF*. At eidem gnomoni *GIN* est æquale rectangulum *AI*. Nam *GI* communia sunt, & *KL*, per 43 pri. est æquale ipsi *GK*, idest ipsi *AO* dimidio rectanguli *AK* bifariati in *G*; ergo totum rectangulum *AI* est æquale quadrato ex *FB*; ac proinde ad *AB*, latus transversum hyperbolice sectionis *CBD*, applicatum est rectangulum *AI* excedens figurā quadratā *BI*, & æquale quadrato, quod est quarta pars rectanguli sub latere transverso *AB*, & recto *BE*. Quod erat faciendum.

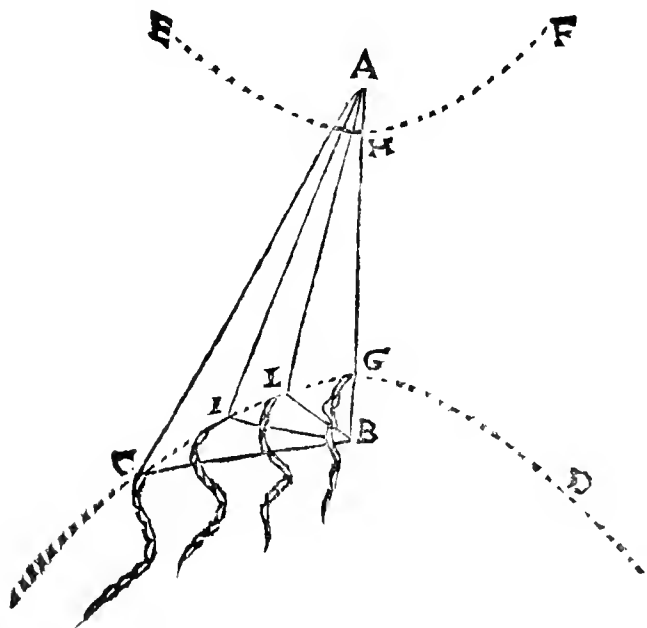
Pari ratione in contraposita hyperbole *PAQ* licebit applicare ad eandem, & communem diametrum transversam *BGA* rectangulum æquale quartæ parti figuræ sub *EBA*, excedens quadrato ad punctum *R* corresponaens appositè ipsi *H*. Vocantque ea duo puncta ex comparatione. Quorum mirifici sunt usus. Contraposita hyperbolæ dicuntur sectiones factæ a duorum conorum habentium vertices in communi puncto, velut in *G* axis transversi.

Quoniam
puncta
ex com-
paratio-
ni hyper-
bolæ.

Quoniam
contra-
positæ hy-
perbolæ.

§ VII.

**Praxis 4.organica, & Vfus puncti applicationis
excedentis, in primis pro praxi describendæ
hyperboles gemino filo, ad plura. &c.**



O Mitto alios vsus, ac precipue vim vsuoriam punctorum A, B factorum ex comparatione reſt anguli excedentis, &c. (iuxta problema amecedens) in contrapofitis hyperbolis CGD, EHF . De qua in hyperbolicis ſpeculis vsuone vide nos in $Ap. 6$ & 7 Tantum hic vsum affero punctorum A, B pro deſcriptione ipſius hyperbolice lineæ, pariter in vsus præclaros, ut videbis in corollarijs poſt deſcriptiones mox ſequentibus.

Letm-

Lemmati verò loco indicanda est propositio 51 lib. 3. Con. Apollonij, cuius veritas etiam è primis principijs, sine geometrica implexiore demonstratione tibi, mi Tyro, constabit post eius usum, ac praxim. Afirmat igitur Apollonius, & demonstrat, si ab A, & B inclinentur ad utramlibet hyperbolen CGD gemina rectæ AL, BL velut ad punctum L in hyperbola, à maiori AL minorem BL superari quantitate axis HG, quo eodem axe superatur & BL à maiore AC. Ac sic deinceps de alijs ad hyperbolen inclinatis. Patet quidem facile propositionis veritas in inclinatis AG, BG ad G. Nam cum supponantur factæ applicationes eiusdem rectanguli ad axem HG excedentis eodem quadrati latere à G in B, ab H in A, ac prout sunt æquales BG, HA, patet: AG maiorem esse ipsa BG quantitate axis HG. At vero in AL, LB patebit à praxi, quam parit ea propositio Apollonij.

Descripturus hyperbolen, gemini filii extrema fige acubus in arbitrario intervallo distantibus punctis A, B. Deinceps fila complicantur ita, ut commune convolutionis punctum, velut G, sit non medium, sed citrà, vel ultra medium in æqualibus intervallis distans ab A, & B, eritque G pro vertice describendæ hyperboles & A, B pro punctis ex applicatione, siue comparatione contrapositarum hyperbolarum. Digiti complicata fila in G continentes, ac tendentes leniter laxentur, & fila sensim explicentur; quæ dum variato semper angulo obliquantur in L, I, C, &c. signant puncta, seu curvam hyperbolicam G, L, I, C, &c. Pariterque ad partes versus D; & in contraposita EHF opposito modo est operandum.

Quæ operatio est praxis citata Apolloniana propositionis. Iuxta quam vides dum filis AG, BG (quorum alterum ab altero superatur quantitate axis HG, ut patet in AG comparato cum BG) in ea replicatione, ac revolutione complicatorum adduntur semper partes æquales, vides, inquam, persister filis AL, BL, AI, BI, AC, BC in eadem semper differentia inter se quantitatis ipsius axis HG, quæ minoræ filis superantur à maioribus. Itaque signant hyperbolen quasi lineæ à punctis applicationis ad eam inclinatæ, ac inter se axis quantitate differentes.

Ad plura alia facit hæc praxis. Apud nos in primis usus est terminandis lineis horarijs in horario universali, ne tropicorum solarium umbras excedant. Vid. in Ap. 9. Prog. 1.

Parillique modo commutatis manum munijis, ex C, & E ad partes, & commune punctum L fiat per stylum sub filo ad regulam, & per cursorum designatorium operatio. Erit sub circulari HCL, & sub hyperbolica HEL lineis descripta figura CHELC.

§. IX.

COROLLARIUM I, in quo
indicantur —

— Vfus eximij proximè antecedentis descriptionis à diaphano sphærohyperbolico, siue pupillari, præsertim pro lineà vltorià infinità.

NE putes otiosā præcedentem descriptionē hyperbolicæ, ac circularis linearum eodem regulæ motu, mixtamq; figuram circuli hyperbolicam ostentationi descriptam, scito à nobis in Apiario 6. Progym. 1, excogitatam eam geminam vno regulæ ductu descriptionem, ut ex ea confieret figura similis oculi pupillæ, quam in eo Apiario docuimus ex anteriore parte constare arcū maioris peripheriæ circularis, è posteriore vero simulare mixtam lineam hyperbolicæ simillimam. Ad cuius pupillæ formam conflatum diaphanum sphærohyperbolicum mira, & eximia theoremata expromit. Quæ vide incit. Ap. 6. progym. 2, ac 3. Præter alia, ope diaphani pupillaris licebit lineam vltoriā infinitam eiaculari ea arte, quā habes à nobis in cit. Ap. 6. Progym. 2. Cap. 4.

Habes etiam in figura præcedentis præces praxim constituendi sphærohyperboliforme, siue pupillare diaphanum iuxta tentamenta exacta Griembergeri apud nos in cit. Ap. 6.

§ X.

SCHOLION III,

In quo monitū circa effectiōnes physicas diaphani sphaerohyperboliformis.

IN quarta editiōe nostrorum *Apiariorum*, quæ recens prodijt cum additiōe *Analectorum*, vide *Analectum* ad *Apiarium* 6, ubi solvuntur nebulae offusæ caligantibus oculis circa pupillare nostrum diaphanum sub hyperboliformi, & circulari superficie comprehensum. Pariter memento confugiorum, quæ apposuimus in capite extremo prog. 3. citati *Apiarij* 6 contrâ fallacias argumentationum, vel experimentorum a pupilla oculi cadauerac ei.

Ac quod attinet ad theoremata circa sphaerohyperboliforme nostrum diaphanum, quemadmodum firmissimis rationibus theoreticè firmata, & demonstrata sunt, sic ex theorematibus geometricis fient etiam problemata physica si quis norit physicam materiam cogere sub formam geometricam perfectæ pupillaris figuræ. Caterum hoc opus, hic labor est. Nec tamen ideo fabriles difficultates geometricis philosophationibus quidquam vel veritatis, vel dignitatis detrudere possunt. Nesciunt quid sit in falaci geometrica abstractione, unâ cum Geometrarum Principibus philosophari, qui theoricam acutissimam, & mirificam scientiam physice materiæ inertî, & fallacijs metiuntur. Ac dum non ex præscripto geometrico operantur, culpam suæ deficientiæ reijciunt in Architectonicam. Vide citatum *Analectum* circa pupillaris diaphani nostram inuentionem, atque ibi *Antistitum* Philosophorum Geometricorum pro nobis exempla.

§. XI.

PROBLEMA II.

Aliter eodem regulæ ductu circularem, & hyperbolicam lineas describere.

R Euse in tomo I huius *Erarij* § 11 ad definit. 2, 3, 4, ubi figuram, & operationem habes paullo aliter ab hic antecedentibus.

Scho-

SCHOLION IV.

De tubo optico cum lente sphærohyperbolica.

HAbes hoc nostrum inuentum in *Ap.* 6 iam pridem à nobis proditum. Quare non est quod non nemo quasi sibi arcanū, atq; à se inactum, velut inter Cereris myſteria (vix est in antiquo proverbio) sepositum sub velo silentij semiloquacis premit. Propterea enim à nobis est perfectiorem tubi optici pendere à lente ab oculo remota, quæ sub ſola figurâ hyperboli formi omnes radios, non ſimpliciter inter ſe, cogit in vnum punctum, ſub quo collocatus oculus clariffima, & ampliffima videat obiecta etiam remotiffima. Qui ergo noſtrum hoc theorema redegit ſabrè, ac ſabriliter ad problema phyſicum, & ſecutus eſt vel nos, vel apud nos Griembergeri prima conſentanea in *Ap.* 6, ſciat ſibi in alieno, & circa aliena ſerò laboraſſe.

SCHOLION V.

Hyperbolicarum linearum deſcriptiones aliæ.

EAs vide apud nos in *Apiarij's*, præſertim in *Ap.* 3 progym. 3.

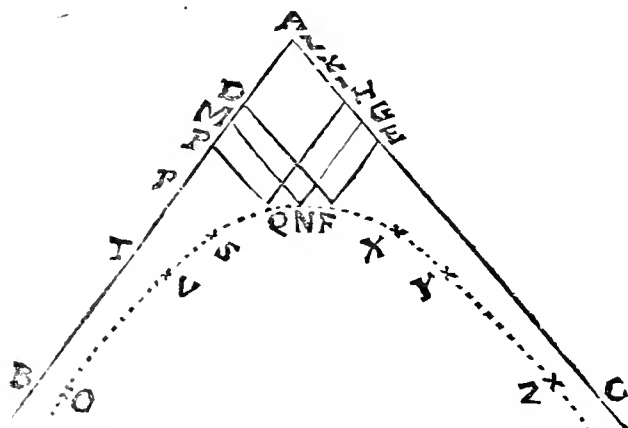
§XII.

PROBLEMA III.

Lineam hyperbolen nouo modo deſcribere etiam aſymptoton ad rectam, vel ad, & intra duas rectas angulum facientes.

QUod alijs modis effecimus in *Apiarij tertij prog. tertio Prop.* 6, 7, 8, hic aliter, ac nouo modo præſtabimus, deſcribemusq; non ſolum lineam hyperbolica ſectionis, ſed etiã cum cognoſce-

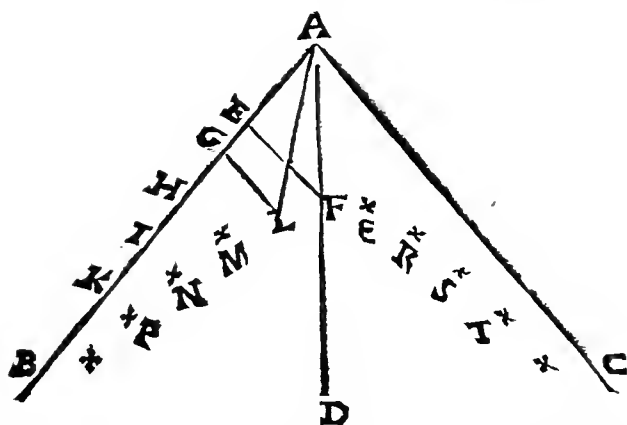
incomparabili (de quo copiose in cit. *Apian.* 3) scilicet quæ sit etiam
semper accedens utrimque ad rectam, nec tamen unquam, etiam in in-
finitum una cum recta producta, rectam possit attingere. Ac quod hic
à nobis fieri intra rectus angulum facientes, licebit etiam peragere ad
datam rectam, ut videbis.



Sint rectæ AB, AC angulum quemcumque (puta acutum) facien-
tes in A . Internallis lubitis (siue eodem, expeditioris operationis gra-
tiâ) fiant sectiones in $M, \& G$, fiatq; Rhombus ANQ ,eductis ex $M, \&$
 G rectis ad N , quæ sint parallelæ oppositis lateribus MAG . Latus
 AG secetur in lubitas partes (quo plures eo melius) in punctis $H, I,$
 $K, L \&c$. Accepto intervallo AH , fiat (ex modis à nobis traditis ad
12 prop. huius) ut AG ad AH , ita AM ad AP , compleaturq; si lu-
beat, rhomboides AQ . Rursus fiat ut AI ad AG , ita AM ad AR ,
atque intervallo AI ex R fiat arcellus versus S ; intervallo verò AR
ex I fiat arcelli sectio in S . Pariter fiat ut AK ad AG , ita AM ad $A-$
 T , atq; intervallis AK, AT ex $T, \& K$ signetur arcellus in V , ac sic de-
inceps intervalli AI, AB fiat sectio in $O, \&c$.

Ad alteram partem possunt fieri parallelogrammata, quale $AF, \&$
sectiones. $\&c$. sed breuius fiet, si ex $A, \& N$, intervallis $AQ, NQ,$
 AS, NS, AV, NV, AO, NO , transferantur sectiones in $F, X, Y, Z.$
 $\&c$. Ducta leniter curuata per $O, V, S, Q, N, F, X, Y, Z$, erit hyper-
bolica linea, cuius vertex in N , eritq; asymptotos utrimque ad rectas
 AB, AC .

Patec demonstratio ex proprietate illa, de qua in utroque tomo hu-
ius *Erarij* non semel diximus, nimirum de parallelogrammis omni-
bus inter se æqualibus inter hyperbolen, $\&$ rectas asymptotos descrip-
tis, iuxta demonstrata apud nos in *Analecto* 10 editionis quartæ no-
strorum



Esto F . Lubitis intervallis (quo plures, ac minores eo melius) fiant in alterutra AB infra E sectiones in G, H, I, K . &c. deinde fiat ut GA ad EA , ita IF ad parallelam GL , unaquæq; si lubeat, AL , fiat triangulum AGL . Rursus fiat ut HA ad GA , ita GL ad imaginatâ parallelâ HM ; ut IA ad HA , ita HM ad IN , & ut KA ad IA , ita IN ad KP . &c. Deinde intervallis $FL, AL, FM, AM, FN, AN, FP, AP$. &c. transférantur sectionum puncta etiam in alteram partem ad Q, R, S, T . &c. Traducta leniter curvata per eas sectiones $P, N, M, L, F, Q, R, S, T$, erit hyperbolica linea, eaq; asymptotos rectis BAC . Sunt enim, iuxta corollar. 1 ad primam huius, triacula equalia (scilicet dimidia equalium parallelogrammorum) inter hyperbolen, & asymptoton. Ac circa æquales angulos ad E, G, H, I, K habent latera reciproce proportionalia ex constructione, atq; ideo ex prop. 15 huius, sunt equalia. &c.

Datâ rectâ sola AB , ad eam asymptotos hyperbolica ducetur, ductâ occultâ ADC , &c. ac operando ut hic in antecedentibus pro occultis triangulorum angulis tangentibus in F, L, M, N, P . &c.

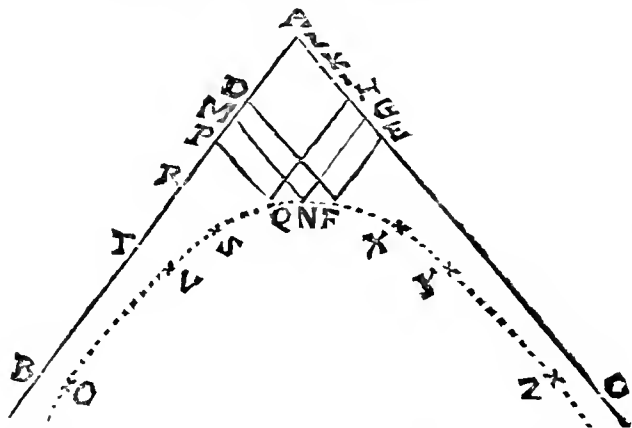
§ XIV.

COROLLARIUM II, in quo —

— Facillima gemina demonstratio, sine conicis, de hyperbola ad rectam asymptoto.

Vt

V T Tyrones hic habeant, sine necessitate conicorum elementorum ab Apollonio collectorum (quemadmodum etiam in *Apiar* 3, prop. 2 sine conicis asymptotos ad hyperbolam aliter, quam hic demonstravimus) demonstrationem de mixta *OVN* (qua demonstrata est hyperbole in antecedentibus proxime duobus problematibus per proprietatem equalium parallelogrammorum, vel triangulorum intersectorum, &c.) quod semper acce-



dat, & nunquam contingat recta *AB*, inspecient in figura § 12 antec. spatium exiguum lineæ inter *AL*, quod quia est divisibile in infinitum (iuxta Corollarium § 2 ad 15 huius) & per eas divisiones possunt duci parallelae lateri *AB*, semper in infinitum viciniores, ad inscribendam parallelogrammata &c. iacò mixta *OVN*, qua debet contingere earum parallelarum terminos ubi habent angulum parallelogrammi, etiam ipsa semper magis, ac magis accedet ad *AB*. Numquam tamen continget eandem *AB*, quia parallela, iuxta quas ipsa *OVN* graditur, non possunt contingere eandem *AB*; alioquin, si contingerent, non constituerent parallelogrammata, nec essent parallelae ipsi *AB*, sed coincideret earum aliqua, velut postrema cum eadem *AB*, quod est contra suppositum ex divisibili *AL* in *infin.* per parallelas. &c.

Aliter idem demonstratur in figura § antec. 13 ex § 2 ad 15 huius. Quoniam enim in latere *AB*, quod per 2 postulatum, potest in infinitum produci, licet accipere puncta in infinitum semper magis ab *A* distantia, cen *H*, *I*, *K*, &c. inferiora; atque ut linea intercepta inter *A*, & sumptum quodlibet punctum etiam infra *K*, se habet ad *E*, ita *LF* ad quartam; id est ut prima in latere infinito *AB* potest crescere

scere in infinitum respectu secundæ EA, sic respectu tertiæ EF qualibet eidem parallelæ debent decreſcere in infinitum, ut sint quartæ proportionales; ideò curva PMF incedens per terminos earum parallelarum semper minorum, semper accedet magis ad AB; numquam tamen continget; alioquin tribus datis quarta proportionalis non posset aliquando inueniri, nempe ibi, ubi nulla intercederet inter AB, & hyperboleu. Quod est contra suppositum; ducitur enim hyperbole semper per extrema quartarum proportionalium, &c. ex prædictis, & præstructis.

§. XV.

SCHOLION V,

Diffipandis hallucinationibus circa proximè demonstrata.

CAue, mi Tyro, te implices, ac mecum distingue sic inter data, & quæ sita, &c. in Analeſtis ad Apiaria, datis hyperbola, & recta asymptoto, demonstratur quæſitum de parallelogrammis æqualibus inter hyperbolen, & asymptotos; & ad primam huius traducitur demonstratio, per Corollarium, etiam ad triangula æqualia inter hyperbolen, & asymptoton. In problematibus hic antecedentibus, datis, siue descriptis parallelogrammis, & triangulis æqualibus, &c. probatur quæſitum, quòd descripta sit hyperbola, eaq; asymptotos ad rectam, per conuersam Propositionis in Analeſtis. At verò in Corollario proximè antecedenti, datis, & descriptis parallelogrammis, & triangulis æqualibus, per quæ probata est descripta hyperbole, ac proinde probatà iam, & datà hyperbolà, demonstratur deinde aliter, atque apertius reliquum quæſiti, quòd scilicet sit asymptotos ad rectam, id est quomodo semper accedat, nec umquam possit contingere.

§. XVI.

SCHOLION VI.

Ad omnes hyperbolas nō posse duci assymptotos . Et cur hyperbole axi conī parallela, sit apud nos præcipua.

VT in hoc Scholio proposita, & apud alios non vulgata intelligas, vide *Apiar. 3 Progym. 3* in Corollario propositionis quintæ, & in *Schol. 2, & 3* post propositionem sextam; & *Analectum valecimum* in fine secundi Tomi editionis quartæ *Apiariorum*. Item in *Apiar. 9. Progym. 1. cap. 7*, ubi Philosophi Gnomonici (etiam si è sectione conorum solarium non parallelâ axi mundi fiant hyperbole terminantes lineas horarias) tamen mentionem præcipuam faciunt sectionis conorum parallelæ axi mundi tum ob alia, tum præcipuè pro horarijs vniuersalibus, in quorum constructione nulla est Poli eleuatio, & axis Mundani obliquatio. &c.

Præterea sectio hyperbolica parallela axi inseruit numerosis illis assymptotis, de quibus vide in eod. *Ap. 9. Prog. 2. cap. 3.*

SCHOLION VII.

Quasitum est ex me an diaphanum illud atomum (de quo in *Analectis* ad quartam editionem meorum *Apiariorum*) sit figura hyperbolica. Respondi in re tantilla non esse locum figuræ nisi quam natura ipsa in arte format: sphaerulæ similem. Inaudiui de Mathematico quodam Siculo apud se diaphanillum id circumferre. Auctori mihi incomperio suam laudem, si se prodiderit, non inuideo.



§ XVII.

SCHOLION I:

De Geometrica applicatione iusta, & præcisa,
(sine deficientia, vel excedentia,) quæ Græ-
cis est *παράβολη*, Vnde etiam nomen sectioni
conicæ.

IN huius libri 6 utraq; antecedenti propositione 28, 29 quemad-
modum Philosophus Geometra docuit exercere applicationes
Geometricas cum defectu, & cum excessu, sic multo ante docue-
rat in lib. 1. propof. 44 applicationem præcisam, ac iustam, hoc
est ad datam rectam lineam applicare parallelogrammum æquale da-
to triangulo, quod scilicet non excedat datæ lineæ longitudinem, nec
ab ea deficiat. Ibi nos cum Proclo aliquam cognitionem Tyronibus at-
tulimus circa geometricam applicationem, atq; in fine § 1 ad eā 44
prop. Eucl. prodidimus vndenam proprium applicationis geometricæ
nomen, quæ Græcis est *παράβολη*, sectioni conicæ inditum sit, eius-
que sectionis ortum, & formam iudicavimus.

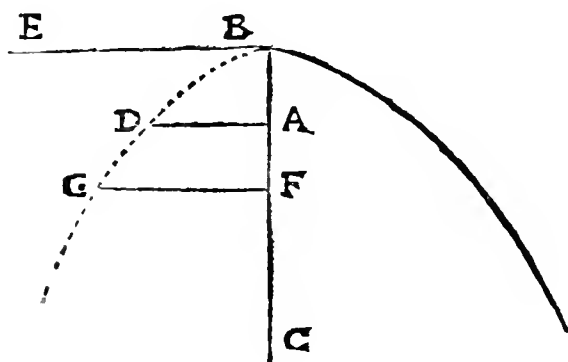
Neq; ibi ulterius circa parabolæ progressi sumus, nec ea ibi protu-
limus, quæ huc spectabant post cognitionem saltem linearum pro-
portionalium inveniendarum, quarum cognitio, & inventio nobis plu-
rimum usui fuit in antecedentibus applicationibus geometricis tam
deficientibus, quam excedentibus, ut vidisti, mi Tyro. Nunc locus
postulat ut reliqua ad applicationem geometricam absolutam spectā-
tia breviter hic exponamus, & fidem nostri polliciti ad 44 prop. lib.
1. opportunè absolvamur. Relege igitur à nobis dicta in § 1 ad cita-
tam 44 lib. 1. Quibus suppositis, esto hic —

§. XVIII.

— PRÆCIS I. GEOMETRICA —

— Li.

— Lineam iustę applicationis, siue latus rectum vel datę, vel describendę paraboles inueniendi.



Componentur ad angulum rectum in *A* duę rectę, altera indefinita *BC*, altera *AD* pro amplitudine maiori, et minori describendę paraboles. Deinde posita *BA* pro primā proportionali, inueniatur ipsi *AD* tertia proportionalis *BE* perpendicularis & ipsa in *B*. Ea est latus rectum, siue linea, ad quam applicata rectangula sub lateribus interceptis inter verticē paraboles & inter applicatas ad axem, velut sub *EB*, *BA*, sunt equalia quadratis applicatarum, velut quadrato ex *DA*; iuxta requisita ab Apollonio in prop. 11 lib. 1. Si data sit parabola, applicatis ad axem inuenietur eodem modo tertia proportionalis pro latere recto.

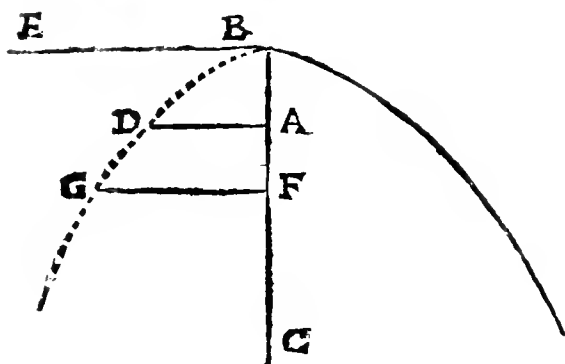
§. XIX.

P R A X I S II, Geometrica —

— Data linea iustę applicationis *BE*, parabolē *BDG* describendi.

H b h 2

Si.



S Ignetur axis BC quolibet punctis (quo crebrioribus, eo melius) A, F, & inter EB, BA, inter EB, BF inueniantur medix proportionales, ac perpendiculares axi, ipsa DA, GF; mixta à B per D, G ducta erit parabola. Sunt enim ab applicatis DA, GF quadrata equalia rectangulis ABE, FBE, iuxta proprietatem paraboles (à qua illi nomen) ex Apollonij proposit. 11. lib. 1, & 17 huius.

SCHOLION II.

C Vr ad rectos angulos in B, A, F aptemus rectas EB, DA, GF vide apud Eutocium ad 16 prop. lib. 1. Conic.

§ XX.

Praxis tertia geometrica parabolam describendi.

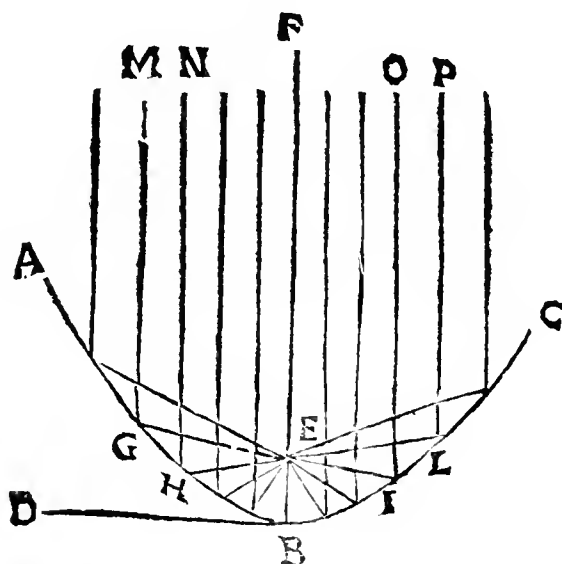
H Abes ex Apollonij propositione 20 lib. 1. iuxta animadversionem Eutocij ad eam. Vt enim linea BF ad BA, ita quadratum ex FG ad quadratum ex AD. Exposita ergo BC, & sumptis in eà quotcumq; punctis A, F, à quibus ad rectos angulos educantur AD, FG; & in AD sumpto puncto D magis, vel minus distante ab A pro modo describenda parabole; fiat vt BA ad BF ita quadratum ex AD ad quadratum ex FG; & per D, G leniter curuata erit parabolica linea.

§ 21.

§. XXI.

PORISMA, siue Praxis 4 Geometrica —

- Inueniendi focum, siue punctum vstorium, siue ad quod vnum reflectuntur rectæ omnes axi æquidistâtes in parabolen incidentes.



D At à parabolâ *ABC*, & recto latere *DE*, applicetur ad axē *BF* à vertice *B* ad punctum *E* (siue secetur à *B* ad *E*) quarta pars lateris recti; eritq; *E* punctum, ad quod vnum omnes axi *FB* parallelæ *M, N, O, P*, &c. incidentes in quolibet puncta paraboles *G, H, I, L* reflectuntur.

Admiranda hæc proprietas in parabola demonstratur à Vitellione lib. 9. Opticæ, propos. 41, 42, 43. Fiunt enim in punctis omnium incidentiarum ad contingentes anguli vtrimq; æquales incidentiæ & reflexionis.

Vide

Vide etiam huius propositæ hîc praxis, & proprietatis nostram demonstrationem breuem, ac facilem in Apiar. 7 Progym. 2 corollar. 3, & sequent. schol. post propositionem 4. Vide & analectum nostrum ad ea scholia in quarta editione Apiariorum nostrorum Mathematicorum.

S C H O L I O N.

Punctum E si quando in Apiarijs, aut, alibi appelletur: ex comparatione. intellige per similitudinem punctorum ex comparatione in hyperbola, & ellipsi, ad quæ vstiones fiunt. &c.

Hic satis est in E secare quartam partem lateris recti, sine comparatione ad BE vllius rectanguli. &c.

§. XXII.

COROLLARIUM II.

De vehementissima vstione non solum ad punctum E, sed etiam per lineam infinitam, &c.

Circa in antecedente praxi punctum E concursus omnium reflexionum in parabola appellarim focum hîc habes. Nam si pro lineis incidentibus, atq; parallelis accipias infinitos solares radios, ij ab omnibus concavi parabolici punctis reflexi ad vnum E; inibi vehementissime vrent. Quod & Vitellio cit. lib. 9, propositione extremâ docet, & experientia confirmat. Cæterum ultra vulgatum hoc punctum vstorium, habes etiam qua arte ex parabolicis speculis liceat eiaculari lineam radiosam infinitam in qualibet sui parte vehementissime vrentem, apud nos in cit. Apiar. 7, Progym. 3, propos. 8. Vide analectum ad eam in quarta editione Apiariorum.

§ XXIII.

SCHOLION III.

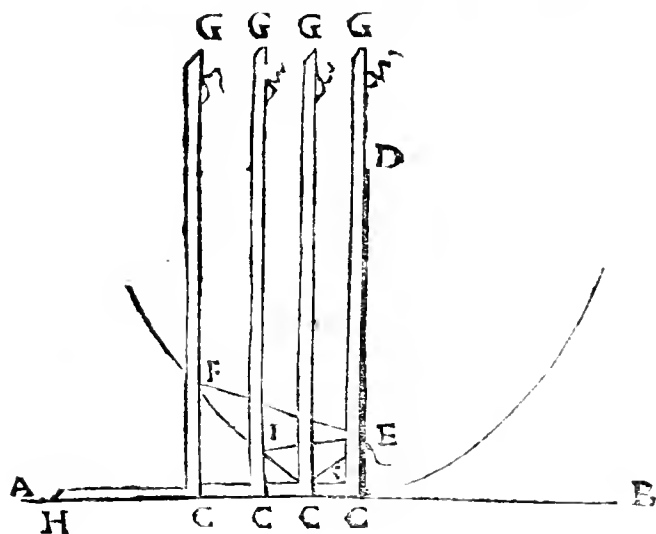
De Vestalium scaphijs, & Archimedis speculis
vstorijis, ac etiam de tubis parabolicis. &c.

Antiquarum institutionum cognitione præditi aliqui affirmant, præter ceteros, à Plutarco describi scaphia (quibus Vestales utebantur ad suum illum ignem accendendum à radijs solaribus purum) vasa è metallo specularia fuisse in turbinis formam excavata, quibus oppositis soli, & appposito fomite ad interius, & quasi medium in eis punctum, statim ignis emicabat. Affirmantq; non leuibus coniecturis fuisse ea vascula parabolicè intus elaborata. Miram parabolæ proprietatem de omnium axi parallelarum reflexionibus ad vnum punctum, atq; inde vires vstorias perfecti distantis in axe à vertice paraboles quarta parte recti lateris. Antiquis notas fuisse nullum est in vniuersa antiquitate vestigium. Primus eorum, quos legerim, arcanum id parabolicum publicæ agnitioni attulit Vitellio citat. in suis opticis. Quicumq; Archimeden aiunt vsu parabolicis speculis contra hostes in obsidione Syracusanâ, dininant, non probant. A nostro quidem Griembergero didici parabolica scaphia ita truncari posse, vt tubi quidam fiant, qui ignem nō intra se (vt a solet in speculis vstorijis) sed extra, & post se in puncto reflexis radijs communi accēdant. Cuius tubi formam vide apud nos in Ap. 7 progym. 2. propos. 1. & sequent.

§ XXIV.

Praxis 5, & organica describendæ paraboles ex
puncto applicationis, &c. seu foco. &c.

Ducta à indefinita AB , excitetur ad eam circa medium perpendiculariter in C recta CD lubitæ longitudinis, acceptoq; arbitrio



trario puncto E (magis, minusve à C distante pro modo describenda parabolæ) in eo figatur alterum fili extremum, à quò filum extendatur ad C, & ex C replicetur per E secus normæ (utroque latere congruente cum DC, CA, & appposito angulo recto in C) latus CG usque, exempli gratià, ad G, ibiq; neſtatur: tùm accepti ſtyli deſignatoriꝝ cuspis interponatur in C inter ſili replicationem, ac leuâ digitis utrūque normæ latus apprehēdentibus, & ſenſim ita mouentibus, ut latus CH ſemper congruat cum CA, eodem tempore dextera ſilum lateri CG leuiter ſtylo adpremat, ſenſimq; iuxta motum latus aſcendendo ſignet curuam S, I, F, quæ erit hyperbole, iuxta prædiſſa in praxi geometrica inueniendi puncti applicationis, atq; ſtroy, ad quod omnes, axi parallelæ, incidentes in parabolam, refleſtuntur. Vides enim in hac praxi normæ motu latus CG eſſe inſtar incidentium, & ſila FE, IE, SI eſſe pro reflexis ad idem comunine E. Vide in cit. Apiar. 7 aliter hanc praxim demonſtratam.

§. XXV.

SCHOLIION IV.

Cur in sectionibus conicis, & in alijs lineis non
rectis spectetur angulorum incidentiæ, &
reflexionis æqualitas penes rectam
contingentem.

EX occasione Vitellionis citati in antecedentibus, ac demonstratis incidentes in parabolam, & parallelas axi FB reflecti omnes ad E, hoc est incidentes, & reflexas esse brevissimas ad E, quia eunt per angulos æquales incidentiæ, & reflexionis ad rectas parabolam contingentes; si quæras cur non accipiat quantitatem, siue æqualitatem angulorum in sectione parabolica, sine respectu rectarum contingentium, quæ nullæ sunt; habes vnde tibi respondeas, ac, si philosophus intelligens, atq; ingenuus es, etiam satisfacias ex ijs, quæ nos docuimus pro Antiquis, & ex Antiquis geometricæ philosophiæ Magistris, to. 1. *Ærarij* nostri ad prop. 15 lib. 1. *Elem.* § 6, & 7, & ad propof. 20, § 2; & in *Apiar.* 7. progym. 1, propof. 1 Corollar. 3, & 5. & progym. 2. corollar. 3 post propof. 4. & in *Ap.* 10. Progym. 2. Schol. 2, post propof. 1. Pariter Apollonius demonstrat lib. 3 propof. 48 æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis in circulo, ellipsi, hyperbola respectu contingentium eas curvas, & mixtas lineas &c. propter ea quæ protulimus nos in ante cit. *Ærar.* & *Apiar.* Quibus appone *Analectum* 17 in fine quartæ editionis nostrorum *Apiariorum*. Ea lege, atq; intellige, ne dum Antiquos doctores damnare audeas, publicis sæculorum irrisionibus te exponas, & appareas temere damnare quæ non intelligas. &c.

§. XXVI.

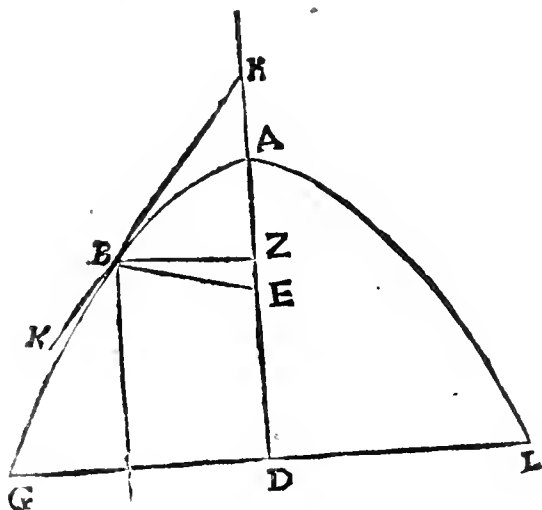
SCHOLIION V.

Indicata hallucinatio Vitellionis, & Orontij
circa latus rectum, & punctum vstorium in pa-

rabola, pro vitando magni momenti errore practico.

Mode-
stia, &
aquis
in alie-
nis.

PUleherrimum id inuentum Vitellionis de reflexione ab omnibus punctis parabole ad vnum punctum E, & plura alia in eo Authore praeclara ita eius eximiationem, & famam doctrina tuentur, vt nihil ei possit officere, si quando alicubi minus peruiderit. Ac nos dum magnorum Authorum hallucinationes prodimus non id agimus vilificandi studio, sed vt publico scientiarum bono, praesertim apud Tyrones, provideamus. Habetque Lectorum equa posteritas à nobis exemplum hic, atq; alibi apud nos, eius æquitatis, quā nos etiam nobis in humanis nostris lapsibus optamus, ac pollicemur ab æqua posteritate.



Igitur ad calumniae suspicionem vitandam, Vitellionis verba sunt, lib. 9. prop. 40. Quadratum lineæ perpendicularis BZ est æquale ei rectangulo, quod fit ex ductu lineæ ZA (quæ est pars diametri AD, interiacens ipsam perpendicularem BZ, & peripheriam sectionis) in lineam LG, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo, per 17 prop. 6, proportio lineæ LG ad lineam ZB, sicut ipsius AB ad lineam ZA. Hoc autem simili iter demonstratum est ab Apollonio Pergæo in lib. de Conicis elementis. Et prop. 41. seq. Sectio parabolica LABG, &c. cuius latus rectum LG, &c.

2 Verum quidem est ab Apollonio demonstrari quadrata applicatarum ad axem parabole esse equalia rectangulo comprehenso sub partibus axis interceptis inter applicatas, & inter verticem paraboles, & sub latere recto; at Apollonius nunquam posuit pro latere recto basim sectionis, siue maximam applicatarum, ac duplicatam, ipsam nempe GL.

Latus rectum parabole est linea certæ longitudinis, atque inuaria. Quid lata, iuxta quam possunt applicatæ quantumvis crescant cum productio- tus rectu- ne sectionis etiam in infinitum. At producta sectione GAL, ampliatur in para- etiam quantitas basis ultra longitudinem ipsius GL. bolu.

3 Punctum vistorium E debet esse idem, atque immotum, etiam si sectio, seu vas parabolicum ampletur. Ab omnibus enim punctis vasis parabolici, ampliati etiam ultra diametrum GL, reflexiones omnes fiunt ad idem E. Quod si fiat sectio in axe iuxta quartam partem basis GL, producta sectione GAL, erit basis amplior quam GL. Igitur, iuxta Vitellionem, si secetur axis AD ad quartam partem amplioris, quam GL, punctum vistorium caderet infra E. Ergo duo sunt puncta vistoria, unum in E ex quarta parte ipsius GL, alterum infra E ex quarta parte amplioris, quam GL; immo tot erunt vistoria puncta quot bases minores, vel maiores possunt duci parallele ipsi GL; nam puncta vistoria sunt quartæ partes basium sectionis parabolice iuxta Vitellionem.

4 Inuenio igitur verol latere recto, idest ipsis AZ, ZB tertia proportionali, quæ semper eadem est, iuxta antedicta, & facta sectione in E quartæ partis lateris recti, erit semper idem E, ad quod omnes incidentes in sectionem, & parallele axi, reflectentur ab omnibus punctis sectionis.

5 Quid multis? Bonus Vitellio in præclarissimo suo inuenio de- betur locum mirifici effectus, quem per se videtur. Nam propter antedicta, si ad quartam partem basis, siue duplicata applicatæ GL fiat sectio in E, non consequetur vizio in E, propter dicta in num. antec. 3, quod non est iuxta quartam partem lateris recti. Quoniam igitur en- habuimus tanti est momenti ad præxiem in gnem fallaciter exer- cendam, id est dissimulandam non est, ac plura alia in hanc rem dicenda omisi, ne videar potius Autorem premere, quam veritatem exprimere. Habent Numi hic, atque alibi apud nos exemplum, à quo Monitum discant agnoscere nobis tyrombus, si quando labamur, dum vident do- ad modo- trissimos Autores, inter quos ne controversia est Vitellio, aliqua- biam, & do etiam ipsos humana pati, hoc est etiam in opticiis (quæ perscripsit in ali- Vitellio) lippire. nus.

Post Vitellionem Orontius in libello de speculo vstorio in eandem cum Vitellione supradictam hallucinationem incidit, licet valde & ipse laudandus sit in quamplurimis alijs mathematicè inuentis.

¶ Videant qui libenter exercent criticam censuram in aliena (nobis libentibus ad hæc odiosa non satis est otij) an Vitellionis & Orontij demonstrationes de falso, & vago puncto vstorio, sint paralogismi. Interim de vero, ac certo puncto vstorio distante à vertice paraboles in axe per quartam partem lateris recti inuariati, & iuxta conica elementa explicati, habes apud nos breuem, ac perfacilem geometricam demonstratorem in corollario tertio progym. 2. Apiar. 7.

§ XXXVII.

P R A X I S VI—

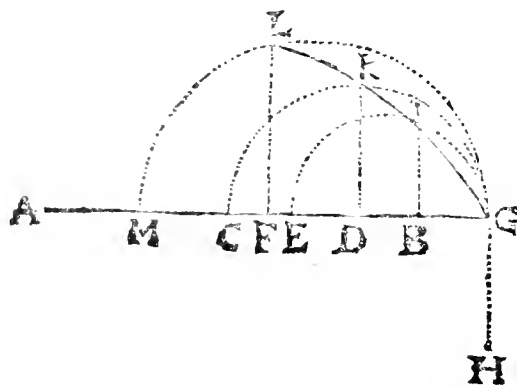
— Describendi geometricè parabolen.

Iungantur ad rectum in G rectæ occulta HG lubitæ magnitudinis pro latere recto, & GA indefinita pro axe describandæ parabolas. Sumantur in AG quotlibet puncta F, D, B, & intervallo G-

H fiant ex F, D, B sectiones in M, C, E, ac describantur occulti semicirculi EIG, CKG, MLG tangentes se in G

Erigantur occultæ perpendiculares ex F, D, B pertingentes ad semicirculos in L, K, I. Dico mixtam leniter curuatam, ac ductam à C per I, K, L esse parabolē. Sunt enim, per 13 huius, perpendiculares BI, DK, FL mediæ proportionales

inter GB, BE; inter GD, DC; inter GF, FM hoc est inter partes axis interceptas inter verticem G, & inter ipsas perpendiculares, & inter la-



latus rectum, cui æqualia facta sunt segmenta FM, DC, BE; ergo sunt FL, DK, BI ordinatim actæ ad axem paraboles. &c. iuxta antedicta ex Apollonio. &c. ex Apiarijs. &c.

In alteram etiam partem transferenda praxis erit pro complenda parabola.

SCHOLION VI.

Licebit fortasse similem in modum hyperbolen, & ellipsim describere per medias proportionales, quarum quadrata excedant reſt angula sub interceptis, & sub latere recto, vel deficiant, &c. Preſtimus, ſequatur ſi cui plus otij, atq; ingenij, quam nobis.

§. XXVIII.

SCHOLION VII.

De Aliis paraboles descriptionibus, —

Quas vide in citato Apiario 7. Hic trium ſectionum conicarum (ex vſibus propoſ. 28, 29 huius, & 44 lib. 1) ſaltem aliquas Tyronibus deſcriptiones appoſuimus, in quibus ad praxim adducerent inuentiones proportionalium linearum, quas in proximè antecedentibus huius lib. 6 propoſitionibus abundè didicerunt. Nomine praxeon hic vt plurimum inſcripſimus antecedentes eas operationes, in quibus aliquid ſupponitur extra Euclidem, propter rationes, & exempla Geometricorum ſcriptorum non ſemel allata in to. 1 huius Ararij.

§XXIX

SCHOLION VIII.

De motu proiectorum parabolicè inflexo.

Car-

Cardanus de elementis libro 2. paginà 96 in impressione Lugdunensi anni 1580 primus aduertit, & prodidit motum illum parabolicè inflexum in proiectis. Quare mirandum est quà cōfidentia aliqui post Cardanum id inuentum sibi usurpent tamquā proprium. Nec verò demonstratiuè docetur ille inflexus motus tamquam præcisè parabolicus, sed cōiectatur ceu parabolicus. Quicumq; igitur putant se geometricè demonstrasse aliquam circa eius motus figuram tamquam parabolicam, habent infirmum, idest non demonstratiuè firmatum, fundamentum suarum theoriarum.

§ XXX.

SCHOLION IX.

De Ellipsi, Hyperbolà, Parabole apud nos etiam in numeris medijs proportionalitatum Geometricæ, Arithmeticæ, Harmonicæ.

Vide nos ad propos. 5. lib. 2. pro ornatis propositionibus 28, & 29 huius, & 44 libri 1.

XXXI.

MORALIA

E triplici genere geometricæ Applicationis.

Quemadmodum Geometrica Philosophia suas habet applicationes, excessus, & defectiones sic & moralis Philosophia. Illa ad intellectum, hæc ad voluntatem. Propos. 44 lib. 1. Ad datam n. &c. dato triangulo equale parallelogrammum $\pi\alpha\rho\alpha\beta\alpha\lambda\epsilon\iota\varsigma$, applicare scilicet nec excedens, nec deficiens a quantitate data rectæ unde geometrica $\omega\alpha\alpha\beta\alpha\gamma$. Prop. 2 § huius: Ad datam, &c. dato rectilineo æquale parallelogrammum deficiens, &c. applica-
re

cum sectionis conicæ diameter incidit producta in latus conî vel intra, vel extra conum; hoc est cum *AG* non est parallela lateri conî, sed continet cum eo latere spatium excedens duos rectos, & producta ad partes *A* comcidit cum latere conî extra conum, &c. tunc, ex Eutocio, appellatur hyperbola; cum spatium inter latus conî, & inter *AG* deficiat à quantitate duorum rectorum, & *AG* producta ad partes *G* coincidit cum latere conî inferius producto, ellipsis dicitur, iuxta Eutocium. Igitur conî latus est linea, iuxta quam parallelas est parabola, à qua recedens & spatium amplificans est hyperbola, ad quâ accedens, & spatium imminuens est ellipsis; utraq; recedens à rectis per excessum, & per defectum. Quæ symbola sunt virtutum à virtutis rectitudinem recedentium deficiendo, vel excedendo. Atq; ut per *A* unica tantum lateri conî parallela duci potest, plures verò à latere conî recedentes, & ad latus conî accedentes, sic (ait Philosophus in cap. cit.) peccare multis modis possumus: malum. n. est infiniti, ut Pythagorici coniectabant, bonum autem finiti: rectè agere vno verò modo tantum licet: atq; idcirco illud facile, hoc difficile est: facile siquidem est à scopo aberrare, sicut ipsum attingere difficile.

Unicum
virtutis
medium,
plures vi-
tiorum
excessus,
& defe-
ctus à
medio.
&c.

Est tamen etiam in parallelismo rectæ *AG* ad latus conî sua quadam amplitudo, ac varietas. Nam per plura puncta supra, & infra *A* duci potest parallela lateri conî. Non aliter virtutis medium inter extrema vitiorum licet sit indivisibile, determinatum, ac summum, si rei

Mediū
virtutis
quod ad
circum-
stantias
non vari-
at.

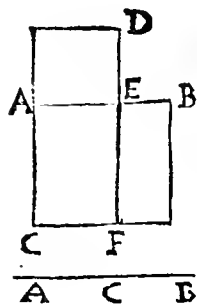
medium accipitur, ut ibi docet philosophus, tamen quatenus medium virtutis accipitur quod ad nos, habet suam latitudinem. Affert exemplum in temperantia, cuius virtutis medium respectu robustiorum, vel minus robustorum hominum varium est in cibi quantitate, licet varietas, & materia pro varia edentium indigentia semper sit rectæ rationis quasi lineæ parallela. Vide ibi Philosophum. Et reuise, quæ ad hanc rem faciunt apud nos in 1. tom. Aerarij huius, § 2 ad axioma 8. & § 6 ad defn. 23.

In Geo-
metria
usus est
etiam hy-
perboles,
& ellip-
seos, in mo-
rali usus
est tantū
parabo-
les.

In Geometrica Philosophia non solum paraboles sed & ellipseos, & hyperboles usus, ac præstantiæ plurimæ sunt, ut apud nos vidisti in antecelentibus ad has 28, & 29 propos. & in 1. tomo ad definitionem de lineæ; at in Morali Philosophia, & in actionibus humanis solius paraboles, hoc est virtutis, & comparationis ad rectam prudentiæ, rectæq; rationis lineam, usus, & laus est, ut cum felicitate viuamus. Extremorum vitiorum per excessum, & defectum perniciēs est animis prauis importata cum extrema infelicitate. Itaq; stude, mi Lector, ad solam te virtutem $\omega\alpha\pi\alpha\beta\alpha\lambda\epsilon\upsilon\nu$, comparare, atq; applicare.

Propof. XXX. Probl. X.

*Datam rectam lineam terminatam extrema
ac media ratione secare.*



O Porteat datam terminatam A-
B extrema, ac media ratione
secare.^a Describatur super A-
B quadratum BC, b appliceturq; ad A-
C parallelogramum CD æquale qua-
drato BC, excedens figura AD simili
BC quadrato, quæ quadratum erit. Et
quia BC ipsi CD æquale est, si commu-
ne CE auferatur; erit reliquum BF re-

a propof.
46.1.
b propof.
29.6.

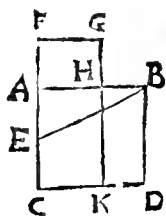
liquo AD æquale; sunt vero & æquiangula; c latera ergo
ipforum BF, AD reciproca sunt circa æquales angulos: est
ergo ut FE ad ED, ita AE ad EB: & est FE ipsi AC, hoc est,
ipsi AB æqualis, & ED ipsi AE; quare est ut BA ad AE, ita
AE ad EB: d maior est autem AB quam AE; maior ergo &
AE, quàm EB. Est igitur recta AB extrema, ac media ratio-
ne secta in E, & maior portio est AE. Quod oportuit fa-
cere.

c, propof.
14.6.

d propof.
14.5.

SCHOLION I:

Propositionis 14 libri 5 (citata ab interprete in margine prae-
cedentis proposit. 30 huius) veritatem, quasi lemmatis, vide in
numeris expeditam in 3. To. hu. Arar. Et verò constet veritas secundæ
demonstrationis hic apud Eucl. ubi aliter demonstrat hanc 30, accipe
hic propositionem 11 lib. 2, translata in suum locum, ubi inseruit,
& inseruet etiam vsibus, & praxibus apud nos, ut paullo inferius vi-
debis; in 2 verò libro otiosa est.

Aliter I.a *propof.*

46.6.

b *propof.*

10.1.

c *prop.* 2.

1.

d *prop.* f.

46.1.

e *propof.*

6.2.

f *propof.*

47. 1.

g *def.* 27h *def.* 27.

S It data recta AB, quam oporteat ita secare, vt quod ex tota, & vna partiũ fit rectangulum, æquale sit, ei quod ex altera parte fit quadrato. ^a Describatur ex AB quadratum ABCD, & ^b biseccetur AC in E, iungaturq; BE, producat CA in F, sitq; EF ^c æqualis rectæ BE. ^d constituatur

super AF quadratum FH, & producat GH in K. Dico rectam AB in H sectam esse, vt AB, BH contentum rectangulum æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Cum enim recta AC biseccata sit in E, eiquè adiecta in directum AF, ^e erit CF, FA contentum, cum eo quod fit ex AE, æquale illi quod fit ex EF, sunt autem EF, EB æquales; ergo CF, FA contentum, cum eo quod fit ex AE, æquale est illi, quod ex EB quadrato: sed ei, quod ex EB ^f æqualia sunt, quæ ex BA, AE quadrata (rectus enim est angulus ad A) ergo quod CF, FA continetur, cum illo, quod ex AE quadrato, æquale est illis, quæ ex BA, AE quadratis. Commune quod ex AE auferatur, reliquum ergo, quod CF, FA continetur, æquale est ei, quod ex AB quadrato. Est autem CF, FA contentum ipsum FK (g nam AF, FG sunt æquales) Quod autem fit ex AB, est AD quadratum: ergo FK, AD sunt æqualia. Commune AK auferatur, eruntq; reliqua FH, HD æqualia. Est autem HD quod AB, BH continetur ^h (sunt enim AB, BD æquales) FH autem est quod fit ex AH quadratum. Ergo quod AB, BH continetur rectangulum, æquale est quadrato, quod ex AH. Recta ergo AB secta est in H, vt quod AB, BH continetur rectangulum æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Quod facere oportebat.

SCHOLIION II.

Veritatem expeditam 6 prop. lib. 2 citata in margine ab interprete, vide in numeris in 3 To. hu. Ar. quasi lemmat. &c.

Aliter II.

OPorteat rectam AB extrema, ac media ratione secare: fecetur AB in C, vt quod AB, BC continetur æquale sit ei, quod ex AC, quadrato. Cum ergo quod AB, BC cōtinetur æquale sit ei, quod ex AC fit, quadrato, ferit vt AB ad AC, ita AC ad CB. Est ergo AB extrema, ac media ratione secata. Quod oportuit facere.

c propof.

11.2.

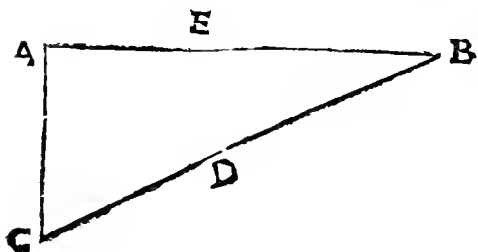
f propof.

17.6.

§ I.

PROBLEMA I, in quo

Praxis compendiaria geometricè, ac demonstratiuè secandi datam rectam extremà, & medià ratione.



SIt AB secunda media, & extremà ratione.

Ab altero eius extremo A educatur perpendicularis AC æqualis dimidiæ ipsius AB. Iungatur CE: ex C, intervallo ipsius CA secetur in D iuncta

CB. Intervallo reliquæ partis DE secetur ab alterutro termino B in E data AB, quæ in E erit secata medià, & extrema ratione. L. demonstra.

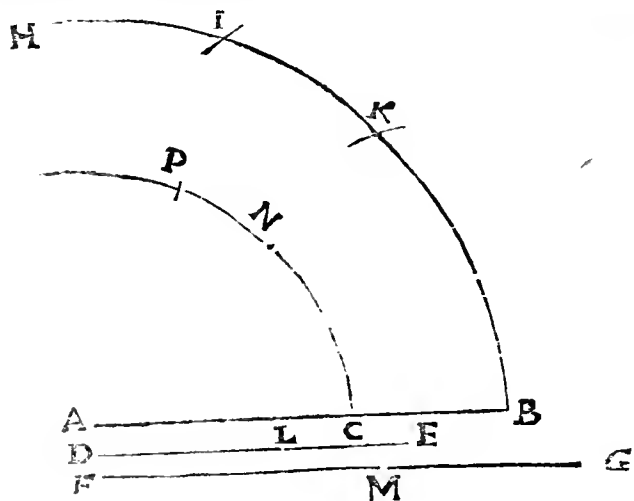
tionem huius praxis habes è secunda demonstratione Euclidis, quæ habet ad hanc propof. 30, & ex propof. 11 lib. 2. hic ad vsum antepofitâ.

Est enim hæc praxis compendarius vſus conſtructionis eiufdẽ propof. V ide in anteced. figuram Euclidis, & confer cum figura noſtræ huius praxis, atq; in hac agnoſce illius breuiora veſtigia.

§. II.

PROBLEMA II, in quo

Praxis ſecunda demonſtratiua ex vnica linea diuiſa ſecundum mediam, & extremam rationem quotlibet alias datas ſiue maiores, ſiue minores facilè, ac demonſtratiuè ſecare ſecundum mediam, & extremam rationem.



Sit recta AB diuiſa in C media, & extrema ratione iuxta antecedẽs problema, & ſint quotlibet aliæ ipſâ AB minores, vt DE , vel maiores,

iores, ut FG secunda media, & extrema ratione.

Alterutro ipsius AB extremo A facto centro, intervallo totius AB signetur arcus etiam ultra quadrantem, si lubeat, vel sit opus, sitq; BH.

Pariterq; centro A, & intervallo segmenti AC ducatur alter minor arcus CP etiā ultra P. Deinde accipiatut utriuslibet secunda puta minoris, longitudo DI, & centro B fiat sectio arcus maioris BH in K. Apposita deinde regula ad puncta A, K, notetur ubi ea secabit in N minorem arcum CP: mox accepto intervallo CN, & facto centro alterutro extremo D linea proportionaliter secunda, fiat sectio in L, eritq; DE secta in L media, & extrema ratione.

Pari ratione intervallo maioris secunda FG fiat ex B sectio maioris arcus in I. Apponatur regula ad A, I, quae secabit minorem arcum in P. Intervallo CP ab alterutro extremo F fiat sectio in M. Eruntque FG secta in M media, & extrema ratione. Demonstratio patet ex 4. huius. Ductis enim rectis ex A per NK, PI, sunt triangula, quorum latera proportionaliter secantur in P, N, C; I, K, B, &c. Ac ut AC ad AB, sic CN ad BK, idest DL ad DE, & CP ad Bⁱ, idest FM ad FG. Indico fontes, e quibus tu minutiores riuulos probationum diducas, iuxta 4 prop. hu. li. 6. applicatam iam non semel vsui tui cini proportionum.

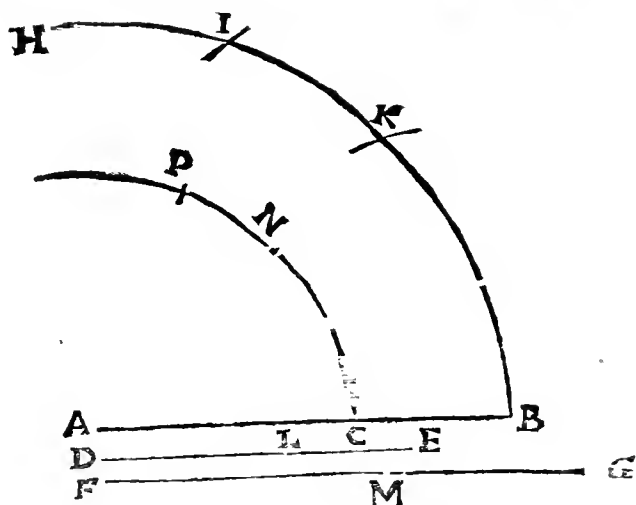
§. III.

COROLLARIUM I.

Rectae lineae sectae extremā, & mediā ratione
sunt omnes in eadem proportionem.

Haec propositio, quae per plures ambages demonstratur tum ab Euclide prop. 7 apud Commandinum, secundā apud Clavium, in lib. 14 Elem. sed in li. 13 apud Maurolicum, proposit. 7. tum à Pappo lib. 5 prop. 44, brevissimè, ac facillimè apud nos tamquam corollarium deducitur, ac demonstratur è probl. 2 antecedenti, eritq; vsui in sequentibus ad hanc 30 proposit. Eucl.

Sectis enim AB, DE mediā, & extremā ratione in C, & L ex anteceden-



ecedenti problemate, si fingas ipsam DE applicatam sub arcu BK, & ductà rectà imaginarià AK, facta duo triangula æquiangula ACN, ABK, erit vt AC, maius segmentum rectæ AB, ad CN (æquale ipsi DL) maius segmentum ipsius BK (æqualis ipsi DE) sic tota AB ad totam BK, & permutando vt maius segmentum AC ad totum AB, sic maius segmentum CN (idest DL) ad BK (idest DE) totam; & aliter comparando totas cum minoribus segmentis, & partes cum partibus; componendo, diuidendo, &c. ergo sunt in eadem, siue ijsdem proportionibus prædictæ, atq; aliæ omnes rectæ sectæ mediâ, & extrema ratione.

§ IV.

L E M M A I.

Si recta linea extrema, & mediâ ratione secetur, apponaturq; ei linea æqualis maiori segmento, tunc & tota recta lineâ extremâ, & mediâ ratione secabitur, & maius segmentũ

erit

erit ea, quæ in principio, recta linea. Et è con-
uerſo. &c.



S It recta AC in puncto D extrema, & mediâ ratione ſecta, & maius ſegmentum DC, cui æqualis apponatur CB. Aio tunc quod & tota AB extrema, & mediâ ratione ſecatur in puncto C, & quod maius ſegmentum eſt AC. Quod ſic oſtenditur. Nā AC ad ipſam CD, vel CB, eſt ſicut CD, vel CB ad ipſam DA, ex hypotheſi; & conuerſim CB ad ipſam AC, ſicut DA ad ipſam CD; & coniunctim BA ad ipſam CA, ſicut AC ad ipſam CD, vel CB. Quod eſt propoſitum.

Quod ſi ſit AB in puncto C ſecta extrema, & media ratione, & maius ſegmentum ſit AC, de quo abſcindatur CD æqualis CB, tunc AC in puncto D ſecabitur extrema, & media ratione, & maius ſegmentum CD. Nam AB ad ipſam AC, ſicut AC ad ipſam CB, vel CD, & ideo, per decimam nonam quinti, ſic erit BC, vel CD ad ipſam AD. Quod eſt propoſitum.

SCHOLIION III.

Lemma præcedens eſt propoſitio 5 lib. 13 apud Euclidem, & eius conuerſum (præter antec. ex Maurolyco.) eſt etiam apud Commædinum in Comment. ad eam propoſitionem 5 lib. 13. Nos iſſiam ſatis vulgatis omiſſis, oppoſuimus ex Maurolyco, quæ eſt apud eum 5 propoſitio in primo libro, ex tribus, in quos compendioſius, ac facilius, quam Euclides, coegit libros elementares 13, 14, 15. Facit pro Tyronibus dum ſupponit tantum aliquas definitiones, ac unicam propoſi. 5. quas in numeris habes apud nos in promptu, in 3 To. hu. Aer.

§. V.

PROBLEMA, & Praxis III.

Datam rectam lineam in infinitum vel imminuere, vel augere ita, ut in omni auctione, vel imminutione facillimè sēper fiat sectio mediā, & extrema ratione.



Data sit AB , quæ primo secta sit in C media, & extrema ratione, siue proportionaliter, ut AB ad AC , ita AC ad CB . Quæ per partes minores, ac minores semper extrema, & media ratione imminuetur sic. Intervallo minoris segmenti CB secetur maius segmentum AC in D (siue ad praxim expeditorem, replicetur CB ex C in D) eritq; ipsa pars AC secta proportionaliter in D ; & D (quod erat totius AB segmentum minus CB) erit ipsius AC segmentum maius. Rursus ipsius AC segmentum minus AD replicetur ex D in E ; erit pars DC secta proportionaliter in E ; & DE , quod erat ipsius AC minus segmentum AD , erit ipsius DC maius segmentum. Ac sic deinceps replicando segmenta minora supra maiora in infinitum, fient maiorum segmentorum sectiones proportionales, & segmenta minora fient maiora in sectionibus maiorum, iuxta exempla allata per vltiores semper imminutiones.

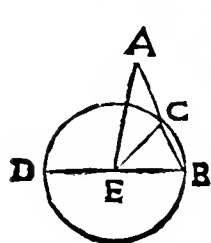
Quod attinet ad auctiones: sit DC , secta primo proportionaliter in E ut CE ad ED , ita ED ad DC . Maius segmentum DE apponatur ex D ipsi CD in directum, fiatq; auctio in rectam AD , quæ erit secta proportionaliter in D , & segmentum AD , quod erat maius (nempe ipsum DE in ipsa DC) erit iam minus in aucta AC . Rursus ipsius AC segmentum maius DC apponatur ex C ipsi CA in directum, fiatque noua auctio in rectam AB , quæ erit secta proportionaliter in C ; & segmentum CB , quod erat maius (nempe ipsum CD in ipsa CA) erit iam minus in aucta AB . Ac sic deinceps explicando segmenta maiora in directum per infinitas auctiones, fiēt sēper sectiones proportionales maiorum, ac maiorum linearum auctarum.

Demonstratio utriusq; operationis in hoc 3 problemate patet ex antecedenti Lemmate. 1. & c.

§. VI.

LEMMATA II.

Si sexanguli, & decagoni in eodem circulo descriptorum latera componantur, composita tota extremà, & medià ratione secatur, & maius segmentum est ipsius sexanguli latus, & è conuerso. &c.



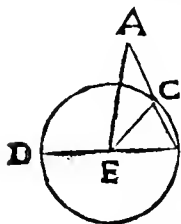
V T si in circulo DCB descripto latus decagoni sit CB, cui adnectatur in rectū CA latus hexagoni in eodem circulo descripti, cuius diameter DEB, cētrūq; E. Aio quod AB in puncto C extremà, & medià ratione secatur, & maius segmentum AC est latus hexagoni. erit enim angulus DEC duplus ad angulum ECB, per 32 pri. & angulus ECB duplus ad angulum A. Sed idem angulus DEC quadruplus est ad angulum CEB, per vltimam sexti (*vide schol. seq.*) Igitur anguli A, & CEB æquales, & idcirco triangula AEB, BCE inuicem æquiangula, & similia. Quare sicut est AB ad ipsam BE, hoc est ad ipsam CA, sic erit BE, vel AC ad ipsam CB. Atq; ideo AB in puncto C extremà, & medià ratione secatur. Quod erat demonstrandum.

Quod si lineæ extremà, & medià ratione diuisæ maius segmentum sit latus hexagoni in aliquo circulo descriptis tunc minus segmentū erit latus decagoni in tali circulo clausi. Item si minus segmentum ponatur latus decagoni, tunc maius erit latus hexagoni eiusdem circuli. Quæ sunt quasi conuersæ præcedentis. &c.

SCHOLION IV.

P Ræcedens propositio est 9 libri 13 Eucl. quam habes, mi Tyro, opportunè ad finem huius li. 6. ab interprete Lantzio, nos hic eam

dedimus cum suis quasi conuersis ex Maurolyco breuitatis simul, & copia, ac varietatis gratia. Dum vero ait: idē angulus DEC quadruplus est ad angulū CEB, nos sine 33 prop. hu. 6. li. si lubeat pro Tyronibus in numeris indicabimus, posito angulorū quantitātē apud Astro-



nomos, & Gnomonicos spectari ē numero gradū arcūs subtendentis angulum, à quo tamquam centro ductus sit. Cum ergo recto angulo subiendatur arcūs quadrantis grad. 90, & duobus rectis arcūs semicirculi grad. 180, & decagoni latus, iuxta sonum nominis, subtendat decimā partem totius peripheriæ grad. 360, idē arcus CB sit grad. 36, qualium est 180 semiperipheria DCB, ergo detractis 36 grad. arcūs CB ex 180 totius DCB, remanet arcus DC anguli DEC grad. 144, qui numerus est quadruplus numeri 36, idē angulus DEC quadruplus anguli CEB.

§. VII.

L E M M A III.

Si latus hexagoni secetur extremā, & mediā ratione, erit maius segmentum latus decagoni inscribendi circulo, cuius semidiameter est latus hexagoni sectum mediā, & extremā ratione.

Hoc Lemma mox expediemus nos facilius, quā Maurolycus, ex lemmate § 4, & Problemate § 5, sic. Finge latus esse hexagoni AC, & iuxta anteced. lemma, adiectum esse latus decagoni CB, ita ut tota AB secta sit in C ex-



tremā, & mediā ratione. Replicetur, iuxta probl. § 5 anteced. CB in CD, erit per lemma § 4, AC secta in D mediā, & extremā ratione, & maior portio DC æqualis, per constructionem, lateri decagoni CB.

§ VIII.

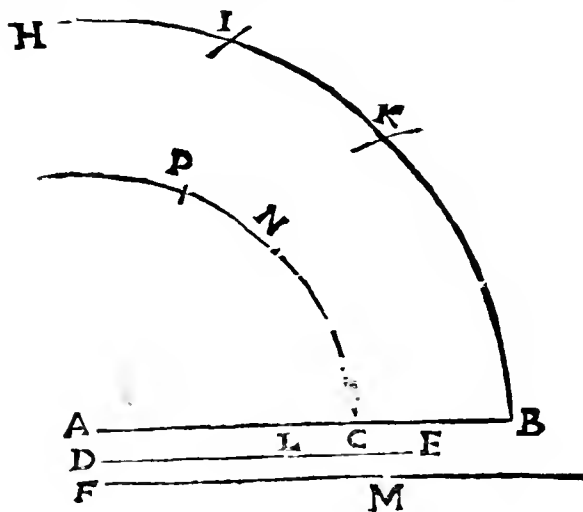
PROBLEMA V.

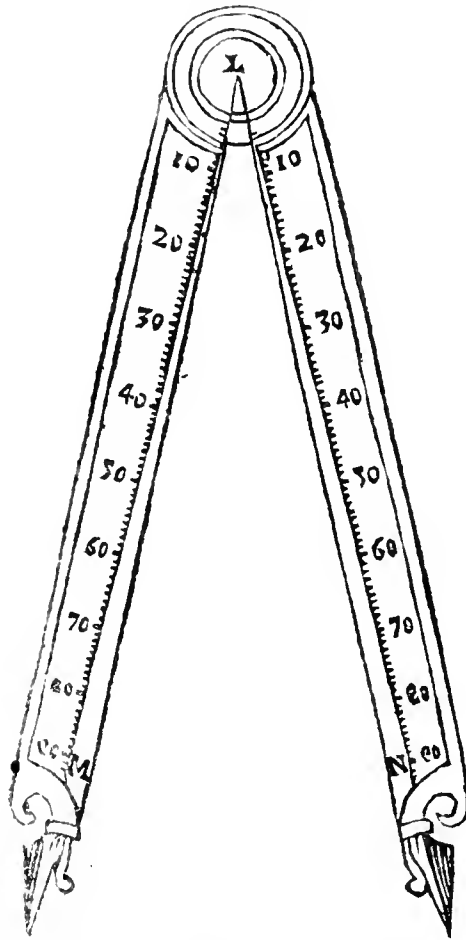
E circino proportionum expeditissimè datam
rectam media, & extremà ratione
secare.

Quemadmodum in praxi 2 ex antecedentibus, quæ purè geo-
metrica est, è semel vnà proportionaliter diuisà lineà quot
cunque aliæ proportionaliter diuiduntur, ita si semel pro-
portionaliter diuisam vnā lineam transferas in vtrun-
que latus circini proportionum, poteris ex vnica illà vnica lineæ pro-
portionali diuisione diuidere proportionaliter quotlibet datas (vt mox
videbis) expeditius, quàm per antecedentes modos geometricos. Atq;
hic quidem organicus è circino proportionum geometrico demonstrati-
uæ solertiæ fundamentum iicitur.

Nam etiam sine translatione sectæ proportionaliter lineæ in vtrū-
que latus circini proportionum, latet arcanum hoc compendium geo-
metricum in ea circini facie, inquam translati sunt gradus 90 qua-
drantis; est enim vtriusque lateris lineæ LM, LN ab L ad 60 diuisa,
in numero 36 secundum mediam, & extremam rationem, vt mox
demonstrabo.

Itaque da-
tam ver gra-
tia FG sectu-
rus media
& extrema
ratione, acci-
pe illius quā-
titatem, eam-
que interpone
inter 60, &
60, diductis
cruribus cir-
cini MLN, sed
que immota
manente didu-
ctione





Et tunc, accipe interval-
 lullum inter 36, &
 36, eoq; ab alteru-
 tro data extremo *F*
 fac sectionem in *M*,
 eritq; *FG* secta in
M mediâ, & extre-
 ma ratione. Demõ-
 stratio huius opera-
 tionis patet è lem-
 mate 3 præcedenti
 in § 7. est enim *FG*
 pro latere hexago-
 ni, & maius segmẽ-
 tum *FM* latus deca-
 goni. Nam posita
 circuli peripheriâ
 graduum 360, eaq;
 per 6 diuisâ, latus
 hexagoni circulo in-
 scripti subîdit gra-
 dus 60, & per 10
 diuisâ eadem peri-
 pheriâ, latus deca-
 goni subîndit gra-
 dus 36 (atq; habes
 in circulo *LMN* re-
 ctas subîedentes et-
 iam vsq; ad gradus

90 nempe integri quadrantis) ideo habes ab *L* ad 60 latus hexagoni
 diuisum proportionaliter ab *L* ad 36, idest à latere decagoni.

Vt ergo ab *L* 36 latus decagoni ad 60 latus hexagoni, & c. sic inter-
 uallum inter 36, & 36 ad intervalum inter 60, & 60, idest *FM* ad
FG, & c.

§ IX.

SCHOLIION V.

Geo.

Geometrica philosophatio cum paradoxo dissolutoria oppositionis Arithmetice contra operationem anteced. § 8.

Quoniam igitur hexagoni latus 60 diuisum est media, & extrema ratione à decagoni latere 36, estq; secti 60 maius segmentum 36, minus 24, erit quadratum ex maiore segmento aequale rectangulo sub tota 60, & minore segmento 24, per 17 huius. Est autem in numeris rectangulum siue productum è 24 in 60 numerus 1440. erit igitur & quadratum rectangulo aequale nempe ex ductu lateris decagoni 36 in se. At hoc non est. nam 36 in 36 ducta produciunt 1296. Quis autem non videt non esse aequale quadratum 1296 rectangulo 1440? Ergo ex tuo istoc circino proportionum, inquit Tyro, prauè secasti datam FG in puncto M pro media, & extrema ratione; ac latus hexagoni non secatur à latere decagoni extrema, & media ratione.

Respondeo primo. Angustia sunt inter duas sibi oppositas demonstrationes, quarum neutram non est possibile negari. Nam Geometrica demonstratio in anteced. § 7 non patitur dubitationem, ab eaque patet latus hexagoni secari à latere decagoni extrema, & medià ratione. Oppositè tamen, demonstratio arithmetica est, quadratum ex latere decagoni non esse aequale rectangulo sub latere hexagoni, & sub minore segmento. Quid igitur dicendum? Tam certum est, ac demonstratum id, quod impugnatur, quam id quod impugnat; ideo nec impugnatio labefactat impugnatum, nec impugnatum tamen soluit impugnationem.

Respondeo nihilominus secundo. Aliquando non valet argumentari ab omnibus partibus ad totum, quod ex ijs partibus constat. Aliquas enim aliquando affectiones patitur totū continuatum, & non concisum in suas partes, quas affectiones non habent partes etiam omnes simul sumptæ totius. Sic & aliqua demonstrantur aliquando in lineis, & figuris quantitatis continuæ, quæ non conueniunt etiam quantitati discretæ. Aliquando aliqua vera sunt geometricè, quæ non possunt & arithmetice vera ostendi, præsertim ubi arithmetica ratiocinatio procedit per analogiam, quandam, non per identitatem cum geometricis. Ad vitandas igitur aliquas fallacias in elementaribus philosophationibus videndum est in quo genere sit demonstratio, & si in genere quantitatis continuæ, sunt etiam consequentes proprietates demonstratæ in-

A partibus ad totū non valet argumentū.

Nō omnia geometricè demonstrata possunt & arithmetice demonstrari.

telli.

telligenda in eodem genere, idq; ferme, licet plerumq; ita conueniant scilicet Geometria, & Arithmetica, ut idem ab utraq; demonstretur; tamen aliquando singule suam sibi sepositam habent dotem, qua non licet promiscue uti, atq; abuti.

Nullus
nume-
rus po-
test in-
qualiter
ita bifa-
riri, ut
productū
ex toto i
minore
partem
sit a qua-
le qua-
drato
maioris
partis.

In exemplo igitur oppositæ hîc difficultatis, proprietas illa, quam propof. 17 hu. lib. 6 demonstrat consequi ex tribus rectis lineis proportionalibus, ut mediæ quadratum sit æquale rectangulo sub extremis, accipienda, & intelligenda est in subiecta ibi materia, nempe in quantitate continuâ. Nam in quantitate discreta, idest in lineis per numeratas æquales partes concisis fallet te, mi Tyro, in eo casu peculiari, licet in aliquibus alijs geometricis non fallat Arithmetica.

Ratio fallaciæ, siue deficientiæ illius in Arithmeticis est quia nullus numerus ita potest in duos numeros diuidi, ut numerus productus ex toto in minorem partem, æqualis sit quadrato partis maioris. Idque demonstratur in Arithmetica philosophia ex absurdis impossibilem consequentiam. Quas demonstrationes vide, præter alios, apud nostrum Clauium ad lib. noni propositionem 14, sub finem, atq; etiam ad 29 propof. eiusdem libri. Sic apud Commandinum ad lib. 9 propofit. 15, Barlam quidam monachus demonstrat etiam arithmetice geometrica priora decem theoremata lib. 2 Eucl. tamen deficit in theoremate 11, quia non omnia utriq; scientiæ conueniunt, licet pleraq; propter antedicta.

Parado-
dum co-
rra 17.
propof.
huius.

Igitur quid mirum si geometricè demonstratum est in antec. § 8 hexagoni latus à decagoni latere secari media, & extrema ratione, & tamen nec utriusq; lateris in partes æquales concisi, nec utriusq; segmenti maiores, & minores numeros habere proprietatem, quam habent lineæ, & latera illa geometricè sumpta? Idest ut quantitates sunt cōtinuæ; scilicet ut maioris segmenti, ac lineæ quadratum sit æquale quadrato sub reliquis duabus lineis extremis. Constat igitur operatio diuisionis lineæ datæ secundū mediam, & extremam proportionem per circinum proportionum geometricè peracta, licet arithmeticum examen per numeros particularum æqualium in lateribus hexagoni, & decagoni sit fallax. Concludamus cum paradoxo: Trium linearum inter se proportionalium quadratum ex media non est æquale rectangulo sub extremis. Quod videtur contra 17 propof. huius, tamen ex antecedentibus est solutum.

§. X.

PROBLEMA VI.

Data

Datà lineà pro minori segmento, addere illi alteram pro maiori segmento, ita vt tota composita secta sit extrema, & media ratione.

Esto recta data linea *MG* pro minori segmento, cui quaritur altera linea, quam addere oportet pro maiori segmento, ita vt ex vtraq; composita secta sit medià, & extrema ratione. Intervallum data *MG* interponatur inter nu. 24, & 24 circini proportionum diducti, eaq; diductione manente, accipiat interuallum inter 36, & 36, eoq; ex *M* secetur *GM* producta in *F*, eritq; composita *FG* secta extrema, & media ratione. Nam *FM* 36, & *MG* 24 conficiunt 60 latus hexagoni, estq; maius segmentum *FM* 36 latus decagoni. Ergo, per lemma 3 in § 7, facta est additio maioris segmenti *FM* dato minori *MG* ita, vt tota composita *FG* secta sit in *M* medià, & extrema ratione.

§. XI.

PROBLEMA VII.

Datà rectà pro maiori, segmento, addere minus conficiēs sectionem totius proportionalem.

Dati segmenti maioris intervallum interponatur in diducto circino proportionum arcuum quadrantis inter numeros 36 & 36, & immotà manente diductione, accipiat interuallum inter 24, & 24, eoq; ex *M* secetur *FM* producta in *G*, erit, per antecedentia, composita *FG* è segmentis in *M* proportionaliter eam diuidentibus.

Aliter èadem problemata 6, & 7. &c.

Diducto circino proportionum ad intervallum dati minoris segmenti *MG* 24, accipiat interuallum inter 60, & 60, & eo ex *G* secetur *GM* producta in *F*.

Diducto verò circino proportionum ad intervallum dati maioris segmenti *FM* 36, rursus accepto intervallo inter 60, & 60, ex *F* secetur

tur FM producta in G . Demonstratio operationis patet ex lemmatib. antec.

Itaq; vel per additiones ad commune punctum M , & ex eo sectiones, ad extrema F , aut G , vel per compositiones, siue appositiones totius FG super alterutro segmento indefinite producto, & per sectiones ab alterutro extremo F, G , soluitur problema.

§ XII.

COROLLARIUM II.

Data rectæ duas extremas proportionales
adinuenire.

Hoc problema, quod quasi conuersum est propof. 17 huius § 6, & ibi geometricè soluimus hinc etiam organicè demonstratiue deducitur, ac soluitur è proximè antecedentibus. Quoniam enim data futura est media inter duas inueniendas, hoc est quadratum eius esse debet æquale rectangulo sub duabus inueniendis, erit data pro segmento maiori. Cui si per proximè antedicta, adinueniatur minus segmentum ita, ut composita tota sit secta à cōmuni iunctura segmentorum extrema, & medià ratione, erit solutum problema.

§ XIII.

Vsus multiplices, atq; amplissimi, ac miræ affectiones lineæ sectæ secundum mediam, & extremam proportionem indicati.

Linea
proportionali-
ter secta
irrationali pro-
portione
conciliat
rationali-
tatem etiam
irrationalia in-
solida.

CAmpanus ad propof. 10. lib. 14 in suo Euclide, præter cæt. e-
ra, hæc habet: Mirabilis est potentia lineæ sectæ media &
extrema proportionem. Cui cum plurima philosophantium
admiratione digna conueniant, hoc principium, vel præci-
puum ex superiorum principiorū inuariabili procedit naturā, ut tam
diuersa solida tū magnitudine, tum basium numero, tum etiam figura,
irrationali quadā symphonia ratio nabiliter conciliet: *Habes in schol.*
§ 9 antecedent. vnde intelligas quid sit lineā proportionaliter sectam
habere proportionem irrationalem.

ORON.

Orontius propof. 1 lib. de rebus Mathem. hactenus defider. Huius diuinae proportionis beneficio quinq; regularium corporum a b Euclide conciliata eft harmonia. Scilicet vsus feftæ proportionaliter rectæ lineæ eft ampliffimus in Stereometria; quin & ipfamet feftio miras habet proprietates. Vide Specimina, & exempla ab initio lib. 13. Eucl. vsq; ad extremum 15 librorum elementarium, præter alios Authores reconditoris Geometricæ Philofophiæ. Ipsemet Orontius vitur feftione ea lineæ proportionali pro circuli quadrature lib. 2, propof. 1; pro inuentione duarum mediarum proportionalium lib. 1, propof. 2, unde præcipua Stereometria pendet. Ac affirmat in cit. prop. 1 lib. 1. per feftionem proportionalem rectæ lineæ: Nos bonam partem eorū, quæ in ipsis defiderabantur Mathematicis, tandem abfoluimus. Adit: Admirabiles rationum compositiones, fimilitudinesue data lineæ recta in fe fe complecti videtur, quæ proportionaliter, feu media, & extrema ratione diuiditur.

Propofitione vero 2 eiusdem lib. 1 applicat sub angulo normæ lineam proportionaliter feftam, cuius ope quæcunq; pollicitus eft, euequitur, nec dubitat affirmare de norma eā cum eā lineæ proportionaliter feftæ infcriptione, effe thefaurum, atq; addit. Gnomonis (cum ea lineæ fefta) instrumentum (sic) abfolutu n(citra affecti onem) futura admirabuntur fecula. Bonus Orontius eloquitur candide id quod animo sentit, etiam de suo inuento. Ac licet aliquibus non videatur & omnia præstare præcisè quæ pollicetur, tamen non erat quod eorum nonnemo inuidiā, & odio etiam nationali Gallicum Philofophum tantopere argueret, sed si quæ minus probaret, omitteret, frueretur verò quamplurimis, quæ in eius Authoris libris valde laudanda sunt. Sane in Orontij Mathesibus facilitas, perspicuitas, varietas, & perpetuum acumen ingenij elucet, ac se præstat pro eo qui fuit Philofophus Mathematicus verè Regius. Apud quem vide in antecitatis locis vsus præcipuos, & infuetos lineæ proportionaliter feftæ.

Frater Lucas ex Oppido S. Sepulchri in isto libro complexus est miras affectiones, ac vsus lineæ proportionaliter feftæ, præsertim è theorijs postremorum elementarium librorum Euclidis.

Vide & Pappum lib. 5, propof 41, 42, 44, 45, 46, 47, 48, & c. Commandini commentaria in eas Pappi propofitiones, in quibus habet theorematà, & vsus præclaros lineæ proportionaliter feftæ. Vide apud Euclidem, præter alias, propofitiones 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, corollar. ex 17, & c. lib. 13. & lib. 14, propof. 2, 4, 10, 23, 25; & li. 15 in Schol. Clauy ad propof. 13, & in Schol. ad propof. 14. & c.

Regulæ
nā cor
porum
harmoni
a a li
nea ra
tionali
ter fefta

Quadrato cir
culi, &
duæ me
diæ à li
nea pro
portiona
liter fe
fta.

Repre
henfū re
prehēfio
res Orō
nū.

Laudes
Orontij.

Vfus li
neæ pro
portiona
liter fe
ctæ apud
Pappum
& Eu
clidem.

Exempla aliqua vsuum geometricorum lineæ proportionaliter sectæ in aliquo problema-
te, ac theoremate circa figuras planas.

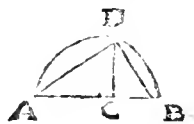
Quoniam Tyrones nondum imbuti sunt cognitione, ac nondum demonstrationibus instructi circa figuras solidas, de quibus agitur in posterioribus elementis, hic tantum apponam saltem vnum, vel alterum exemplum vsus lineæ proportionaliter sectæ in aliquibus figuris planis.

§. XIV.

P R O B L E M A VIII.

Super data recta triangulum rectangulum excitare, quod habeat latera in eadem inter se proportionem.

Ne videamur omnes, etiam multiplicibus, vsus lineæ proportionaliter sectæ tantum apud alios indicare, nullos verò nos hic de nostro, ac non passim vulgatos apponere, præter insignem illum à nobis expositum in antecedentibus de continuatione datæ proportionis in lineis innumeris ad maiores, & minores terminos, accipe hic etiam non contemnendum.



Sit data AB , super qua construendum sit triangulum rectangulum, quod habeat latera cõtinuè proportionalia, Secetur AB in C extrema, & mediâ ratione per varios modos antepositos. Deinde super AB describatur semicirculus ADB , ex C erigatur perpendicularis CD pertingens ad semicirculum in D , & iungantur rectæ AD , DB . Dico ADB esse triangulum primo rectangulum, quia angulus D in semicirculo rectus, est, secundo habere latera ut BD ad DA , ita DA ad AB . Quoniam enim sectio
pro.

PROPOSITIO XXX.

46.

proportionalis est in C ipseus AB, est maius segmentum AC medium proportionale inter AB, BC est autem, per corollarium octauæ huius, latus DB & ipsum medium proportionale inter easdem AB, BC, ergo, per 9 quinti, AC, DB sunt inter se æquales. Rursus per corollar. 8 huius, latus DA est medium proportionale inter AB, AC (ideest inter AB, DB, quod DB ipsi AC probatum est æquale) ergo tria latera BD, DA, AB sunt inter se continue proportionalia. Quare super data AB constitutum est triangulum rectangulum, quod habet tria inter se continue proportionalia latera, idque ope rectæ sectæ proportionaliter.

Hoc idem problema possemus demonstrare etiam per trium laterum in triangulo rectangulo quadrata proportionalia, quorum radices, AB, AD, DB proportionales educerentur, sed minoris ea esset probatio facilitatis, simplicitatis, perspicuitatis, quam modo hic allata. Ideo eam omittimus. Quod sapius diximus, non quarimus pompam, & exultationem apud doctiores varietatis, & copiam inutilis in doctrinam, sed facilitatem & utilitatem Tyronum, ut sine tedio, ac lubricius nostris slucabrationibus Mathematicæ Philosophiæ penitior adyta penerent.

§. XV.

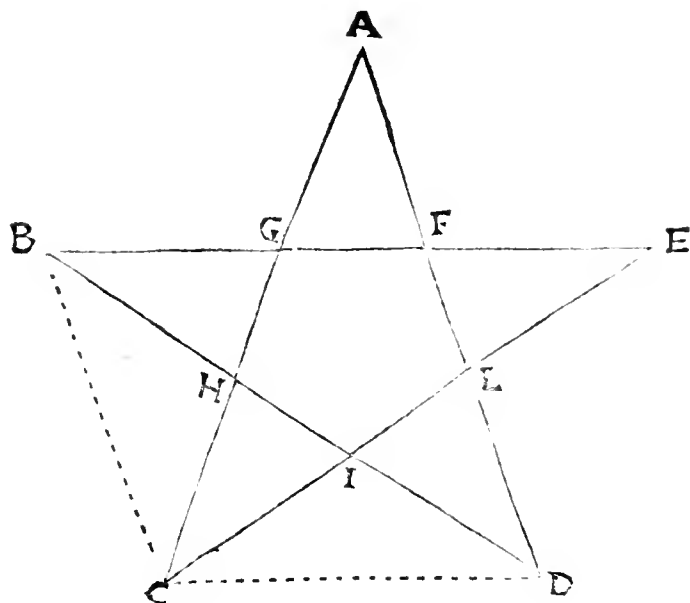
THEOREMA I.

Si dati pentagoni regularis latera utrinque producantur donec in angulos coeant, omnia latera secantur mutuis geminis sectionibus secundum mediam, & extremam proportionem, in quarum sectionum altera maius segmentum est latus pentagoni maioris circumscribendi, in altera verò minus segmentum est latus dati minoris pentagoni. &c.

S It datum pentagonum regulare, hoc est æquiangulum, & æquilaterum GHILF, cuius latera utrinque producta coeant in angulos

M m m 2

los



los A, B, C, D, E (coibunt autem per ea quæ à nobis demonstrata sunt in propof 2. progym. 7. *Apia*. 3) dico singula latera producta $AC, B-$
 D, CE, DA, EB secari gemina sectione secundum mediam, & extre-
 mam rationem, verbi gratia latus BD secari prima sectione in H , & I
 ita, ut maius segmentum DH , vel EI sit æquale lateri, verbi gra. ipsi
 BC , vel CD lateri maioris pentagoni regularis circumscribendi per
 cuspides A, B, C, D, E . Dico præterea prioris sectionis maiora segmē-
 ta secari altera sectione secundum mediam, & extremam proportionē,
 & erb. gratia segmentum maius BI secari in H , vel DH secari I extre-
 ma, & media ratione ita, ut commune minus segmentum HI sit latus
 dati minoris pentagoni regularis $GHILF$, tota vero secta sit æqualis
 lateri pentagoni maioris. Mira sane affectio propositæ figuræ, cuius
 omnia, & singula latera tot mutuis sectionibus concisa sunt solummo-
 do sectionibus proportionalibus mediæ, ac extremæ rationis, & conse-
 quenter prædita sint miris alijs proprietatibus, quæ consequuntur pro-
 portionalem eam sectionem in figura toties multiplicatam, sint q. per
 17 huius, tot quadrata, & rectangula sub ijs segmentis maiora, mino-
 ra inter se æqualia. &c. Et latera pentagonorum. &c.

Ac patet quidem in figura segmentum HI , ac reliqua IL, IF , &c.
 esse latera dati minoris pentagoni, sed probandum erit ea esse minora

in

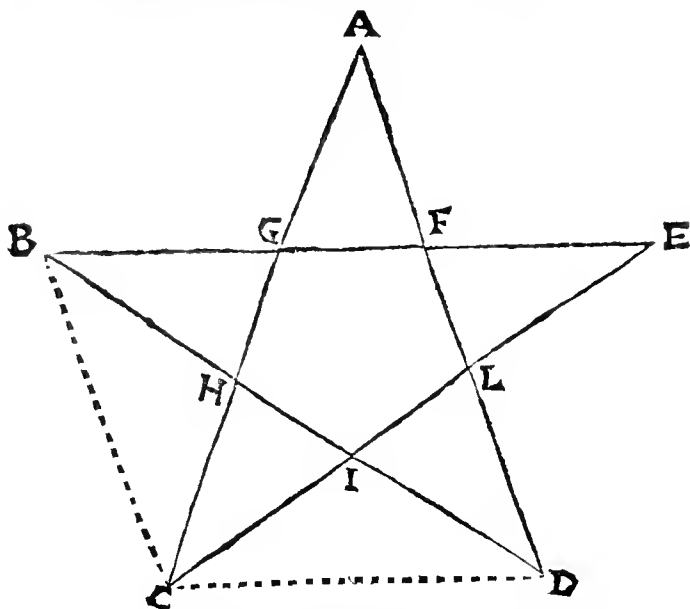
in sectione secundum mediam, & extremam proportionem. Ut vero vniuersa demonstratio singularum enuntiationum facilius à Tyronibus percipiatur, in aliquot particulas à nobis secabitur, alijs alias prælucentes, ac præparatorias.

1 Iunctis lineis BC, CD, &c. ad vertices A, B, C, D, E, fiet pentagonum regulare. nam (per probata à nobis in cit. propof. 2, &c. Apiar. 3) quina triangula subijs verticibus sunt isoscelia inter se omnia æqualia, AGF, BGH, CHI, DIL, ELF, ac propterea triangulorum item isoscelium, & æqualium BHC, CID, &c. bases æquales sunt BC, CD. &c. Angulus verò BCD est pentagoni, qui continet sex quintas vnius recti, iuxta dicta à nobis ad 32 prop. libri 1 Elem. in To. 1 huius Arary. Quoniam enim dati regularis pentagoni angulus HIL continet sex quintas vnius recti, reliquus HIC ad complementum duorum rectorum continebit quatuor quintas vnius recti; pariq; ratione angulus CHI continebit quatuor quintas ergo ad complementum duorum rectorum in triangulo tertius ad verticem HCI duas quintas recti continebit. Rursus angulus CID ad verticem angulo pentagoni continet sex quintas vnius recti, ergo in isoscele ICD alteruter ad basin, seu angulus ICD continet duas quintas vnius recti. Ac pariratione angulus BCH continet duas quintas vnius recti. Cum igitur singuli anguli BCH, HCI, ICD sint duæ quintæ vnius recti, simul compositi faciunt angulum BCD sex quintarum vnius recti hoc est angulum pentagoni. Parique ratione de reliquis ad reliquos vertices D, E, &c. iunctis rectis. Erit ergo pentagonum maius circumscribendum regulare, hoc est æqualium laterum, & angulorum.

2 Primæ sectionis in I, vel H maiora segmenta æqualia esse lateribus pentagoni maioris circumscribendi, verbi gratia ipsam HD æqualē esse ipsi CD facile patet ex antedictis; nam angulus DHC continet quatuor quintas vnius recti, & angulus HCD constat è duobus HCI, ICD, quorum singuli sunt duarum quintarum vnius recti; ergo totus HCD est isosceles, & æqualia sunt latera HD, DC.

Pariq; ratione de reliquis CG, CB. &c.

3 Iam verò fieri mutuas sectiones media, & extrema ratione laterum CA, BD, &c. sic demonstro. Duo triangula BDC, CDI æquiangula sunt. nā angulus IDC vtriq; cōmunis est, & per antedicta, anguli DIC, ICB sunt æquales, nempe anguli pentagonici sex quintarū vnius recti, reliqui vero tertij CBI, ICD singuli sunt duarum tertiarum. Igitur vt BD ad DC, ita DC (idest DH ipsi DC probatum æquale) ad CI (idest ad HB ipsi IC æquale, per citata in antedictis ex Apiar. 3) ac proinde DH est media proportionalis inter duas DB, BH, estq; propterea



pterea BD secta in H secundum mediam, & extremam proportionem. Ac pariter de BD secta in I , de CA secta vel in G , vel in H ; ac de reliquis.

4 Rursum segmentum maius DH sectum esse in I proportionaliter demonstratur e geminis triangulis DHC , CIH equiangulis, nam DHC est communis angulus utrique triangulo CIH , & HDC angulus HCD , CIH singuli sunt quatuor quintarum unius recti, & reliqui tertij HCI , IDC sunt singuli duarum quintarum unius recti, per ante probata. Igitur ut DH ad HC (idest ad ID ipsi HC aequale, per citata ex *Apia*. 3) ita CH ad HI . ergo segmentum maius DH & ipsum sectum est in I media, & extrema ratione. Ac sunt, per antedicta, & probata, laterum minoris pentagoni productorum, & proportionaliter se mutuo secantium maiora segmenta aequalia lateribus maioris pentagoni circumscribendi, maiorum vero segmentorum proportionaliter sectorum minora segmenta sunt latera minoris pentagoni, &c. Quae omnia erant demonstranda.

§ XVI.
COROLLARIUM,

In quo sacra è pentagonicà cuspidatà figura in
antec. § 15, in gratiam Chinenſium Philo-
ſophorum.

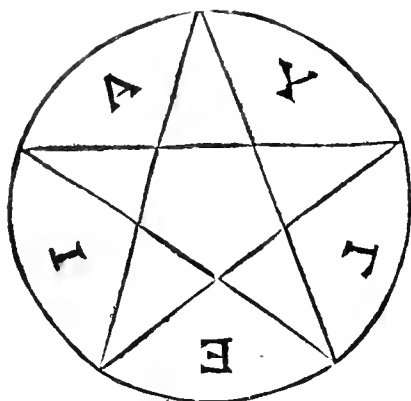


Habēt religioſi no-
ſtrates Doctores
apud Sinas ab
antec. § 15 locū
ingerēde pię memorię quin-
que vulnerum Chriſti Do-
mini, iuxta pentagoni cuſ-
pidati applicationem apud
aliquos, quam vides in ap-
posità figurā. In qua expli-
cent humana redemptionis
mysterium, & pretium.
Quis enim damnet in Reli-
giōſo elementorum Geome-
tricarum ornatore, atq; ap-
plicatore non ſolum apud
Chinenſes, & extera reli-
gionis quoscumque alios po-

pulos, ſed etiam apud Chriſtianos noſtrarum regionum lectores, vel
auditores eleuari pentagonam cuſpidatam figuram ad piā, religioſā,
& ſalutariſſā De qua figura in antec. § demonstratum eſt totam eſſe in
ea laterum ſectiōne, quam aliqui diuinam ſectiōnem appellarunt. Ac
verè diuina ſic erit apud nos conſecrata.

Quinimmo ad eruditionem ſacram nec diſſimulandum cenſeo num-
mos aliquos argēteos extare apud antiquarios; quos excudi iuſſit olim
Syriæ Rex Antiochus cognomento Soter, in quibus Pentagonum id
cuſpidatum eſt cum interpoſitis quinq; literis græcis ΤΤΕΙΑ ſalutem
ſignificantibus;

Inſpice

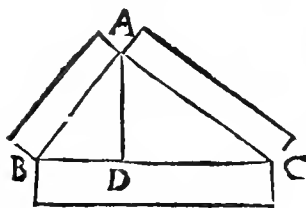


*Inspice schema secundum
hic appositum. Monumentum id est insignis victoriæ
ab Antiocho de Galatis re-
portatæ cum, in somnis ad-
monitus, eam cum literis fi-
guram vexillis militaribus
imposuisset. Quin & By-
zantiæ phalanx imperato-
ria Pentagonum idem cu-
spidatum scutis impressum
gerebat, ac nobiles illi mi-
lites appellabantur: Propu-*

*gnatores: quorum scilicet operâ, & bellicâ virtute salus exercitui cõ-
parabatur. Dixeris, amice Lector, aptissimum prædictis inesse sym-
bolum Religiosæ Cohortis, quæ Christi Iesu, seu Servatoris, augustis-
simo nomine decoratur, & quæ Christianæ Religionis ubiq; gentium,
etiam cum sanguinis effusione propagatricem, & propugnatricem se
profitetur.*

Propos. XXXI. Theor. XXI.

*In triangulis rectangulis figura, quæ fit à late-
re rectum subtendente, æqualis est figuris, quæ
sunt à lateribus rectum continentibus, si-
milibus; similiterque descriptis.*



a propos.
86.

S It triangulum rectangulū
ABC rectum habens an-
gulum BAC. Dico, id
quod fit ex BC æquale esse illis
quæ sunt ex BA, AC similibus,
similiterque descriptis. Duca-
tur perpendicularis AD, ærūt-
que

que triangula ABD, ADC à perpendiculari facta, & toti ABC, & inter se similia. Cuique ABC, ABD similia sint, erit vt CB ad BA, ita AB ad BD, ^b quando autem tres sunt proportionales, est vt prima ad tertiam, ita quæ à primâ describitur figura ad figuram similem à secundâ descriptam. Vt ergo CB ad BD, ita est figura ex CB ad figuram ex BA similem, similiterque descriptam. Eadem de causa erit vt BC ad CD, ita figura ex BC ad figuram ex CA. Ergo vt BC ad BD, DC, ita figura ex BC descripta, ad figuras ex BA, AC descriptas similes, similiterque positas: æqualis est autem BC ipsis BD, DC; ergo & figura ex BC æqualis erit figuris ex BA, AC similibus, similiterque descriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit &c.

b cor. 2
prop. 20.
c.

Alter. ^c Cum similes figuræ in dupla proportionem, sint homologorum laterum, habebit figura ex BC ad figuram ex BA duplam proportionem eius, quam, habet latus BC ad BA. Habet verò & quod ex BC quadratum ad quadratum ex BA duplam proportionem eius, quam habet BC ad BA. ^d Vt ergo est figura ex BC ad figuram ex BA, ita est quadratum ex BC ad quadratum ex AB. Eadem de causa est vt figura ex BC ad figuram ex CA, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CA. Est ergo vt figura ex BC ad figuras ex BA, AC, ita quadratum ex BC ad quadrata ex BA, AC. Sed ^e quadratum ex BC est æquale quadratis ex BA, AC; est ergo & figura ex BC æqualis figuris ex BA, AC, similibus, similiterque descriptis. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 20.6.

d prop. 11.5.

e prop. 47.1.

§ I.

SCHOLION I.

Campus geometricus, & vniuersalis ex vsu prop. 31 pro auctiōibus, imminutionibus,

diuisionibus, &c. quarumcunq; planarum rectilinearum figurarum, seruata semper eiusdem speciei figurà in totis, partibus, residuis, compositis. &c.

Varios alios modos augendi, diuidendi, minuendi, &c. figuras habes à nobis in 1, & hoc 2 tomo, ac praterea speciatim circa quadrata (ac etiam circulos) è 47 lib. 1. Hic vniuersè ex hac 31 de quibuscunq; figuris rectilineis planis similibus augendis, diminuendis, diuidendis vniuersaliter secundum quancunq; lubitam, ac datam proportionem, ac seruata semper similitudine data figurà in totis, ac partibus, aliqua in aliquibus exemplis exhibebimus instar plurium, quæ ab hac fecundissima, & vniuersalissima 31 deduci possunt. Nos & breuissimè, & facillimè demonstrabimus sine argumentationibus ex lib. 5, permutando, componendo, diuidendo, &c. quibus aliqui vtuntur, seu potius abutuntur, dum non necessarijs ambagibus Tyronum ingenia implicant. Summa laus in Geometrica philosophia est non ostentationis, sed facilitatis doctrinæ, vt appareat non opinionem scientiæ apud alios captari, sed utilitatem publicam legentium. Estq; ingenij perspicacionis quæ intelligit facile exponere potius, quàm indicare aut implicare sub prolixis, & obscuris inuolucris quasi anigmata, quibus Oedipo sitopus. Igitur ad rem propositam.

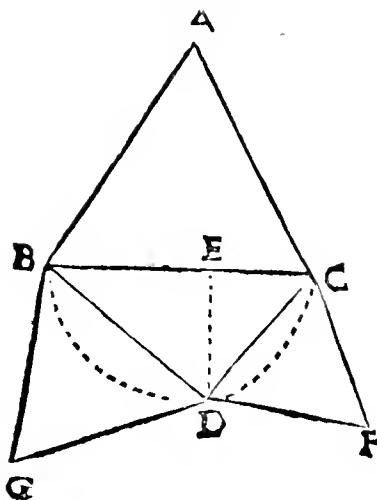
*Laus facilitatis
captanda
potius
quam
opinionis
doctrina*

§. II.

PROBLEMA I.

Ex dato rectilineo imperatam partem in lubita proportionem auferre ita, vt in ablato, & residuo seruetur eadē figura dati rectilinei.

Si quancunq; rectilinea figura, facilitatis gratia pro Tyronibus, æquilataram triangulam. ABC , à quo tertia pars auferrenda sit ita,



ita, ut ablatum, & residuum sint triangula æquilatera. Super uno latere BC describatur semicirculus BDC. Deinde, accepta tertia parte rectæ BC in E, ex E educatur perpendicularis ad semicirculi arcum in D. Iuncta CD erit latus trianguli æquilateri, quod est tertia pars dati ABC; & iuncta BD erit latus trianguli æquilateri, quod est residuum ex ablatione tertiæ partis ab ipso ABC; suntque tres figura eiusdem speciei, ac similitudinis.

Quod æquilaterum CDF sit tertia pars dati ABC, sic facile, ac

breuiter demonstro. BDC est triangulum in semicirculo rectangulum; atque ab angulo recto D demissa est perpendicularis DE; ergo, per coroll. prop. 8 huius, latus CD est medium proportionale inter BC, EC. Cum ergo sint tres proportionales BC, CD, CE, erit ut prima BC ad tertiam EC, ita rectilineum ABC descriptum super prima ad rectilineum simile CDF descriptum super CD secundâ, per coroll. 2. prop. 20 huius. At CE secta est tertia pars ipsius BC, ergo & CDF æquilaterum est tertia pars æquilateri ABC.

Quod verò æquilaterum BDG sit residuum, siue duæ tertiæ partes ipsius ABC patet ex hac 31. Nam ABC est æquale duobus BDG, CDF, ut ergo CDF est una tertia, sic BDG est duæ tertiæ ipsius ABC.

Itaque à dato rectilineo ABC detracta est pars imperata in proportionibus subtripla ita, ut & ablata tertia pars CDF, & residuum duarum tertiarum BDG sint similis figurae, nempe æquilatera, cum dato Æquilatero, &c.

§ III.

COROLLARIUM, seu Problema II.

Dato rectilineo duo æqualia construere iubita proportionis, & similia inter se, & ipsi dato.

§. VI.

COROLLARIUM, seu Problema V.

Duobus datis similibus rectilineis tertiū æquale, ac simile describere.

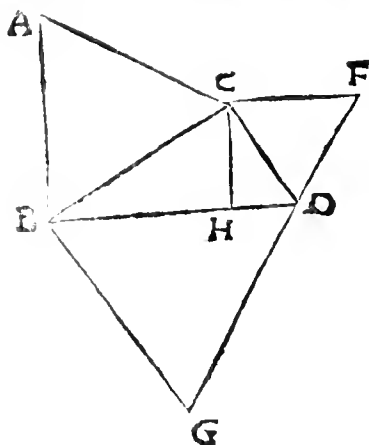
Dum enim auctum ex $\triangle ABC$ additione ipsius CDF , & factum est BGD , nihil aliud factum est, quàm duobus datis ABC , CDF similibus constitutum simile, & æquale ipsum BGD , &c. Datorum igitur rectilineorum iunge bina latera homologa in angulum rectum, & excita simile super basi subtensa angulo recto, &c. & solutum erit problema.

§. VII.

P O R I S M A.

Datis duobus rectilineis similibus, inuenire facillime quam inter se proportionem habeāt, etiam sine cognitione duplicatæ proportionis laterum homologorum iuxta 20 huius.

Datorum æquilaterorum ABC , CDF latera CB , CD iungantur in angulum rectum C , & iuncta BD , ab angulo recto C demittatur perpendicularis CH . Dico rectilinea ABC , CDF habere inter se proportionem, quam habent inter se duo basis segmenta BH , HD . Quoniam enim, per hanc 31, ABC , CDF sunt partes conficientes totum BGD , & per problem. 1 ex antecedentibus, ut se habet BD ad DH , ita BGD ad DCF , id est compositum ex duobus ABC , CDF ad partem DCF ; ergo diuidendo, per 17 quinti, ut se habet pars BH ad partem HD , sic ABC ad CDF . Quam vero proportionem habeant inter se se dua recta BH , HD statim cognoscetis & cir-



circino proportionum, iuxta ea, quæ ad antecedentes huius libri 6 propositiones non semel, atque etiam in Tomo primo huius Aetarii docuimus ad propof. 10, § 3.

Finge igitur HD esse unā quartam totius BD, habebit ergo ABC ad CDE proportionem triplam. Quod fuit inuestigandum, & inueniendum, sine alia cognitione proportionis duplicatæ (quæ aliquando Tyrone implicat) laterũ homologorum BC, CD in similibus rectilineis ABC, CDE, iux. 20 hu.

§ VIII.

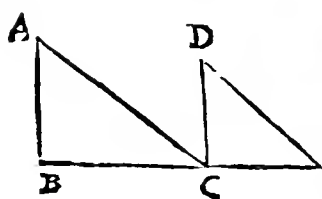
SCHOLIION II.

HActenus sat est pauculis antecedentibus exemplis indicasse vsum amplissimũ huius 31 propositionis in Geometricis problematibus soluendis non è vulgaris alijs modis ab alijs propositionibus. Plura addat Tyrone industria, quam ad vltiora nostris hisce Geometricis vestigijs pronocauimus.

Est verò mirifica hæc 31 propositio ab Euclide vniuersalissima, tantæ apud nos dignitatis, vt illi nos iniuriam facturos arbit. emur, si post eam vllam aliam in hac 2 parte Tomi secundi huiusce illustremus, & vsibus vllis applicemus. Itaq; pro sua dignitate claudat agmen antecedentium nostrarum applicationum hactenus in hoc secundo tomo à nobis expositarum. Expositarum, inquam, quia præcipuas tantum aliquas alias breuioribus notis indicabimus ad aliquas propositiones reliquorum Elementorum geometricorum in tertio huius Aetarii Tomo, iuxta ea, & ob eas causas, quas in præfationibus huius 2 Tomi, ac 3 sequ. attulimus.

Propof. XXXII. Theor. XXII.

Si duo triangula, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad unum angulũ componantur, ita ut latera homologa ſint parallela, reliqua latera in directum erunt conſtituta.



S In triangula ABC, DCE habentia duo latera BA, AC, duobus DC, DE proportionalia. Vt AB ad AC, ita DC ad DE, ſintq; tam AB, DC, quam AC, DE parallela. Dico

CE ipſi BC in directum eſſe. Cum enim in AB, DC parallelas recta AC incidat, erunt anguli alterni BAC, ACD æquales. Eadem de cauſa & CDE, ACD æquales erunt: unde & BAC, CDE æquales ſunt. Cum igitur duo triangula ABC, DCE vnum angulum, qui eſt ad A, vni, qui eſt ad D, æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt ^{a propoſ.} BA ad AC, ita CD ad DE, æquiangula erunt: anguli igitur ABC, DCE æquales ſunt. Oſtenſi autem ſunt & ACD, BAC æquales; totus ergo ACE duobus ABC, BAC eſt æqualis; cõmunis ACB addatur, & erunt ACE, ACB æquales his, BAC, ACB, CBA: ſed hi tres duobus rectis ſunt æquales: ergo & ACE, ACB duobus rectis æquales erunt. Ad punctũ ergo C rectæ AC due rectæ BC, CE, non ad eaſdem partes poſitæ, angulos deinceps ACE, ACB duobus rectis æquales faciunt; in ^{b propoſ.} directum ergo eſt BC, ipſi CE. Si ergo duo triangula, &c. ^{c propoſ.} Quod oportuit demonſtrare. ^{d propoſ.}

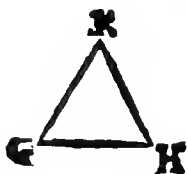
SCHOLIION.

Propositionem 33 hu lib 6 habes apud nos in loco pro nostra methodo opportuniore, a4 propof. 27 lib. 3.

Nonam vero, & decimam è lib. 13 ab interprete Lantzio additas in fine huius li. 6 nos ex traditione Maurolyci appofuimus probandis nostris commentationibus partim ad propof. 30 hu. partim ad 15 li. 4, vt vidifti in antecedentibus, & videbis in fequentibus in 3 To. hu. Aerar.



AMICE LECTOR,



Triangulum appositum reponendum est ad figuras propof. 25, lib. 6 Elem. in hoc 2 To. Quod ibi est excedit veram, & requisitam in propositione quantitatem. Quod hic est omiffum est per errorem. Hac, vt nihil à nobis diligentia requiras. Præterea —

— Pro citata aliquando tertia parte hu. 2 To. intellige tertium. Tantum post fequentem Epinomen.



EPINOMIS

POST PARTEM II

T O M I I I

Ærarij Philosophiæ Mathematicæ,

I N Q V A

Gnomonicæ, & Machinariæ Philosophiæ

EXODIA sunt horaria,

SANDALIVM,

CITHARA,

MICROCOSMVS,

ARCVS,

TYMPANVM.

In gratiam Chinenſium Philoſophorum.



AMICO LECTORI

Rationes huius Epinomis, & Exodiorum.

Cum primum Geometricus Doctor præfertim è nostra Societate apud Sinas (pro quibus nostra hæc allaborata non semel ediximus) Auditoribus suis exposuerit vel omnia, vel pro libito pleraque saltem è præcipuis, quæ à nobis applicata sunt propositionibus primi, & (iuxta nostram methodum) secundo loco sexti librorum elementariorum, expediet (experientia me sic edocuit) à Geometricis Tyrones breui saltem aliquo tempore attollere ad sublimiora, si nō certiora, mixtarum aliquarum scientiarum Mathematicarum, quatum usus crebriores esse solent reliquis in scientijs, ac artibus, velut ad Astronomica, Geographica, Machinaria, Optica, & si quæ alia sunt geometricè circa phycas materias philosophantia.

Commodum accidit, ut in antecedentibus utroque Tomo Ararij varias propositiones exposuerimus, quæ faciunt pro Astronomicis, Geographicis, Opticis, Machinarijs, & varias docuerimus linearum rectarum, & circularium diuisiones, quæ vti erunt in sequentium Exodiorum figuris, & organicis operationibus. Igitur nostræ Methodi hæc prima
fit

fit periodus, & statio circa aliquid è sphæra cælesti, ac terrenâ exponendum. Tum, quasi praxes Astronomicarum theoriarû, apponantur Tyronibus quinque sequentia in hac Epinomi horaria Machinamenta. Quæ licet Chinensibus proponamus, nostris tamen Europæis erunt fortasse non inutiliâ.

Ac merito hisce Horarijs Exodia nomen fecimus, quasi *ἔξω τῆς ὁδοῦ*, quia quædam sunt extra viam, & methodum quasi diuerticula leuandis Tyronum animis aliqua varietate, ac nouitate, vt reliquum itineris geometrici strenuè magis persequantur. Ideo & Exodiorum Epinomen appellamus, nempe strenam (quæ Græcis *ἐπινομίς*) festum munusculum animis philosophicè, quasi dicam, strenuandis.

Exodia etiam sunt iuxta morem antiquorum dramatum, quorum aliquando prolixitatem interpositis iucunditatibus hilarabant, ne tædium Auditores inciderent. Sed illi ficta ludicris interpolabant; nos hic in veris, ac feriò demonstratis feriamur.

Atq; hæc paucula Prologi loco. Quinque quasi Actus quinarum horariarû inuentionum mox consequentur. Sub furis personâ in primo Exodio primus prodit Gnomonicus Genius. *Faueto Lingua, mi Lector.* Et caue de grege sis eorum, qui de alienis malè loquentes peius ipsi audiunt. *Vale.*

SANDALIVM.

Exodium horarium I.

1550 1550 1550 1550

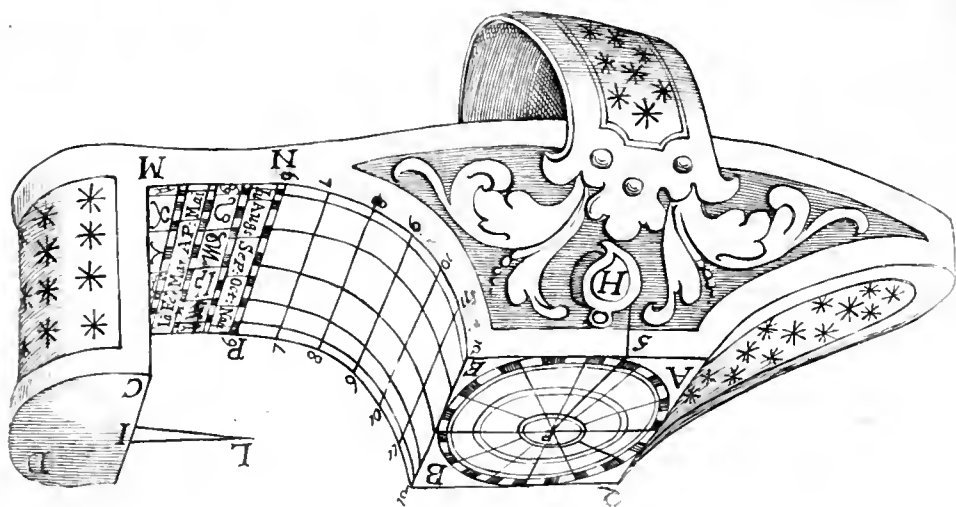
PROPOSITIO I.

*Gnomonica Philosophia Sandalium
expositum.*



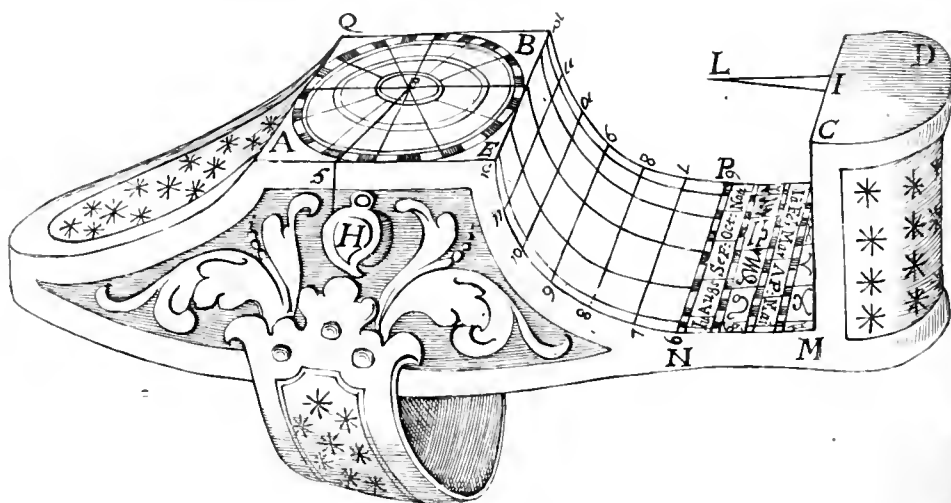
NOMONICVS Genius Philosophiæ Gnomonice inaccessa adyta clam nuper ingressus, ex eius mundo muliebri Sandalium surripuit, ac statim ad me attulit. Erat id eius formæ, quam hic vides, Amice Lector, vel rectam, & erectam;

Gnomonici Genij furtivum scientificum.



A

vel



*Sandalij
Gnomo-
nici de-
scriptio.*

Plana ABCD terram calcantia, erant argentea. Cætera omnia in Sandalio aurea, gemmea, mirifico opere, ac blandiente oculis colore variegata. Ne circa parerga distinear, venio ad Gnomonica in Gnomonico Sandalio.

In plano AB incisus circulus AEB diuisus erat in quater 90 gradus, & in 50 singuli quadrantes circuli. Ex centro F pendebat cum filo perpendiculum FGH, quod refigebatur, cum lubitum erat, ex F, & sub lamella H claudebatur.

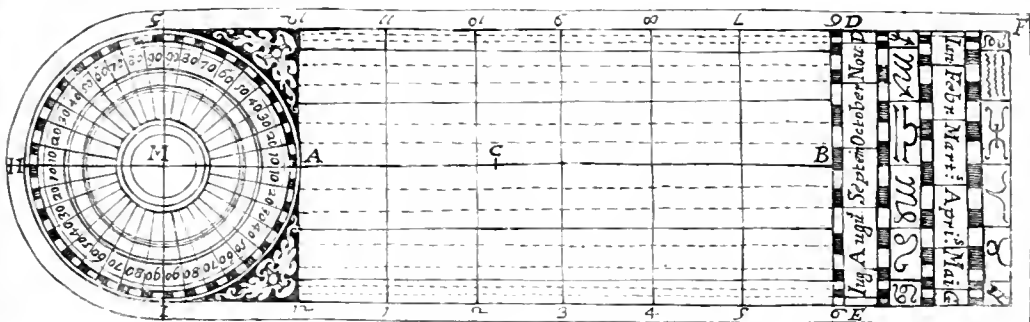
In plano CD longitudo styli IL erat æqualis distantiae planæ, si uè lineæ rectæ MN. Animaduerti curuaturam NE esse quadrantem vnus circuli, cuius centrum in L. Horarum 7, 8, &c. lineæ rectæ, signorum verò Zodiaci erant curuatae, quæ inter BE, PN. Denique comperi quadrantem cylindricè cauum EP esse horarium compendiosissimum, ac vniuersale referens quartam partem Zonæ cælestis, cuius latitudo utroque Tropico terminatur. Sandalij ego conceptam constructionem breuissimam, facillimam, ac scientificam mox docebo, deinde usum.

Pro-

PROPOSITIO II.

*Sandalium Gnomonicum, hoc est Horarium
uniuersale Zone celestis torridæ facillimè
construere.*

Quoniam horaria sortiuntur appellationem à circulis cælestibus, quibus sunt parallela, hoc autem parallelum est Zone cælesti, quæ torridæ in terris correspondet, ideo libuit appellare Horarium Zone cælestis torridæ.



Inducta AB indefinita pro amplitudine Horarij describendi sumantur sex spatia equalia, per quorum terminos, ac puncta ducantur occultæ, ac indefinitæ septem lineæ. Deinde ipsius AB, quasi quartæ partis peripheriæ circularis, accipiat diameter, sic ratiocinando, Si (ex Archimedis calculo) peripheria 22 dat diametrum 7, peripheria 24, nempe quadruplicata AB, quid dabit? Ex vsu Regulæ aureæ prodibit quartus numerus 7 $\frac{7}{4}$, minutijs ad latiores reductis. Ad praxin faciliorem, erit quæsitæ diameter intervallum septem horarum in ipsa AB una cum quinque octavis vnius horæ, paullo insensibiliter plus. Accepti ergo spatij, siue lineæ ductæ horarum 7, & vnius horæ, dimidia pars est quæsitæ semidiameter, ad cuius inter-

Pro planis in curuando circulariter in quadratæ ratio inueniende semidiametri.

uallum ducti circuli quarta pars erit curuatura pro cylindricè incuruato quadrante, ad quem aptanda, & incuruanda erit AB.

*Signorū
Zodiaci
per li-
neas ho-
rarias
ducēdo-
rum mo-
dus.*

2 Eadem semidiameter terminabit, ac signabit parallelas horarias lineas terminis signorum Zodiaci sic. Diducto circino ad interuallum prædictæ semidiametri (quod interuallum finge esse CB) centro C duc arcum circuli tangentis in B, & ope circini proportionum, iuxta ea, quæ docuimus ad 9, & 10 propositiones vtriusque tomi Aerarij, vel alia arte, accipe vtrinque à B ad D, E maximas Tropicoꝝ, & aliorū signorum minores declinationes, iuxta tabellam, quam apud nos habes in Apiar. 9. cap. 6; & aptatā regula ad C, & ad terminos, siue gradus declinationum, in arcu ducto per B, vide vbi eadem regula signet lineam horæ inter D, E. Ea hora sic signata dabit & reliquas signatas, si nimirum sectiones in hora 6 transferantur in horæ 12 lineam, & aptetur regula ad sectiones signorum in vtraque extrema linea, siue hora 12, & 6; regula enim intermedias reliquas horarias lineas signabit, vt vides in appposita figura. Ac de more distingues per gradus menses, & signa, vt habes in spatio EF.

3 Terminatas verò Tropici parallelas lineas horarum notabis vtrinque numericis, vt vides in figurā, in qua 12 horas senarijs oppositis progredientes habes ante, & post meridianam, &c. Cætera huc spectantia vide inferius in prop. 4, vbi de vſibus.

Ex altera parte circulum AGHI, atque in illo illi concentricos diuides in quatuor quadrātes diuisos in gradus 90, vt ex centro M perpendicularum suspendas pro varijs Poli elevationibus. Denique incuruabis, & aptabis Zonam horariam (cuius longitudo AB) quadranti cylindricè curuato, & habenti pro semidiametro styli longitudinem, iuxta quantitatem inuentam in num. 1 huius propositionis. Qui stylus erigatur vel ex B mediā linea horæ 6, vel aliunde, modo eius vertex sit in centro quadrantis ex circulariter curuatā AB. Cui vid's apta, & aptata omnia in Sandanio Gnomonico propositionis 1 antecedentis.

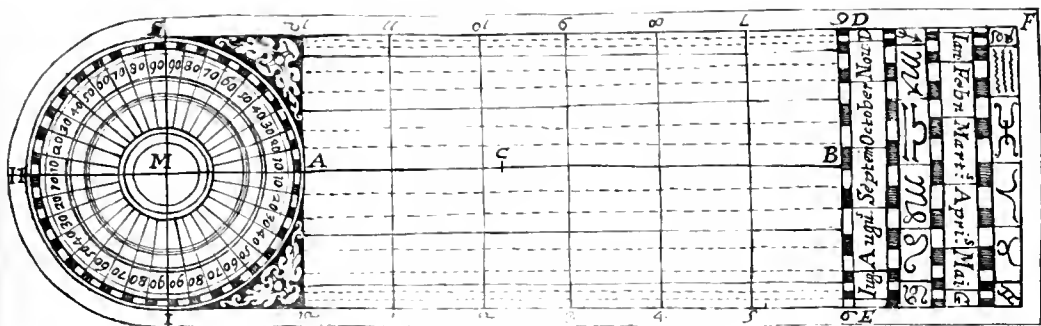
*Styli
longitu-
do, & lo-
catio.*

*Ani-
maduer-
ſio pro
conſtru-
ctione
fabrilis
& phy-
ſicā Sā-
daly.*

Animaduertendum verò est pro praxi, & pro apta forma Sandalii, (ne difformiter gracile formetur) non esse necesse curuaturam inter BN esse illius torummodo latitudinis, quæ vtroque Tropico clauditur, sed dilatatam esse ultra terminos horarum vtrinque ita, vt vacet spatium ex utraque notis horariis. Dummodo enim, in fig. prop. 1, intra cauum BN sit descriptum horarium, nihil refert si citrà EN, & ultra BP vacent spatia.

SCHOLION,

In quo hallucinatio Tyronibus patefacta.



Quid multis? inquit Tyro, accipe spatium 4 horarum, & habes semidiametrum, in hoc est sexta pars circuli, cuius quadrans fit ex curvata circulariter AB. At fallacia est, quia semidiameter subtenditur quidem arcui quattuor horarum, sed minor est arcu quattuor horarum in planum proiecto. Propterea CB minor est spatium quattuor horarum inter 2, & 6 horas in linea recta AB, &c.

*Cautio
in acci-
pienda
semidia-
metro
pro qua-
rante
in San-
dalio.*

PROPOSITIO III.

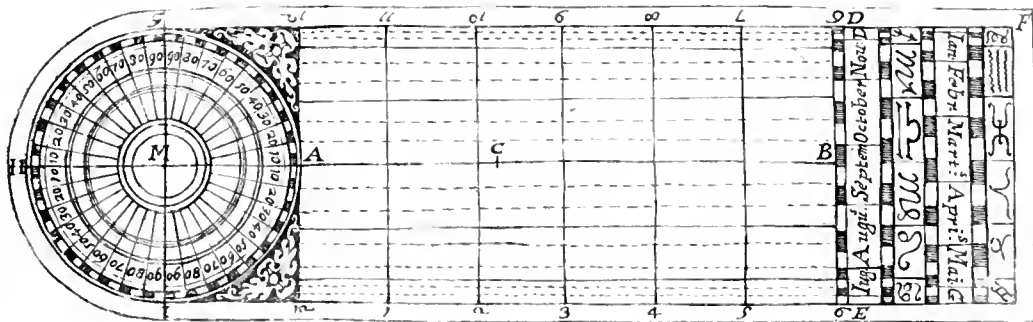
Theoria praxeon antecedentium.

I Varta pars plagæ cælestis (in qua sunt circuli & Æquinoctialis, & horarum Astronomicarum, & paralleli signorum Zodiaci vsque ad utrumque Tropicum) quæ sphaericæ curvæ est, hic proiecta est in planam cylindricè curvatam, dum circulorum horariorum curvitates in rectas lineas abiectæ sunt. Quoniam autem declinationes signorum sunt ar-

*Proie-
ctura
optica
Zodiaci
in planam
& in ci-
lindricam
conca-
vam su-
persiciet.*

cus

cus Colutorum, Coluri autem, & Aequinoctialis, & horarij circuli sunt maximi circuli in sphaera pro communi centro habentes terræ



globum, ideo eadem à nobis semidiameter CB accepta est & pro styli longitudine (idest pro distantia terræ à circulis horarijs) & pro quadrante lineæ Aequinoctialis AB circulariter incuruandæ, & pro arcu Coluri signantis solstitia D, E, & reliqua Zodiaci signa in planum projecta.

*Theo-
rice cir-
culi pro
elevatio-
nis po-
li.*

2 Circulus verò AGHI est instar meridiani, & pro axe Mundi est diameter GI, & pro utroq; Polo (siue pro pro Arctico) est utrumlibet extremorum G, & I, cuius Poli pro varia regionum obliquitate elevatio proditur a quantitate arcus secti a perpendiculari, &c. ut horarium sit uniuersale.

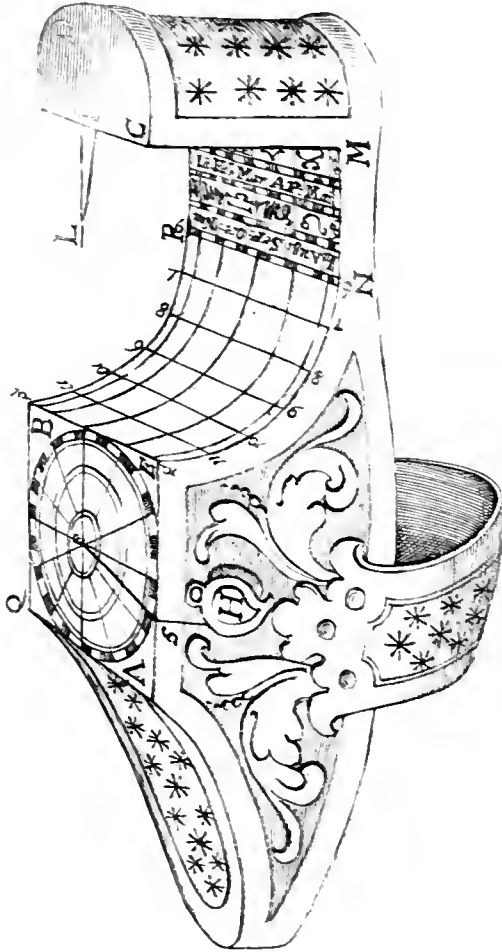
Denique puta horarium uniuersale à nobis possum in 1 Progymnasmate Apianij 9, idem esse cum hoc, nisi quod hoc cylindricè, seu circulariter incuruatum est, illud verò & projecturas inæquales, & utrum in plano habet. Vise illuc, & contere cum hoc.

PROPOSITIO IV.

Vsus Sandaliij gnomonici pro horis ad quamlibet poli elevationem cognoscendis.

Vniuersè loquendo obuerte Soli, atque oppone cauum cylindricum quadrantem horarium EP. Speciatim verò, ac pro horis ante meridiem Sandalium astronomicè vt collocetur, illud erige, & Soli concauum oppone vt hic

*Pro ho-
ris aequi-
scendis
ante me-
ridiè sub
sole Au-
strali.*



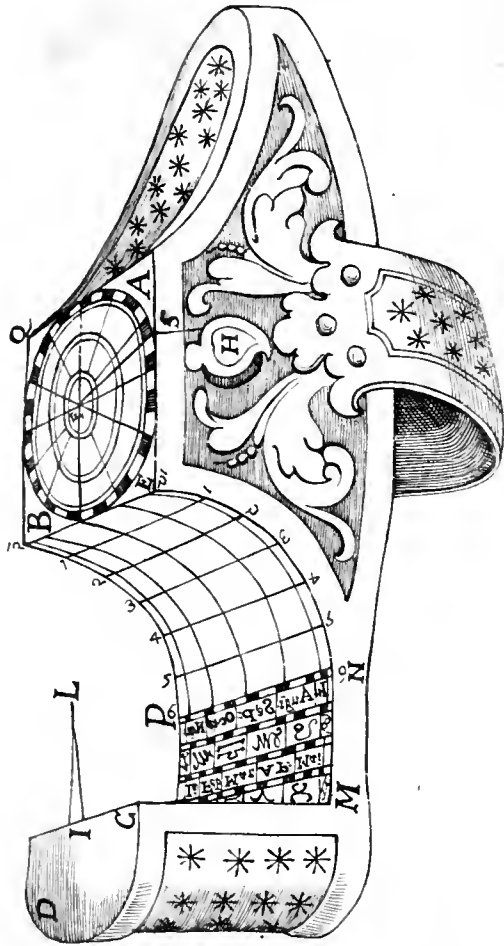
vides, radiâte Sole tibi ad sinistram; circulum vero AB ita obliquato, vt perpendicularum & radat circuli planum, & signet gradum elevationis polaris. Simulq; umbra è vertice L signet Solis parallelū (vel diem mensis) inter lineas horarias. Ibi enim erit hora, vel horæ pars quæ-

quæ sita. Numerabisque a P ad B descendendo 6, 7, 8, &c.

Quoniam vero breuitatis gratia positus erat vnicus ordo Signorum congruens cum cursu Solis (in Sādaliō Gnomonicæ, quæ forori Astronomiæ in omnibus congruit) intelliges, ac efficies vmbra cadentem in signum oppositum signo, in quo Sol versatur. Verbi gratia, Sole versante in signis Australibus, puta in ♋ gr. 10, fac vmbra cadat in 10 ♏. &c.

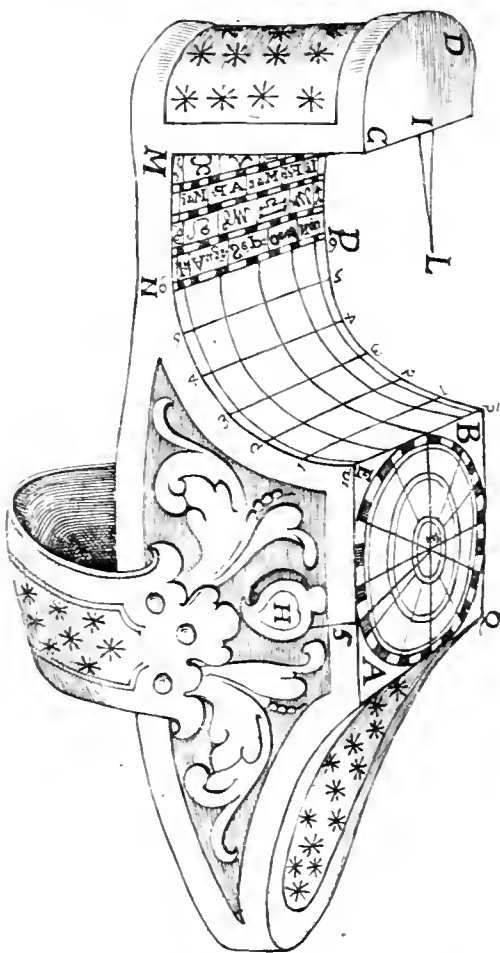
2 Sole vero versante in Signis Borealibus, quo tēpore oritur ante sextam a media nocte, vt habeas quotlibet horas ante sextam, inuerte

*Ance
meridiē
sub sole
etiā Bo-
reali.*



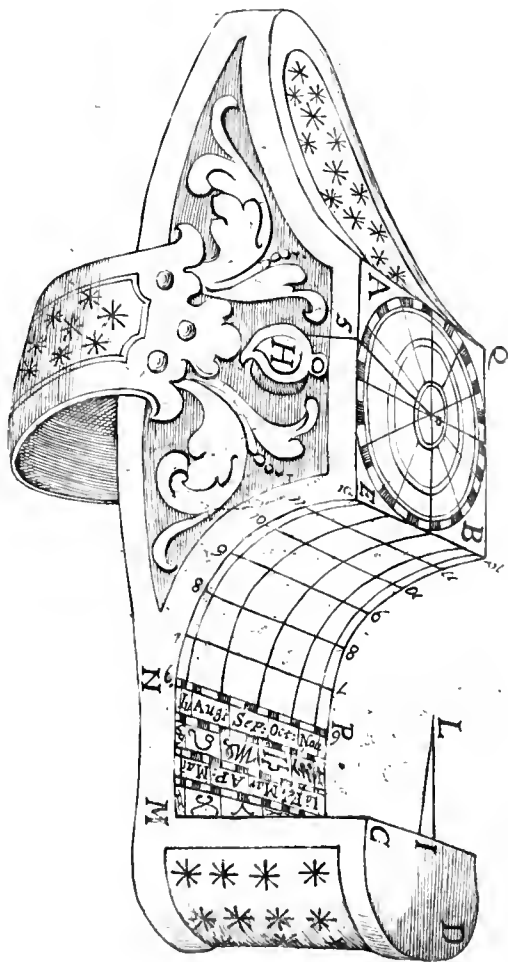
Sandalium, vt hic vides ad sinistram, perpendicularo radente gradum eleuationis Polaris in semicirculo EB; ac Solis radius proijciat vmbra è stylo in signum oppositum (vt prædictum, & cautum est in fine numeri 1 antecedentis) atque indicabit horam descendendo à E versus P, ac numerando 1, 2, 3, &c.

3 Pro horis post meridiem verte Sandalium, vt hic vides in 3 situ Sandalij, radiante tibi Sole pariter ad sinistram atq; in oppositū signū. *Post meridiem sub Sole Australi.* Vmbra ab E ascendet versus N, & numerabis horas 1, 2, 3, 2, &c.



*Post meridie
sub sole etiam
Boreali.*

4 Quo tempore Sol occidit post sextam à meridiè, vt quotlibet horas habeas pro regionis, & temporis exigentia, inuerte Sâdaliu vt hic vides. Sol enim post sextam projiciet vmbra ascendendo ab N versus E, numerabisq; horas 6, 7, 8, &c. Atque in omnibus hisce Astronomicis collocationibus Sandalij memento perpendiculi signatis elcuationem Poli vel ad partes inter EB, vel ad inter AQ.



Habes, mi Tyro, Gnomonica Philosophiæ
 Sandalium horarium vniuersale non indignū,
 quo etiam Regina qualibet donetur, certe cui
 regia cedant Sandalia. Ac vide quāti facienda
 sit ea scientia, quæ sub pedibus Cælos, & sy-
 dera gestat; cuius vel in Sandalio tantum latet
 Philosophiæ, atque vsuum Astronomicorum
 pro Ciuili vita, & humanis actionibus per cer-
 ta tempotum spatia ritè ordinandis.

*Vetē
 Sādalis
 Gnomon.
 Philos.
 dignitas*



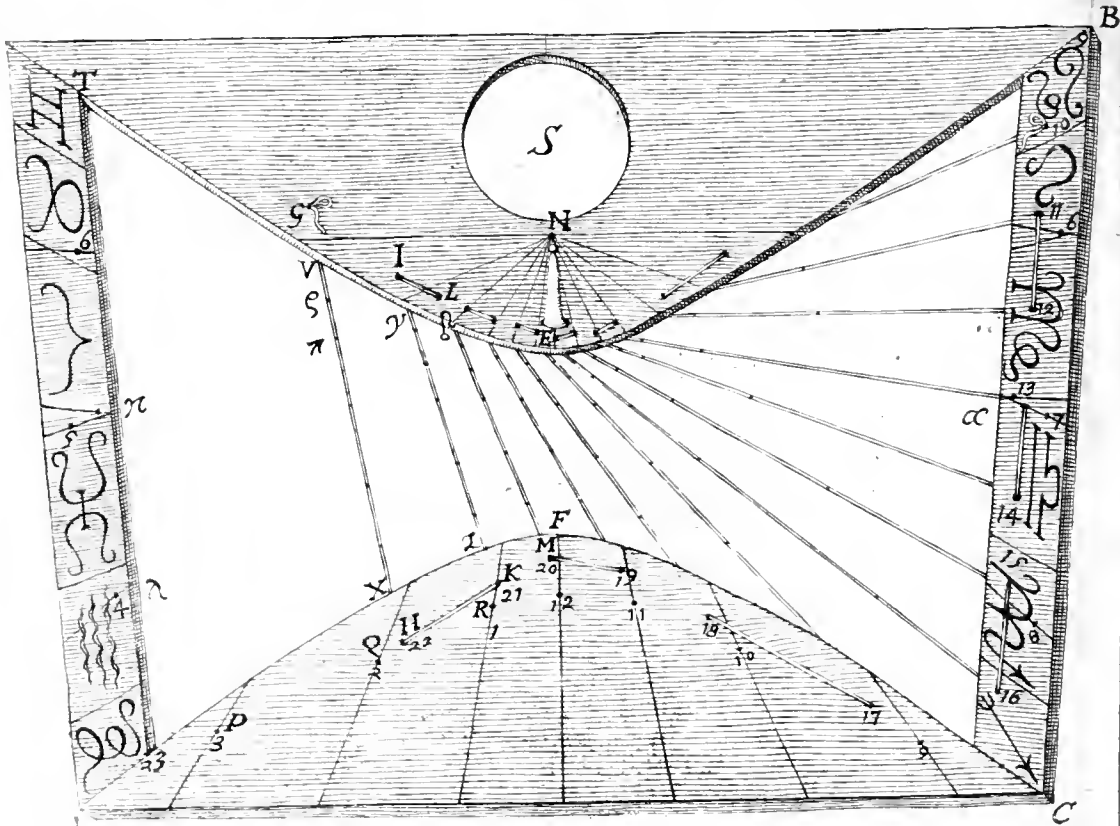
CITHARA.

Exodium horarium II.

PROPOSITIO I.

Cithara horaria facillima constructio.

IN lamina tenui, ac solida ex oricalco, vel ærea alterius materiæ, quam magnes non sequatur, ABCD describito ad tuæ regi o-



nis latitudinem horarium horizontale vnicà circini diductione demonstrata, & vsurpata à nobis in Apiario 9. Prog. 1. cap. 5. & Prog. 4. cap. 1. Tum lineas horarias Astronomicas, & ab horizonte inchoatas terminato sectionibus conicis Tropicorum AEB, DFG, ac signato reliquorum Zodiaci signorum sectiones, iuxta varios modos in cit. Ap. 9. prog. 4. cap. 3. Post hæc vltra terminos horarum vtrinque notato puncta in directum tam Italicis horarijs lineis G, H, I, K, L, M vsque ad supremam 10, vel 9; quàm Astronomicis ab eodem centro Nad P, Q, R, &c.

*Horarij
horizontis
descriptio
vnicis
& demonstra-
ta circi-
ni diduc-
tione.*

2 Mox incide planum horarium secus lineam horæ 23 Italicæ, & secus terminos Tropicos AEB, DFC, & prope latus BC; cū vides in figura spatium vacuum 123 ad prope latus BC, & inter AEB, DFC. Deinde vbi puncta vltra tropicos notasti planum perforato, ac si liculam sonoram longiorem traicito per foramen G, ac infer nē sub, & per H, inde ad K, & internē per I, per L, per M, ac deinceps, vt vides in figura fictum pro lineis horarijs Italicis. Pro Astronomicis verò longe facilior erit consuetio, & traductio sonoræ fidiculæ ab eodem centro N per foramina P, Q, R, ac deinceps. Quaru linearu astronomicarum fila per vacuum plani horarij nō traduximus, ne figura implicatior appareat; sed earum tantum initia ab N, & partes citrà tropicos DFC in plano horario per foramina P, Q, R, &c. traductas expressimus. Numeros horarum apponito ad foramina, & signatis Zodiaci signis in latere vtroque AD, BC, ex ijs notato puncta in lineis horarijs. Quæ omnia vides in apposita figurà. Vbi S foramen maiusculum est, in quod p̄x̄is cum acu magnetica ingerantur. EN stylus.

*Fidicula
horarium
horizontale
consuere
Italicū
C -*

*-Astro-
nomicū
facillime.*

3 Hac peracta constructione, horariam citharam in lineis Italicarum horarum sonoris tibi parasti, in qua Heptachordum est à linea horæ 9 ad 16 crescendo à fidibus breuioribus ad longiores, à Nete ad Paranetem, ad Triten, &c. vsque ad Parhypaten. A linea sonora horæ 16 ad lineam horæ 20 est Pentachordum decrecendo à longioribus ad breuioribus. Denique à 23 Tetrachordum est rursus crescendo à breui fidiculā 20 ad longiores 21, 22, 23. Ex porro consonantiæ reddentur si ex arte à nobis tradita in Ap. 10, Prog. 1, varia crassitie, vel tenuitate, ac intensione, vel remissione fides horarias adtemperaris.

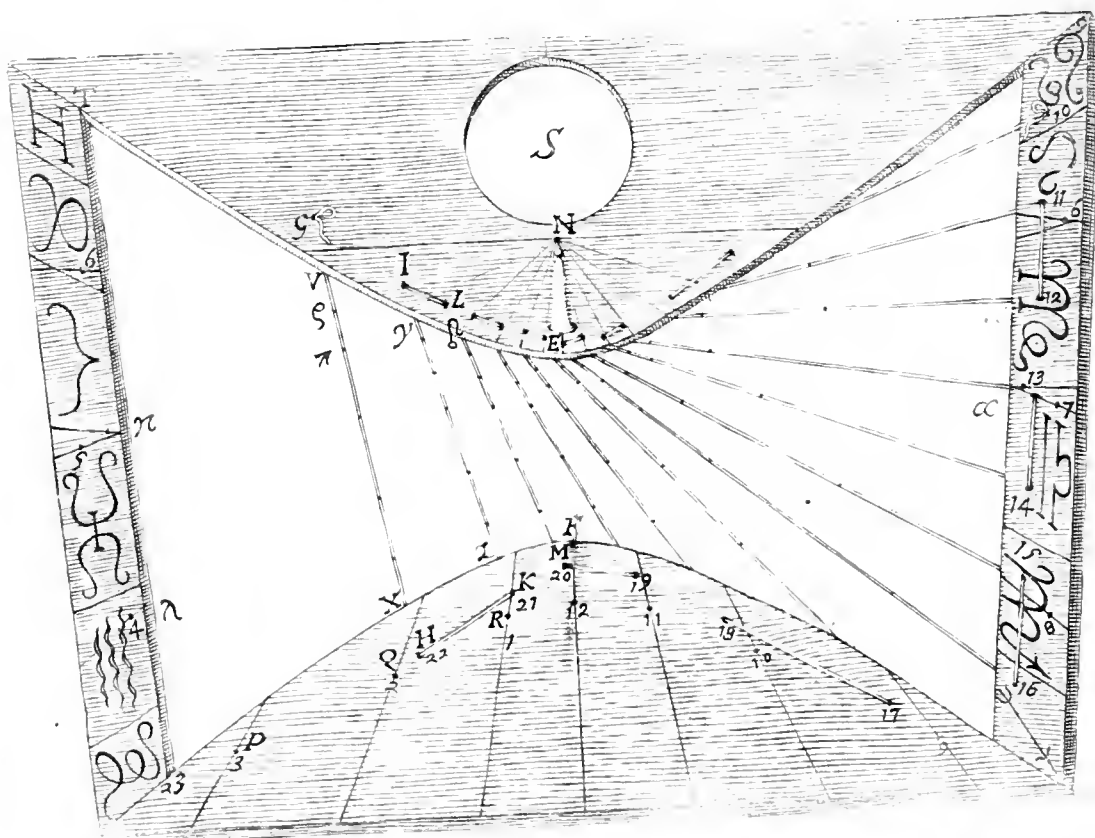
*Cur Cithara
nomen
huc ho-
rario.
Musica
ratio ci-
tharæ
pro horis
italicis
C pro
Astro-
nomicis.
Fidicu-
la cur
non sint
æreæ.*

Astronomicarum horarum fidiculæ geminatum Heptachordum cōponunt vtrinq; à 12 ad fidiculā horæ 6 à meridie, & a media nocte. Fidiculæ sint agninae, non æreæ; docuit enim rei experientia, æreas, dum per foramina plani horarij varie flectuntur disrumpi.

Pro-

PROPOSITIO II.

Citharæ horariae usus pro infinitis numero horizontalibus horarijs momento describendis. Pro horis etiam in aqua labente videntis, & audiendis. Pro horis Babylonicis ex Italicis, & pro Italicis ex Babylonicis agnoscendis, & describendis. Astronomicas non signatas unico filo agnoscere, vel signare.



Nullo negotio licebit ex horaria constructa cithara quotlibet quolibet momento horaria horizontalia describere. Nam plano ABCD aptato ad subiectam paginam, signabis eam punctis iuxta extremitates horariarum fidicularum; pro Italicis ad punctum T, & ubi numerus 23; ad V, X pro 22; ad y z pro 21, ac sic deinceps. Pro astronomicis ad V, & ubi numerus 6 in latere AD; ad γ, & x pro quinta à meridie; ad δ, & λ pro quarta, & sic deinceps. Ad E, F pro meridiana; ad α, α pro Aequinoctiali signentur puncta. Pro reliquis signis Zodiaci intra tropicos signentur puncta iuxta signa in fidiculis, ceu iuxta ρ, ω, & cætera puncta in singulis horarijs fidibus. Notentur styli locus, & longitudo; ac denique sublato plano ABCD, puncta in utroque tropico, & latere opposita iungantur rectis lineis, eritque horizontale horarium descriptum etiam ab ignarissimo Astronomiae, ac Philosophiae Gnomonica. Eademque facilitate, ac temporis breuitate quocunque alia in quocunque planis horizonti parallelis describentur.

2 In promptu etiam est, ut statim horam quaesitam agnoscas, collocata cithara ABCD astronomicè iuxta directionem vel acus magneticae in S, vel iuxta congruentiam rectae imaginariae EF cum linea meridiana in plano horizontali ritè ducta, vel iuxta cuspidem umbræ a stylo EN proiectæ ad gradum signi, in quo Sol versatur, quæ gradum dabit directio imaginaria ad signa Zodiaci in lateribus AD, BC signata.

At verò non ita in promptu est ut etiam cæcus ex horizontali horario possit ab alio vidente, ac non pronuntiante, horam agnoscere. Quid nî? nempe si qui horam vidit, sublata horaria cithara, pulset fidiculam horæ quaesitæ, reddatque tot tinnitus auribus adstantis cæci, quot hora postulat. Itaque didicisti in horario horizontali horas non solum videre, sed pulsare, & audire.

3 Adde paradoxo paradoxum. E lineis, & fidibus horarum ab occasu licet facillimè describere, ac videre horas ab ortu, & e lineis ab ortu describere, & videre horas ab occasu.

Nam si latus AD, quod spectat ad ortum Solis (dum cithara horaria pro inspectione horarum Italicarum astronomicè collocatur) vertas in occasum, & BC in ortum plano ABCD inuerso, ac resupinato, tunc eadem fides, quæ in subiecto plano indicabant, & describebant Italicæ, Babylonice indicabunt, & describent. Ac vice versâ, citharæque horaria euersâ, e Babylonice Italicæ agnosces, ac describes.

4 Quod verò ad Astronomicas horas attinet, collocatâ astronomicè

E cithara momento-nea descriptio quocunque horariarum horis Italico-rum.

Horam agnosce-re in cithara horaria. Italicâ.

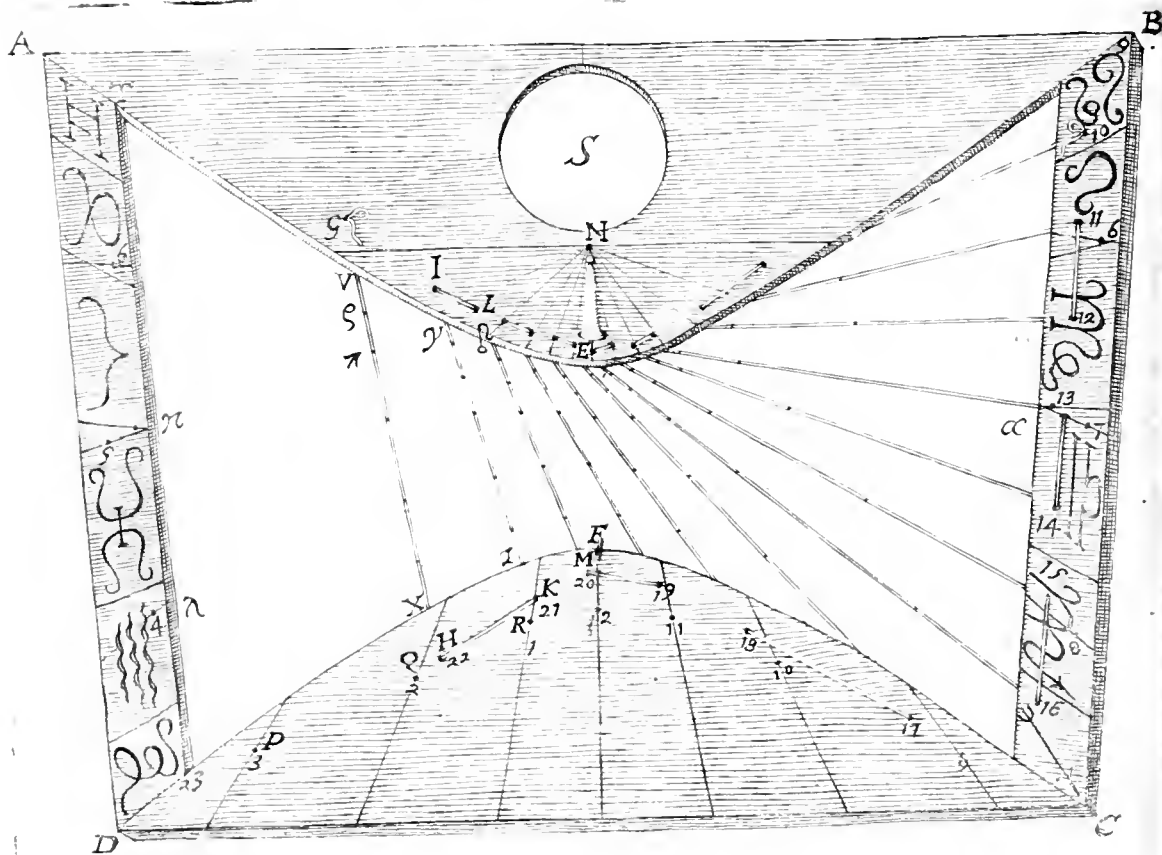
Etiam cæcus horam discet à cithara horaria

Horas Babylonice ex Italicis, & versa vice, in plano horis-rali describere.

Horas micè citharà horarià ABCD, si filum, altero eius extremo in centro
Astro- N fixo, deducas per latera AD, CB ita, vt contingat verticem vmbrae
nomicae à stylo proiectæ, ostendet vel horam, vel partem horæ astronomicæ,
unico fi- quam indicat numerus ad foramen Astronomicæ notatus. Exempli
lo cogno- gratia, si vmbrae apex cadat in ω , filum ex N deductum per π indi-
scere, de- cabit in latere AB penè δ meridie.
scribere
unica fi-
dicula,
vel re-
gula.

Sin autem filum adducas ad astronomicarum foramina, & puncta
 notaris ad oras vtriusque Tropici AEB, DFC, & notata apposita
 puncta rectis lineis coniunxeris, construxeris facillimà, & breuissimà
 operà quotcunque libuerit horaria horizontalia astronomicà.

Quæ tamen pariter omnia etiam fortasse facilius expedies, si re-
 gulam aptaris ad centrui N, & ad apicem vmbrae iuxta foramina
 astronomicarum, vt horam noris, vel ad ipsamet foramina, vt lineas
 horarias designes. &c.



§ Denique paradoxa præcedentia paradoxo claudam. In quolibet plano horizonti parallelo prædicta horarum tria genera spectare potes, siue solida, siue liquida, siue fixa, siue mobilia sint plana. Nam si superflua aquæ vel in vase, vel in lacu, vel in mari tranquillæ, ac stagnantis, vel etiam è fonte leniter, & æqualiter labentis, apponas astronomicè horizontaliter citharam, videbis cuspidem umbræ signantem horam tacitè labentem in subiecto plano apertè labente, vt horas habeas ab horaria cithara non solum in terris, sed etiã in aquis, terra, marique gnomonicè instructus.

*In plani,
etiam mo-
bilibus
spectare
horas.*

PROPOSITIO III.

Vsus præcipuus citharæ, siue horarij horizontalis profacillimâ descriptione horarum Astronomicarum, & Italicarum ex Babylonis, & Italicarum ex Italicis in muro quocumq; declinante, & in plano quocumq; inclinato.

V Sus in antecedenti 2. propositione à nobis excogitati non sunt præcipui etiam apud nos, sed ille est præcipuus, quem olim indicauimus in Apian. 9. Progyrn. 4. cap. 4. Ac licet non nemo tentarit ex horizontali murale horarium describere, factis rimulis circa tropicos, & circa lineam Aequinoctialem, per quas rimulas filum a vertice styli tractum ad extrema horarum signaret in muro puncta extrema linearum horarum in muro signandarum; tamen (præter alia incommoda, & deficientias) non licet habere partes horarum linearum in plano horario inscriptas inter extrema, secus quas partes filum traducatur in murum, si quando accadat ob muri declinationem non totam signari posse lineam horæ alicuius. Cui dispendio obuiam iturus ego cogitaram rimulas facere secus singulas integras lineas horarias in plano horizontali. Sed multiplex ea rimarum incisio erat operæ prolixioris.

Imperfectæ aliorum molitiones in horizontali horario ad muralem.

Itaque censuit Dominus Bartholomæus Proualia vnâ mecum præstare vnica, & breui opera totum spatium ab horis occupatum ab-

*Expedi-
tissimus
usus ho-
rarij ho-
riZota-
lis, ci-
thari-
zati ad
mura-
lia. &c.*

*Cur in
figura
murale
orientale.*

*Distin-
ctio, &
cognitio
linearū
i figura.*

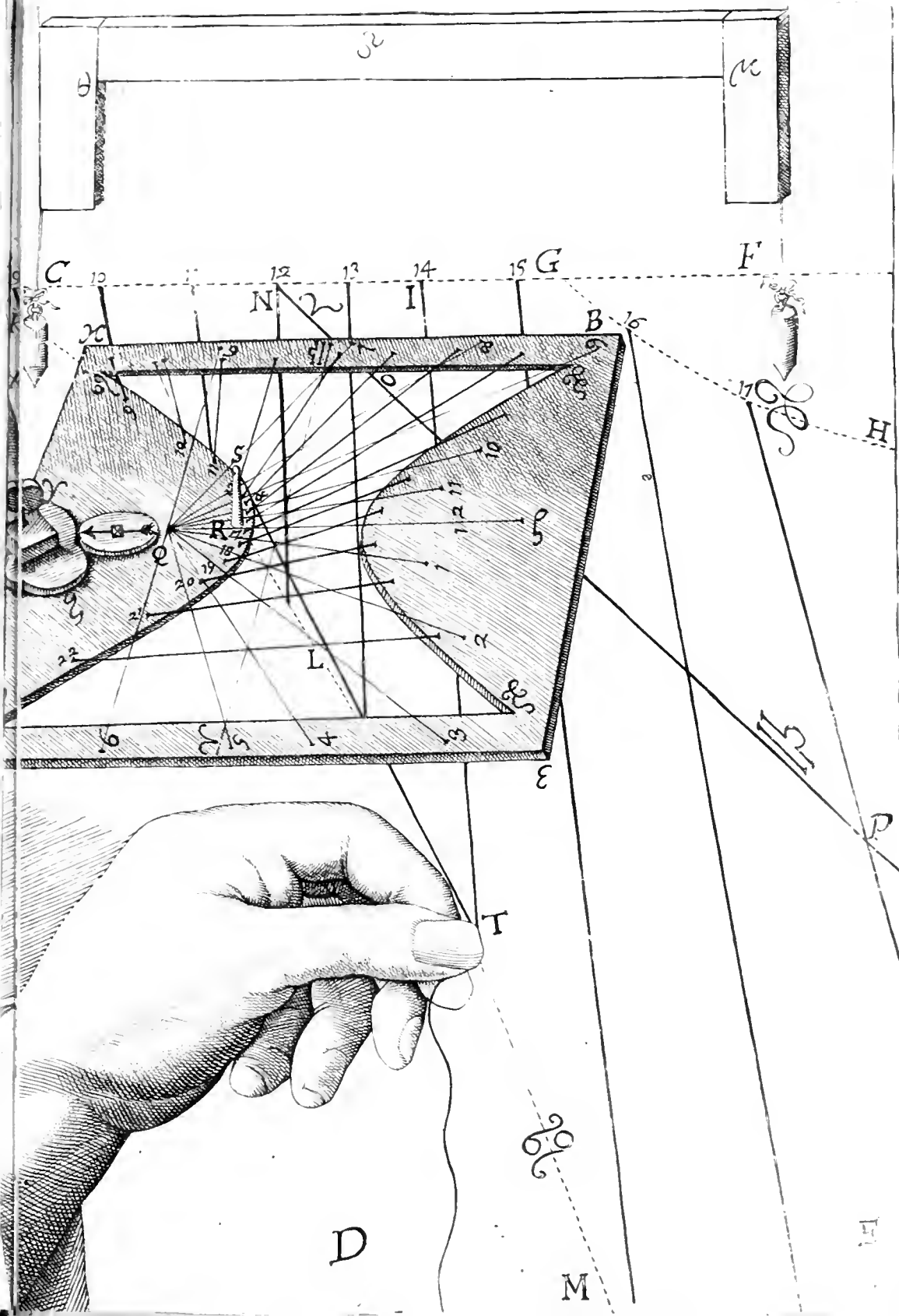
scindere secus utrumque tropicum, & horas ab omni impedimen-
to liberare fiduculis consuevit, ut factum iam vidisti in figura antecede-
ntis propositiōis, & adhuc hic vides in hoc secundo horario plano A-
B, in quo ad usum expressimus non solum Italicas, sed etiam Astrono-
micas horas fiduculis protensas.

Exemplum autem horarij in murum traducēdi ex horizontali dedi-
mus non in signatione horarij muralis ad Austrum spectantis, quod
fuisse facillimum; sed, ad omnem Tyronibus difficultatem eripiē-
dam, selegimus obliquitatem, ac declinationem muri spectantis utrū-
libet horizontem, qualem hic vides CDEF spectantem ad Solem or-
tuum, ut hac difficiliore praxi exposita, nihil super sit Tyroni, ubi
haereat in facilioribus praxibus circa muros minus declinantes.

2 In primis caue te implicet in figura linearum multitudo, &
varietas, atque in ea distingue instrumentum, siue citharam horaria
designatoriam a muro, atque in utroque lineas internosce. In Plano
CDEF lineę crassiores horarum sunt in muro descriptarum 9, 10, 11,
12, 13, 14, 15, 16, 17 terminatarum partim ab horizonte CF,
partim a Tropici GH, KLM. Aequinoctialis est NP. In plano verò
instrumenti horarij graciliora fila a centro Q traducta sunt pro horis
Astronomicis, quarum numeri in plano tropici inferioris notati v-
trinque a meridiana Q 12, sunt, 1, 2, 3, &c. 11, 10, 9, 8, &c. Fila
vero mediocri crassitie traducta sunt Italicarum horarum, incipiendo
inverso ordine a latere pro hora 23, earumque numeri notati sunt in
plano tropici superioris, ubi 22, 21, 20, &c. usque ad 9. Stylus per-
pendiculariter erectus ubi R, è cuius vertice filum traductum per
contactum extremitatis lineę horarię Italice 14 terminatę a tropi-
co superiore GA, eius horę punctum infimum signat in muro ubi T.
Traductis præcognitis, ac distinctis, veniamus ad instrumenti con-
structionem, & usum pro horarijs in quolibet muro declinante, &
plano inclinato describendis.

*Suspen-
sori for-
ma, &
ratio.*

3 Muro, in quo cogitas horarium describere, affige suspensorium
ligneum, siue ex oricalcho (modo non ferreum, propter acum ma-
gneticam in plano citharę, &c.) velut in V, quod sit eius conditio-
nis, ut habeat brachium, quale XY, quod ad angulum rectum sit mo-
bile circa ZX, & clauo cochleato firmari possit in X; pars X caua sit,
per quam excurrere possit pars altera teres, Y, quę bifida, & latio-
ris sit in formam gemini labij, à E ad Y, & cochleato clauo ad Y constrin-
gi possit, vel dilatari. Planum citharę horarię AB ingeratur in EY,
& firmetur clauo Y parallelum horizonti. Quam ad rem conducet
rotunditas partis Y, quę facile circumuolui potest ad aptè librandū
pla-



*Cithara
horaria
apud lo-
cades, &
libraria
adju-
menta.*

planum AB, ut mox videbis. Pro modo horarij describendi sit *mo-*
dus, & quantitas distantiae styli RS à muro. Quam distantiam vel
imminues moto brachio XY circa ZX versus murum, & immittas par-
te tereti θ Y magis, ac magis in caua X γ , vel augebiseducta, & pro-
ducta parte π Y ex caua λ γ , & mobili brachio XY versato circa λ Z,
& auerso magis, ac magis ab ea muri parte, in quam proijciendę erunt
horarię lineę ab Instrumento AB.

*Commo-
da pecu-
liaria
horarij
horizon-
talis pro
suspendio
aa ho as
in muro.*

Habet hoc commodi horarium horizontale pro horis describen-
dis in muris, quod, cum ex inferiore plani horarij parte filum pro-
ducatur ad puncta pro horis in muro, nihil officit operationi si pla-
num horarium suspendatur etiam ex parte murum spectante; atque
etiam quasi contingente. Quod genus suspendij non facillè licet, ac
sine incommodo pro ductu horarum in alijs instrumentis horarum
descriptorijs. &c. Quin etiam pro lubito, & commodò licebit su-
spendere planum AB in qualibet illius parte, non solum ut hic vides
in Y ξ , sed etiā in opposita ubi ϵ , vel in qualibet alia inter ω vtrin-
que, vel inter ρ vtrinque.

*Astro-
nomica
celle a-
no etiā
sine mu-
magne-
tica.*

Etiā nō suspendæ citharę vsum vide inferius in Schol. i. sequenti.
Denique ita collocabis AB, ut acus magnetica congruat cum axe
Mundi, &c. ut in alijs instrumentis. Vel sine acu magnetica, sub
cithara fige cartaceum planum cereis aliquot punctis, ac verte citha-
ram donec apex umbræ à stylo figuet gradum signi, vel diem mensis,
in quo Sol est. &c. Deinde aufer cartam citharę suffixam. &c.

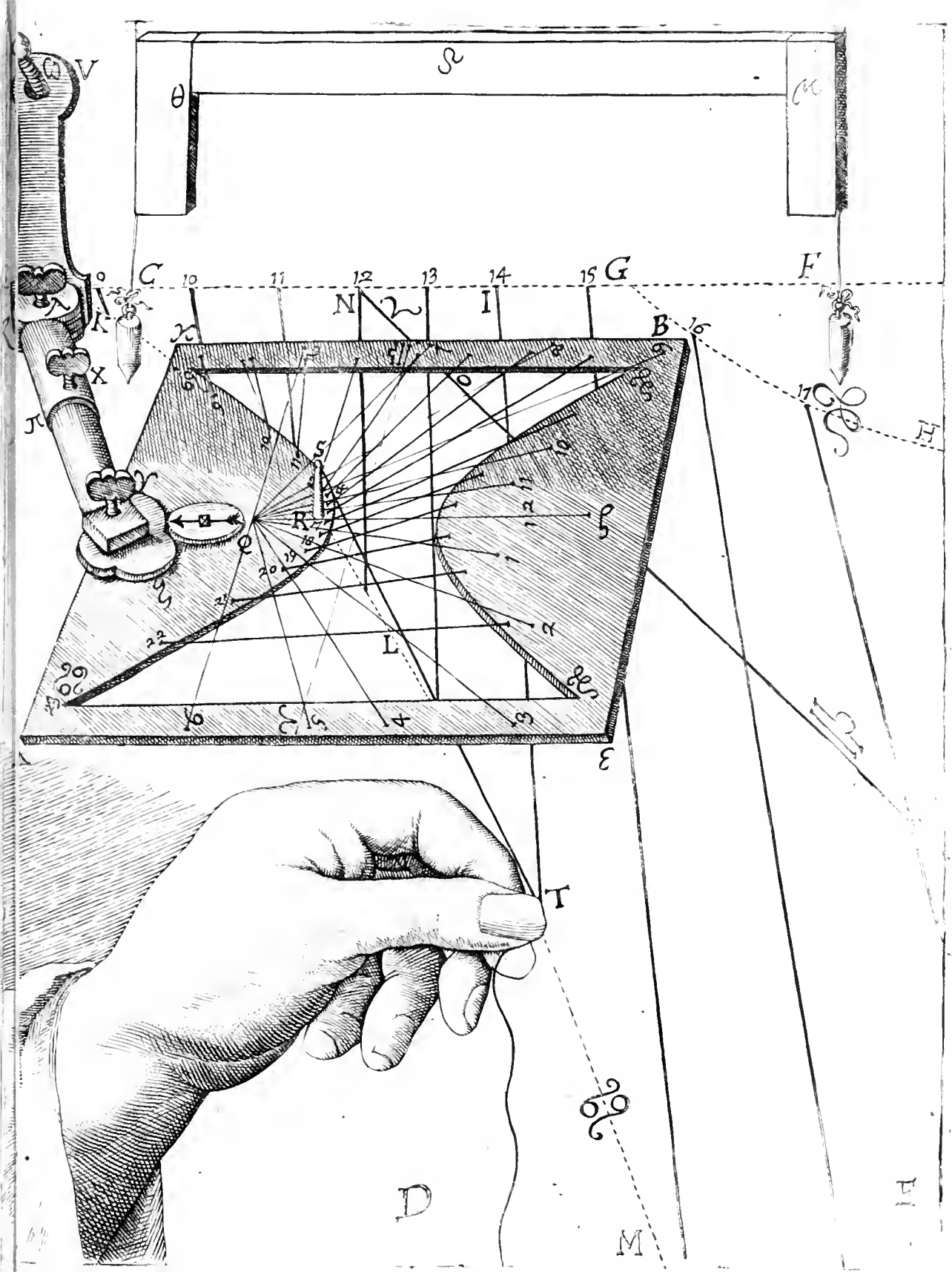
*Pro ho-
riotali
linea, &
librario-
ne in-
ste nō
paralle-
la hori-
zonti.*

4. Collocato, & instructo sic Instrumento, ante omnia ducenda
erit linea horizontalis CF. pro qua, & pro iusta libellatione Instru-
menti parallelus horis, faciet ponticulus è leui ligno dolatus, &
ad rectos in θ μ compactus, utriusque perpendiculara gerens, qualem vi-
des extra Instrumentum AB collocatum in spatio vacante, ne multi-
plicentur figurę. Impones igitur plano horario AB ponticulum, siue
geminatam normam ita, ut perpendiculara dependeant secus rectam
vtrinque signatam in utroque latere θ , & μ , &c.

In primis notandum regulę altitudinem æquandam esse longi-
tudini styli RS. Collocato igitur, & æquilibrato θ μ supra AB, du-
ces filum à vertice styli ξ ad murum ita, ut prius, ac simul tangat et-
iam summitem regulę δ , atq; ad eius altitudinem duo, vel plura
puncta notabis in muro, per quę ducta erit linea horizontalis. Qui-
bus punctis notatis, illic depones ex AB ponticulum θ μ , quo non
erit opus in cæteris lineis in muro notatis.

*Proiectu-
ra opti-
ca horari-
um hori-*

5. Reliquum operationis per facile est, ac per se patens. Apparet
enim manifesta optica projectura ab S fidicula in rectas lineas ho-



Zonalis, in muro. rarias in muro. Velut fidiculae, quae in plano QRS notatur horae Italicae numero 14 occulto sub stylosa ex \cdot in I, ex O in I proiecta est. Ac pariter reliquae, quarum muri obliquitas, & area pro horario destinata sunt capaces. Meridiana 12 Astronomica proijci non potest in murum spectantem ad ortum, vel occalum, quia muro parallela est in muros verò varie declinantes eius variae partes projiciuntur; quemadmodum in apposta figura partes Aequinoctialis lineae, ac reliquarum horarum in muro signatae sunt.

Praxis peculiaris pro signatis horis prioribus Italicis.

Horae ab ortu descriptae in muro ex horis ab occasu.

Ad praxim notaris pro signandis primis Italicis horis satis esse (filo meante iuxta partes aliquas fidicularum horariorum) duo, vel tria puncta notasse in muro, per quae deinde ducantur lineae horariae ad partem superiorem usque ad lineam horizontalem. Velut ex puncto α projecto in T, & ex puncto O projecto infra I. recta linea horae 14 producenda est per duo illa puncta usque ad horizontalem in I. Atque haec de horis Italicis, siue ab horizonte occiduo inchoantibus.

6 Quod attinet ad describendas in muro Babylonicas horas, siue ab ortu, & horizonte inchoatas, nihil facilius, atque hic etiam te prodit paradoxum in usu propositionis antecedentis secundae. Nam ex horis Italicis licet describere in muro Babylonicas, nempe educto plano AB ex YZ, & ita inuerso, ut latus Aa eat ad partes α B, & reuoluetur planum horarium, reflexa pyxide acus magneticae, & ingesta inforamē inuersum, &c. Sic enim e conuerso, & relupinito a horizontali Italico AB describes secus fidiculas Babylonicum in muro a l ortum spectante. Quemadmodum in eodem muro descriptum est Italicum e conuerso Babylonicum.

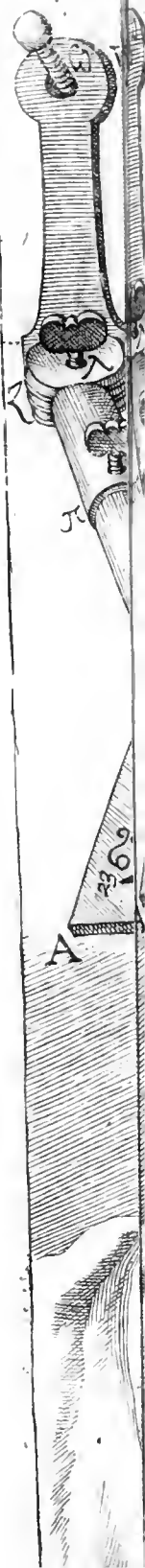
Astronomici Horarij in muro projectio etiam patet radente filo fidiculas a centro Q protensas. Si fingas murum parallelum, atque oppositum esse lateri Ba, nempe spectare ad Austrum, nihil facilius, & exprelius apparet, quam quemadmodum, & aequinoctialis, & Horizontalis, & Meridiana, & reliquae Astronomicae, atque etiam Italicae, ac Babylonicae horariae lineae optica projectura eant in murum.

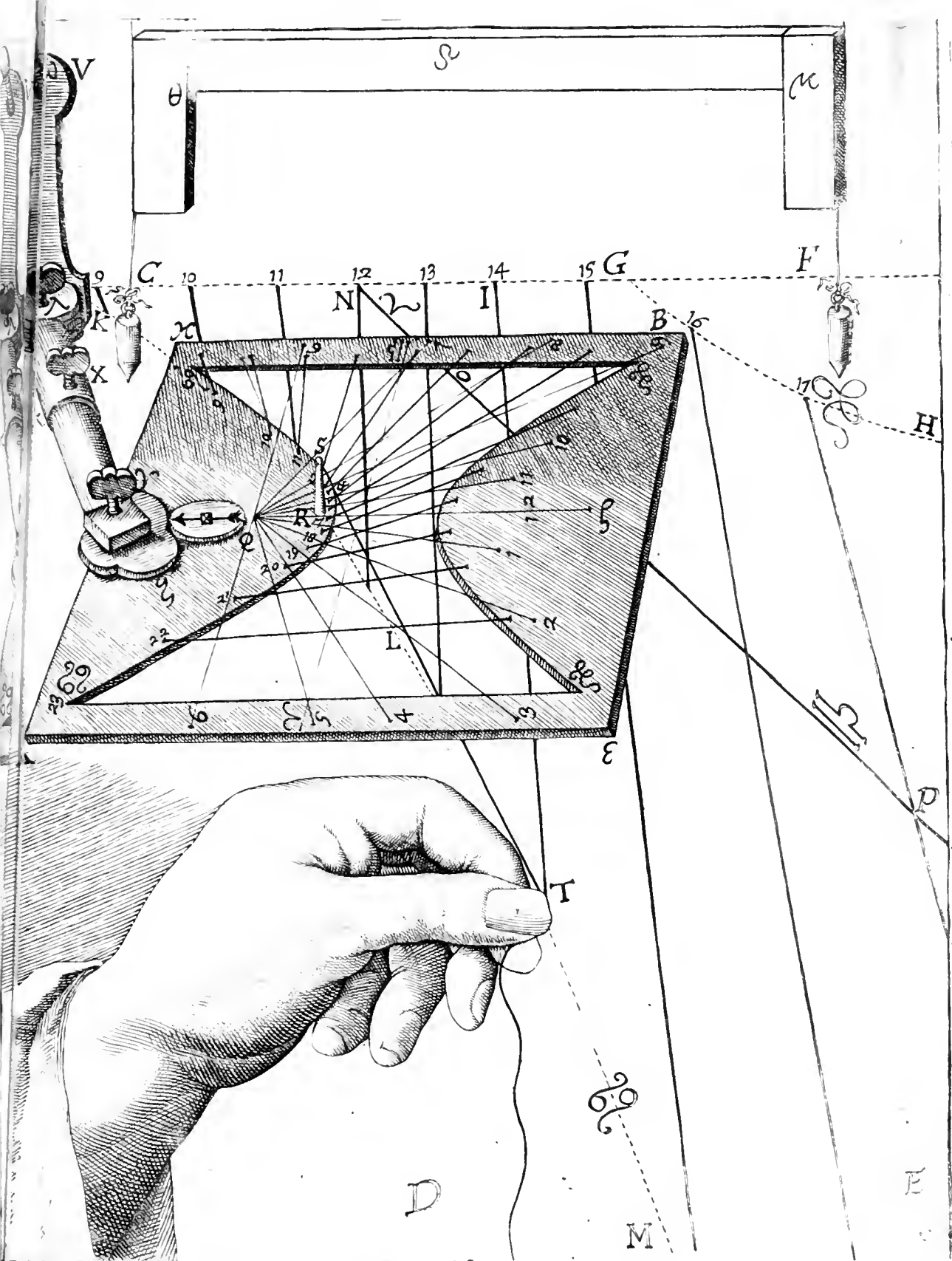
Pro describendis horis inclinatis planis.

7 Quod in muris declinantiis praecipuum est, proportionem intellige de planis quibuscunque inclinatis, in quae lineae horariae ope fili fidiculas radentis projicientur ex instrumento astronomico collocato iuxta praedicta in anteced. num. 3 huius Propos. 3.

Praestiterit fortasse pro planis inclinatis, aut etiam necesse aliquando erit vice solpentorij vel fulcro; de quo in seq. Schol. 1.

Habes igitur, amice Lector, ex unica circuli didactione, qua horizontale horarium construatur, & fidiculis consueatur, facillimum compendium ad verticalia horaria, & quodam modo ad vniuersam Chrononicon, quam aliqui prolixis voluminibus prodaxerunt.





S C H O L I O N I.

*Reliqua aliqua circa vsum (in antec. prop. 3)
citharæ horariæ ad horaria in muris.*

*Examen
opticum
horarij
ritè in
muro de-
scripti è
citharæ.*

Cætera, quæ communia sunt alijs instrumentis ad horas in muro, videlicet de longitudine, aut collocaione styli, designatione tropicorum, & si lubeat, reliquorum etiam signorum Zodiaci, reuise in Ap. 9. Prog. 3, cap. 5. Hic tantum indico pro examine, & correctione horarij in muro descripti, licere optice spectare è styli vertice S secus fiduculas, ac si linea visualis vniat eas cum lineis horarum in muro, argumentum esse horarij ritè descripti.

*Vsus ful-
cri pro
suspensio-
ne.*

Licebit etiam planum AB aliqua arte imponere cruri ligneo, vel grauiori æreo habenti pedem lat orem & valdè grauitantem, vt sine inclinatioe, & lapu sustinere possit laminam gracilem totius AB; ac, pro suspensione in yz, circa clauiculum infixum vertici subiecti cruris ærei moueri possit AB semper parallelum horizonti. &c.

*Cõditio-
nes clau-
figentis
suspensio-
rium.*

Clauus muro ad V infixus ne sit ferreus, æ propter magnetem in Q. &c. habeatq; cuspidem intra murum immissam ex ærea solidi ore materia temperatam, qua murum possit perforare, &c. Præterea partem extantem, circa quam liberè depedet Suspendorium, idem clauus habeat sulcis quali rugosam ad e, vt suspendorium aptari possit pro exigentia natus, vel magis prope inurum.

Denique quæ ad Theoricen pertinent videnda, & deducenda sunt ex ijs, quæ habes in Apiar. 9. Prog. 3.

S C H O L I O N II.

*Horarium horizontale comparandum cum
quolibet alio instrumento aptissimo ad hora-
ria in quolibet immobili plano describenda.*

Nillum horarium plures horas habet pro qualitate horantiũ, nec plures projicere potest in muros quamlibet Cœli plagam spe-

ſpectantes, quàm horarium horizontales; quod etiam in Ap.9. Prog. 3. cap.7. notauimus; ideo aptiſſimum eſt pro inſtrumento ad horaria muralia deſcribenda. Nec illi eſt imputanda horariarum linearum in muro vel paucitas, vel acciſio, ſed ipſius muri declinationi, quæ inepta eſt vel pluribus, vel integris lineis horarijs excipiendis.

At oppones: Horarium horizontale habet primas horas, velut 11, 12, 13, 14, 15 altero tantum tropico terminatas, velut etiam Aſtronomicarum non paucas ante, & poſt meridiem in lateribus A, B, ac proinde non poteſt eas integras projicere in murum. Aliqua verò alia inſtrumenta (veluti tuum illud in Apiar.9, Prog.) quoniam habent pro varia Poli eleuatione varias quidem, ſed integras latitudines horizontales, è quarum circumductu ſignantur in muris horæ ab horizonte, vt à te in cit. Ap.9 docetur, ac pro Aſtronomiſis etiam habet integras horas; ideo poſſunt etiam primas horas ab horizonte, & Aſtronomicas integras projicere in muros, quod non poteſt horizontale hocce Inſtrumentum.

Reſpondeo. Etiam ſi aliqua alia inſtrumenta vtantur horizontalibus integris latitudinibus, & horis integris Aſtronomiſis, tamen eas integras non poſſunt in muros projicere, dum ex ijs primæ horæ ab horizonte occiduo, & poſترمæ ab ortiuo, & Aſtronomiæ priores, & poſteriores circa meridianam ſignantur. Nam earum latitudinum horizontalium, & Aſtronomicarum linearum pars extat ſuprà horizontalem lineam in muris, atque ideo ſuperflua eſt, ac ſuperflue notaret partem lineæ horariæ extantem ſuprà lineam horizontalem in muris. Neque enim primi Solis orientis radij, vel extremi occidentis in primis aliquibus horis Italicis, & extremis Babylo nicis, atque in aliquibus Aſtronomiſis aſſilare poſſunt muros vltra, & ſupra lineam horizontalem, quæ parallela eſt vero Oeis horizonti, & quæ modo dum verus horizon, terminat, aut incipit etiam ipſa cum Solis curſu primos eiufdem, vel extremos radios.

In horas Aſtronomicas priores, ac poſteriores ante, & poſt meridianam Sol vtrinq; citra, & vltra lineam Aequinoſtalem ſicut in horizontali iacit vmbra inſinitam verſus Tropicum, ſic in muralibus horarijs iacit inſinitam verſus π ; propterea non habent ea horaria in diſtis horis terminum alterutriuſ Tropici

Horarium igitur horizontale cum ſit in plano terminato, & primas Italicas, & extremas horas Babylo nicas vtrobet ſui latere, quaſi linea horizontali terminet, & pro aliquibus horis aſtronomiſis vmbra inſinitam excipiat, ideo eas horas non integras habet, & earum tantum partes aptas excipiendis primis, vel extremis ſolaribus radijs

D

projicit

Horarium horizontale plures habet horas, quæ aliquilibet.

Ratio aliquorum horarum in horizontali, & muralibus in terminantur.

proiicit in plana terminata murorum, & congruit cum ipso Solis cursu. Quare nihil est, quo eius instrumenti aptissimum vsum ad omnes horas notandas imminuat quisquam, nisi se Philosophiæ Gnomonica, atq; Astro-nomicæ ignarum velit prodere. Præsertim, iuxta præcepta I. propositionis, nudatis omnibus eius instrumenti lineis horarijs ita, vt nullum sit in qualibet punctum, ex quo non liceat liberè proiicere vel totam, vel quamlibet horæ partem in oppositum murum, pro eius varia declinatione, vel aræ capacitate.

Comparisonem prædictam citharæ horariæ intellige cum alijs instrumentis non vniuersalibus ad horas in muros proiiciendas.



MICROCOSMVS.

Exodium horarium III.

PROPOSITIO I.

Microcosmi theorica expositio, & facillima constructio.



Microcosmon libuit appellare quā infra vides machinulam ABC, in qua totius orbis terreni, & cælestis ad præcipuas Geographicas, Astronomicas, Gnomonicas operationes compendium est. Cuius ope, præter cætera, ad quamlibet Poli eleuationem facillimè agnoscas quota sit hora Astronomica, Italica, Babylonica, easq; horas etiam designes in quolibet plano immobili; ac scias præterea etiā horas non solū in peculiari loco, sed eodem momento, etiam cuiuslibet loci, atq; vbiq; gentium. Hic enim præstitimus quod polliciti sumus in Analecto 29 ad 4 editionem nostrorum Apiariorum, ac iunximus in vnum instrumentum quicquid in quinque libris noni Apiarij docuimus, & ad finem Apiarij 12 addidimus, multoque hic facilius, quā ibi, vt in sequentibus videbis, si ea contuleris cum dictis in cit. Ap. 9, & in fine 12 Apiarij.

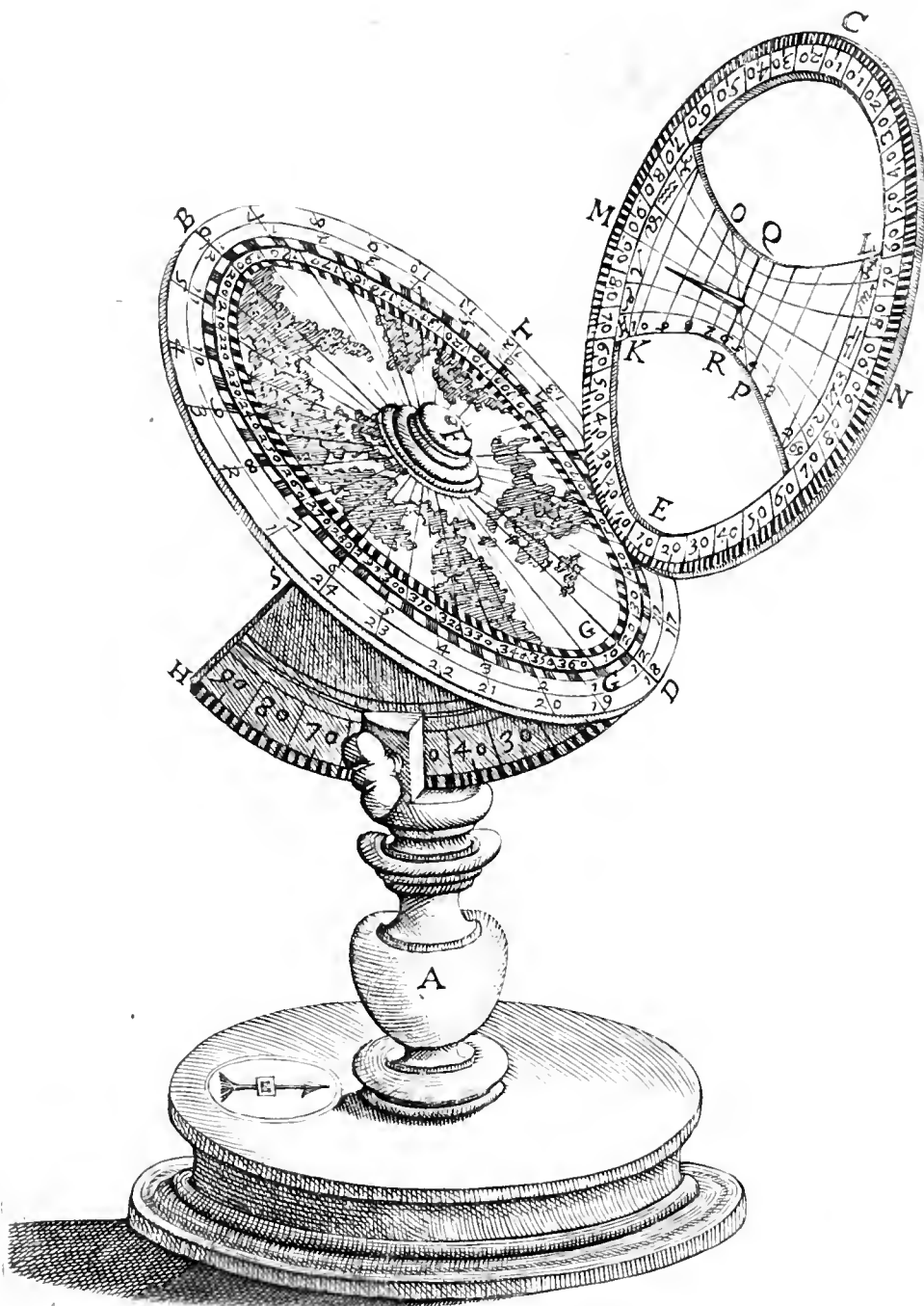
Quod verò mirum, atque amabile est in hoc Microcosmo ad tam multa conflato est, quòd longè facillima est eius constructio, quam quilibet ignarus Gnomonices, Astronomiæ, Geographiæ potest cōficere. Nihil enim pene aliud requiri videtur, quā diuisiones circulorum in gradus, & diametrorum, & parallelarum ductus per puncta inuenta vnica circini diductione. Præterea tota Machina potest ita in partes distrahī, vt compositiæ alia super alia occupent loci exiguum, & facile circumferri, & cum opus est, facilerur sus construī possit, iuxta dicta in Ap. 9. Prog. 3. cap. 1. Sed iam veniamus ad exponendas Microcosmi partes.

2 Circulus BD continet proiectam in planum circuli Aequinoctialis ipsam superficiē Hemisphærij terreni cū Polo F, per quē, tanquā

*Cir-
microcosmi
nomen.*

*Micro-
cosmi
facilli-
ma con-
structio.*

*Expli-
catio
tium
com-
cosmi.*



commune centrum, intersecant se crebri meridiani, quos vides in figura, & qui locorum longitudes, siue à primo meridiano (vbi G) distatias terminant. Gradus ipsi inter meridianos sunt pro totidē imaginarijs meridianis. Gradus latiores peripheriæ maioris diuidunt circulum æquinoctialem in 24 æquales partes, ac horas, horarumque singularum quadrantes. Pro gemini Hemisphærij proiçtura Borcali, & Australi sufficit vna tantum. hîc in figura exhibita, in qua eadem sunt operationes pro opposito hemisphærio. Vide inferius propos. 2. num. 2, & 3.

Microcosmi pars altera præcipua CE continet proiecturam in planum dimidiæ Zonæ Zodiaci, & circulorum horariorum, qui rectis lineis excipi possunt in planum KL.

Ordinis diuisionum in gradus quadrantis HD, & peripheriæ EC rationes vide in Ap. 9. Prog. 3. cap. 3, 4, 5.

Habes in eodem Ap. 9 prog. 1. cap. 5. modum, quo per vnicam circini diductionem à nobis demonstratam inuenias puncta, per quæ parallelæ horariæ lineæ ducantur, habes & modum per filæ Conicis demonstratum, quo Tropici describantur terminatores linearum horariorum. Quarum tria spatia à media QK (velut à centro circuli ad 3, vel 9) conficiunt styli longitudinem in plano KL.

Zona extrema circuli BD, quæ continet numeros, & gradus horarum, innotata est. Ea verò pars eiusdem Circuli BD, quæ clauditur peripheria terminante numeros meridianorum, siue semidiametrorum, mobilis est circa centrum, seu Polum F.

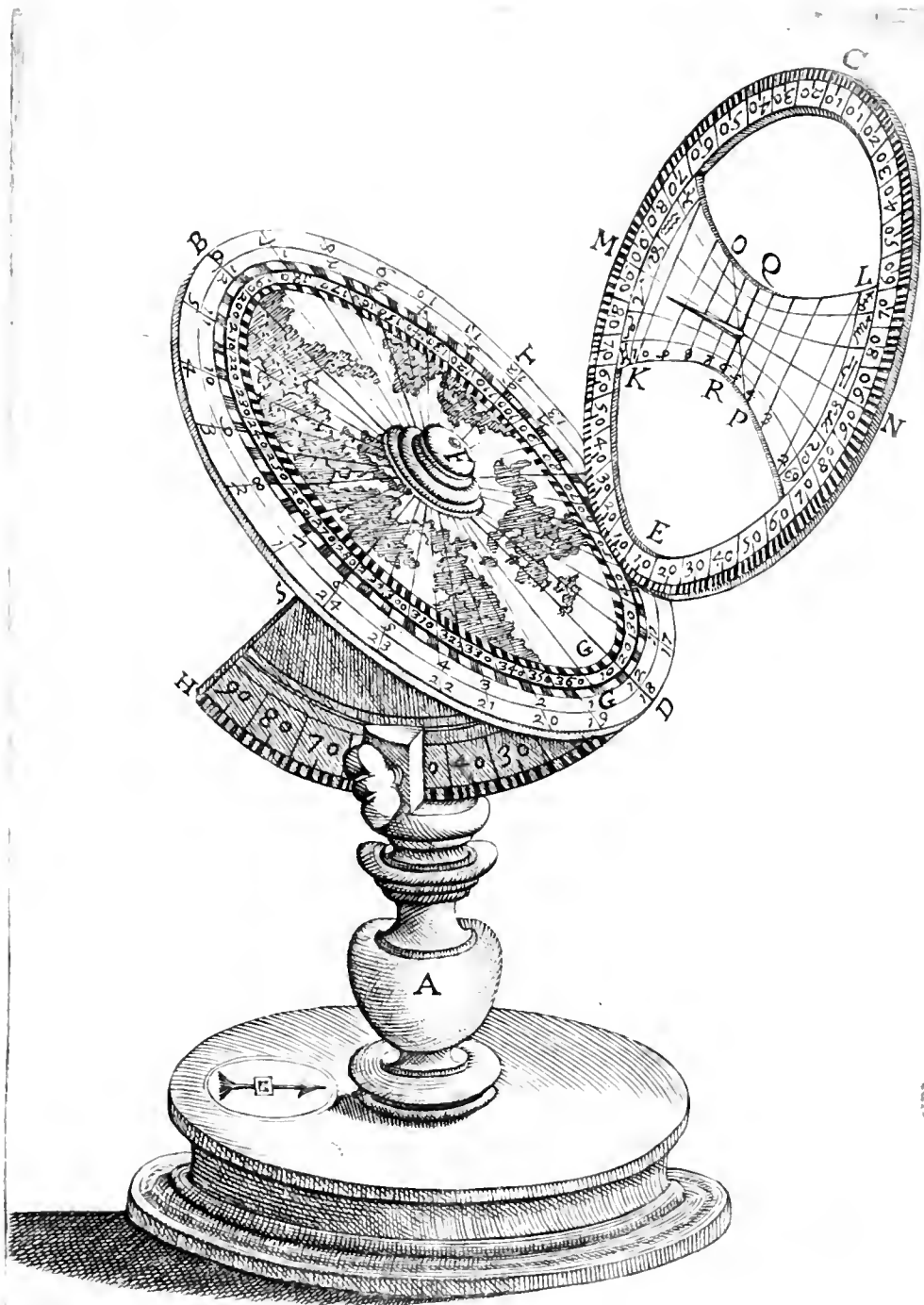
Inter, & ad extrema meridianorum exigua, & crebra foramina sint, in quæ possit infigi ad angulos rectos peripheria CE habens solidam, ac tenuem cuspidem sub inferiori extremo lineæ, quæ est sub E, quæque in directum est horæ 6 in plano KL.

Habes igitur in prædictis & partes, & partiû compactionem, & luxationem, & expositionem, & theoricen, & totam denique constructionem Microcosmi nostri horarij. Mox vsus aliquot præcipuos indicatos accipe in sequentibus.

PROPOSITIO II.

*Vsus Microcosmi pro horario vniuersali
Astronomico Italico, &c. & vniuersaliss. ad
horas ubiq; gentiû eodē momento cognoscēdas.*

Col-



Collocetur astronomicè Microcosmus, ut cum Munde maiore congruat, scilicet infixa cuspide (quæ est sub extremo lineolæ vbi E) in foramen ad extremum Meridiani eius loci, in quo venaris horam, sitq; ad grad 40 longitudinis, ut habes in exemplo figuræ. In qua longitudine habes in nostra tabella, ad finem Apiarii 12, collocatas tres Siciliae Vrbes, Catanam, Messanam, Syraculas, neglectis minutijs, quibus non egenus pro nostro hîc ex-
plo, in quo vero potius propinqua similitudo, quàm præcisio spectatur. Puta igitur te esse Syraculis, & meridianum 40 vna cum EC adducito ad horam 12 astronomicam in directum ipsi D; deinde quadrantem HD eleuato ad altitudinem Poli Syraculij, pariterq; apposita regula ad centrum (vbi stylus perpendiculariter est erigendus, vel erectus) in plano KL secet eundem gradum poli Syraculiani à C descendendo versus M, vel ab E ascendendo versus N, ducaturq; recta obliqua OP pro horizonte occiduo, siue pro hora Italica 24.

Pari modo in omni astronomicæ collocatiōe Microcosmi debent esse in eadem Poli eleuatione quadrans HD, & obliqua ducta per centrum plani KL. Porro licet in figura non sit signata altitudo poli congruens cum Syraculana, tamen fingatur pro exemplo. Locetur denique Microcosmus iuxta directionem acus magneticæ, ac pars circuli vbi B inclinet ad Austrum, pars verò vbi D inclinet ad Boream, & in CMN planum KL excipiat Solem apertum, & quasi dicam, in faciem. Vel sine acu magnete illitâ, adducto E in D, verte Machinulam donec cuspis vnibræ à stylo proiectæ attingat in plano KL locū paralleli, in quo Sol versatur; eritq; collocatus prorsus astronomicè Microcosmus.

2 Ut astronomicam horam quæsitam inuenias in circulo BTDS, ita CMEN moueto, ut vnibræ à vertice styli in plano KL tangat lineam intermediam QR, & sub E habebis, in exemplo figuræ, horam 10 à media nocte, quam indicat mobilis linea meridiani Syraculani.

Ac eodem tempore scies etiam quota sit hora astronomica vbiq; gentium sub quacunq; altitudine vt iunq; poli, & sub quocunq; meridiano habitantium. Nam, licet ignoram habeas poli altitudinem, modo (ex tabella longitudinum, quam habes in fine 12 Apiarii) scias longitudinem cuius libuerit loci, eius meridianus in circulo BDT indicat horam sibi in directum oppositam in Zona circuli extremâ. Verbi gratia, in exemplo figuræ, qui habitant sub meridiano 30 habent horam 11 pene cum dimidia à media nocte; qui sub meridiano 20 duodecimam, cum quasi tribus quadrantibus; qui sub meridiano 10 duodecimam; quatenus licet videre in obliqua hîc figurâ. Quam cum per-

*Collocatio
astro-
nomica
Micro-
cosmi.*

*Horam
astro-
nomica
inuenire
pro loco,
in quo
sis.*

*Eodem
modo
scire ho-
ram a-
stro-
nomica
vbius
gentium.*

perfectè circularem tibi conſaris, etiam in ea præciſiora videbis. Pa-
rique modo fiet pro horis poſt meridiem, adducto E ad quadrantem
inter DS.

*Horam
Italicā
inueni-
re citā
eodem
momento
cuius-
cūq; lo-
ci ſub
eadem,
et ſub
oppoſito
parallelo.*

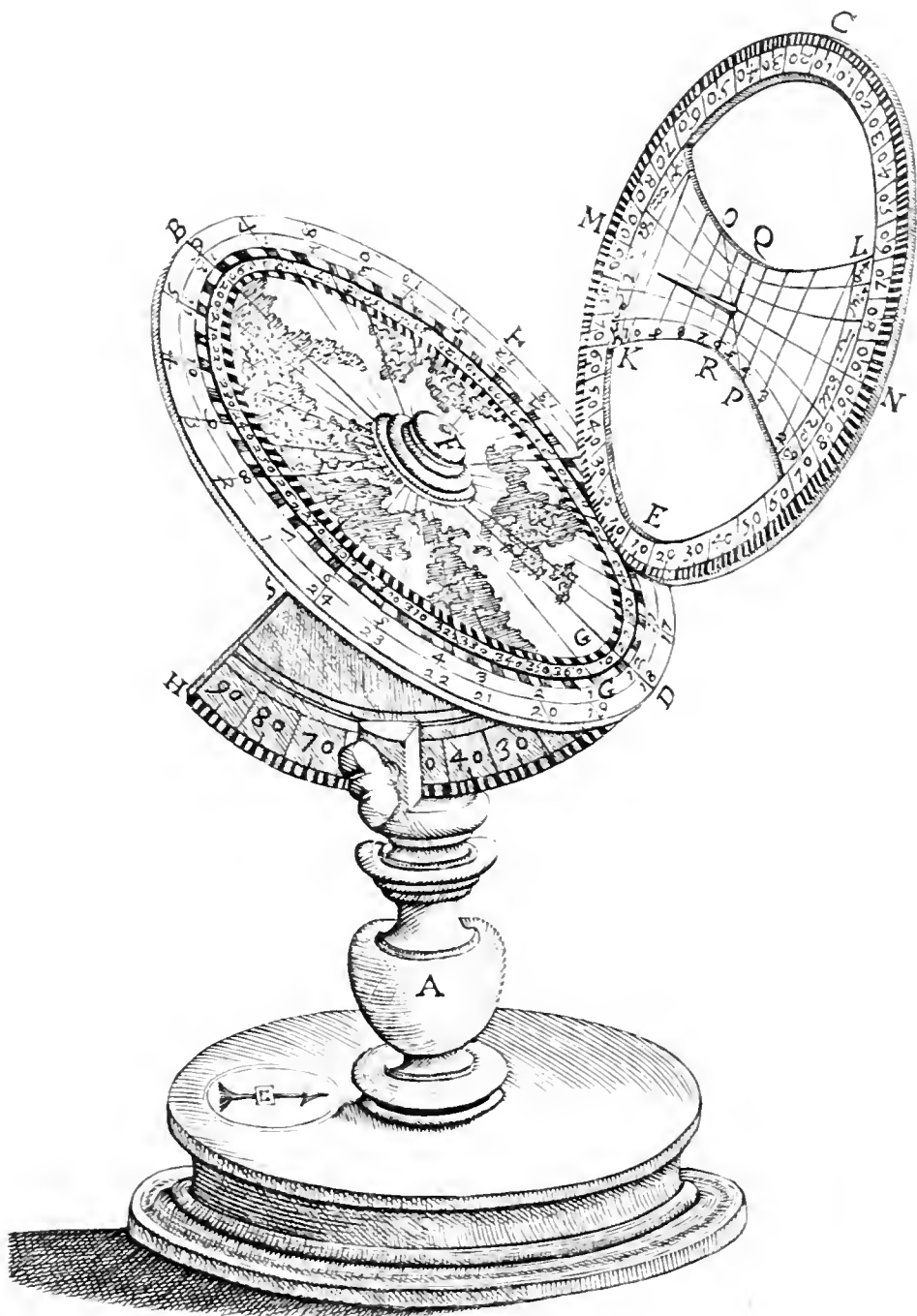
3 Italicam horam inuenies moto EC, cum ſubiecta mobili rota
meridianorum, donec a ſtyli vertice cuſpis umbræ feriat partem ali-
quam obliquę lineę OP; tunc enim linea meridiani ſub E in rota
meridianorum, indicabit in extremā orā horam Italicam. Qualem
puta in figura (citā, vel vltra 10 aſtronomica) circa 17, vel circa 15
Italicam magis, aut minus, prout Sol Auſtralis, vel Borealis ferit par-
tes ab Aequinoctiali lineā verſus O, vel P, magis, vel minus diſtan-
tes, & obliquas. Vide in Ap. 9. prog. 3. cap. 7.

*Ratio
inuentę
horę
Italicę
momento
eodē
pro horis
omnibus
eiusdē,
et oppo-
ſiti pa-
ralleli.*

Atque hic modus organicus in Microcoſmo inueniēdi, ac ſcien-
di horam Italicam, & eius diſtantiā ab aſtronomica, valet etiam in
omnibus meridianis toto Orbe ſub eodem, et ſub oppoſito parallelo,
ſive ſub eadem altitudine vtriuſque Poli, ſub qua habitat qui horam
venatur. Nam (in exemplo allato horę 10 aſtronomiç à media no-
ctē, inuentę ſub meridianō 45) ſi ſingas te inueniſſe horam italicam
diſtātem citā 10 aſtronomiç cam (cui in directum eſt 16 Italica, &
occultantur ambę ab obliquitate arcus ſub E) ſpatio ſemihorę, ſcili-
cet horam 16 $\frac{1}{2}$, pariter in meridiano 10 indicante horam aſtrono-
micam 12 à media noctē, hora Italica erit diſtans per ſpatium ſemi-
horę citā 12, id eſt erit 18 cum dimidia. Ac pari proportionē in alijs
meridianis ſub eodem parallelo vtriūque pari ſpatio diſtante ab æ-
quinoctiali, vel ad vtroque polo. Denique præliatus idem modus
organicus ſciendi horam ab horizonte, valet pro Periacis, & Antæ-
cis. Ratio theorica eſt, quia in omnibus locis eiūſdem altitudinis
vtriūſque poli, ſub qua horam aſtronomiç inueniſti, eſt eadem
obliquitas, & quantitas horizontis OP, ac propterea eandem habes
diſtantiā, ſive diſtantiā, ab aſtronomica inuenta, &c.

*Pro ho-
ra itali-
cā ubiq;
gentium
eodē mo-
mento
cogno-
ſcendā
quid a-
gendum.*

4 Pro alijs verò vtriūſque poli eleuationibus extra eleuationē,
ſub qua verſaris, inuentā per prædicta in numero ſecundo, hora
aſtronomiç, vt ſcias etiam Italicam nō licet vt obliqua OP, ſed ipſa
aſtronomica hora inuenta vertenda eſt in Italicam ea arte, quam ha-
bes in Ap. 9. Prog. 2. cap. 2. Pro qua facit cognitio arcuū diurnorum,
& nocturnorum in omni eleuatione poli; cuius etiam rei ſingulare
compendium habes in plano KL, in quo propterea horę ſignatę
ſunt numeris facientibus ad quantitatem arcuum interceptorum
vtriūque inter obliquum horizontem OP. Vt hæc expreſſius intelli-
gas, vide Ap. 9. prog. 2. cap. 5. vbi omnia clariſſimè ſunt expoſita, at-
que ideo non hic fruſtrā iteranda.



Ratio 34

cur idem
horizon
nō faciat
pro ho-
ra Itali-
ca ubiq;
eodem tē-
pore co-
gnosce-
nda.

Horan
Babyl-
onica ex
horizon-
te Itali-
co inue-
nire.

MICROC. PROP. II.

Ratio theórica cur eadem obliqua OP non faciat pro horà Itali-
cà etiam in alijs poli vtriusque eleuationibus, est quia pro varia
vtriusque poli eleuatione variatur etiam obliquitas, & quantitas re-
ctæ, siue horizontis tianleutis per centrum plani KL, atque ea va-
ria quantitas inuestiganda est, & inuenienda ex varia quantitate ar-
cuum diurnorum in varijs poli eleuationibus, scilicet ope plani KL,
vt habes in Ap. 9, Prog. 3. cap. 4, 5.

Pro horis Babylonicis inseruiet idem horizon OP, si totam ma-
chinellam EC in tenui lamina elaboratam, & sub extremis O, P si-
gnatam geminis punctis in posita parte, ita inuertas circa cuspidem
fixam sub E, vt partes, quæ sunt in M eant ad N, & quæ in N eant ad
M, et posita pars Solem excipiat. Ac pari proportionē operare, vt
dictum est pro horis Italicis.

SCHOLIION.

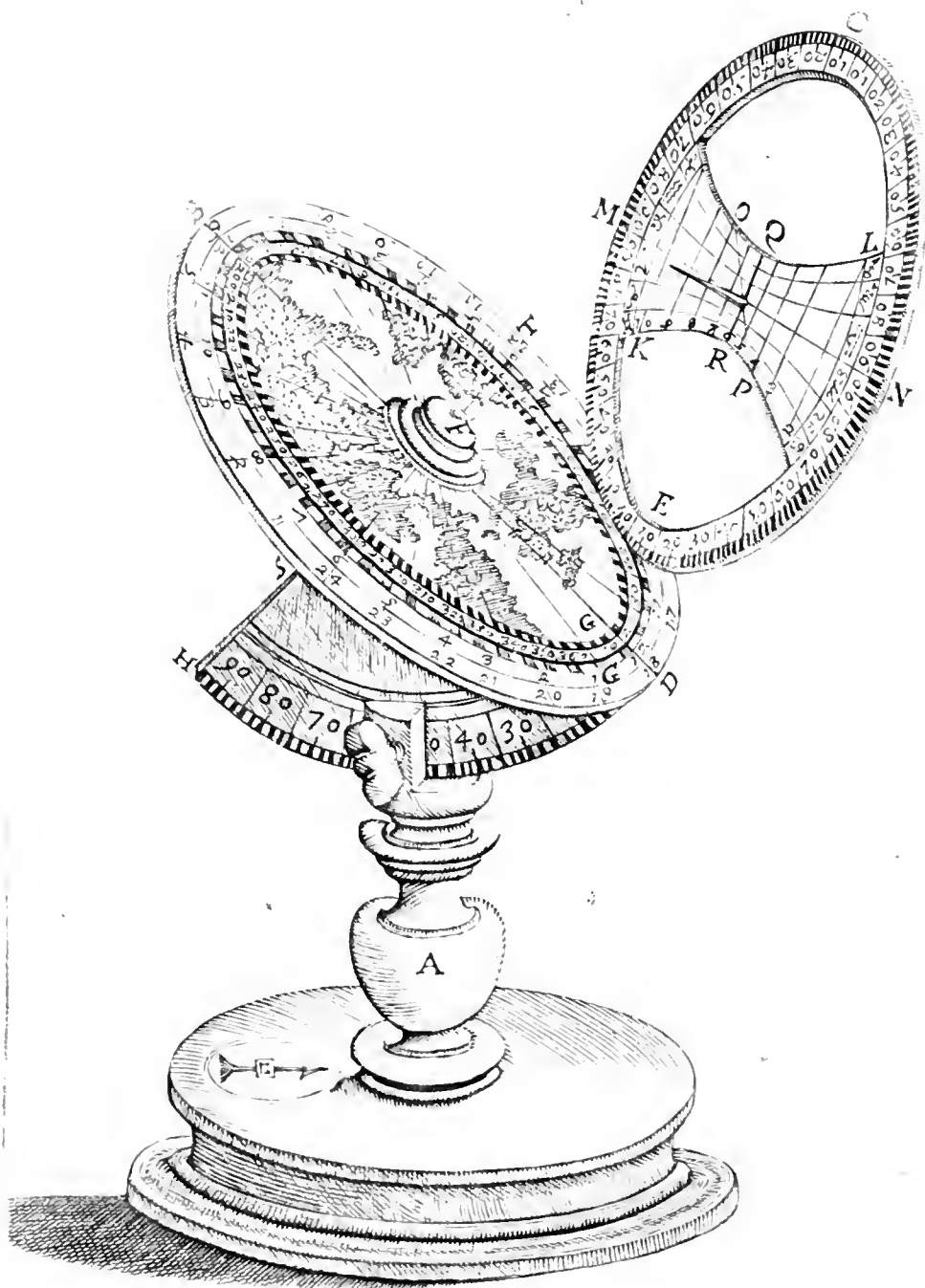
*Cautio pro operationibus antedictis in Seme-
stri Hyemali.*

CUm planum Aequinoctiale BSDT sit eleuatum parallelas
vero Aequinoctiali, & Sol in Semestri hyemali versetur in-
frà id planum, officiet vmbra suà plano KL, ac pro inde
non licebit excipere Solem, qui radiet in stylum. &c. Reme-
dium habes iuxta cauta in Ap. 9. Prog. 3. cap. 6. Itaque in Semestri
hyemali attolle peripheriam CMEN, infixo sub E stylo productio-
re ita, vt inter arcum sub E, & planum Aequinoctiale BD sit tanta di-
stantia perpendicularis, quantà opus erit, vt stylus radijs solaribus
afiletur.

PROPOSITIO III.

*Vsus Microcosmi pro horis Astronomicis, &
ab horizonte inchoatis in quocūq; plano de-
clināte, vel inclinato facillimè designandis.*

Huius



H Vñs tertie propositionis vsus quoniam nihil hic habet noui, præter ea, quæ copiosè habes exposita in Ap. 9 Prog. 3, &c. vbi docemus horas in iuris, & in alijs immobilibus planis describere ex nostro illo Instrumento facillimo, & vniuersali; propterea illuc te, mi Tyro, prouoco, vt hic tantum indicanda ibi videas in exemplis, & præceptis, & Theorijs explicata, & absoluta. Itaq; adducto E in D, & astronomicè collocato Microcosmo ad poli eleuationem, sub quâ versaris, filum à vertice styli dependens vel traducito per extrema linearum parallelarum in plano KL ad contactum muri oppositi; vel, si velis vti vnicâ horaria lineâ, puta intermediâ QR, filum traducito per Q, & per R extrema ipsius rectæ QR circumducatæ, moto E per oram circuli BSDT ad singulas horas Astronomicas, &c.

Pariter præ horis Italicis circumduces obliquam OP, moto E ad horas Italicas in orâ circuli BSDT notatas, quarum extrema puncta per O, & P in muro notata iunges rectis lineis, & suis numeris subsignabis. &c. Pro horis ab horizonte ortiuo siue Babylonicis, inuertenda erit peripheria MN, & in ea planum KL, vt prædictum est in fine numeri 4 propof. 2 antecedentis, & proportiona liter operandū, vt modo dicebam pro horis Italicis. Vide cit. Ap. 9. &c.

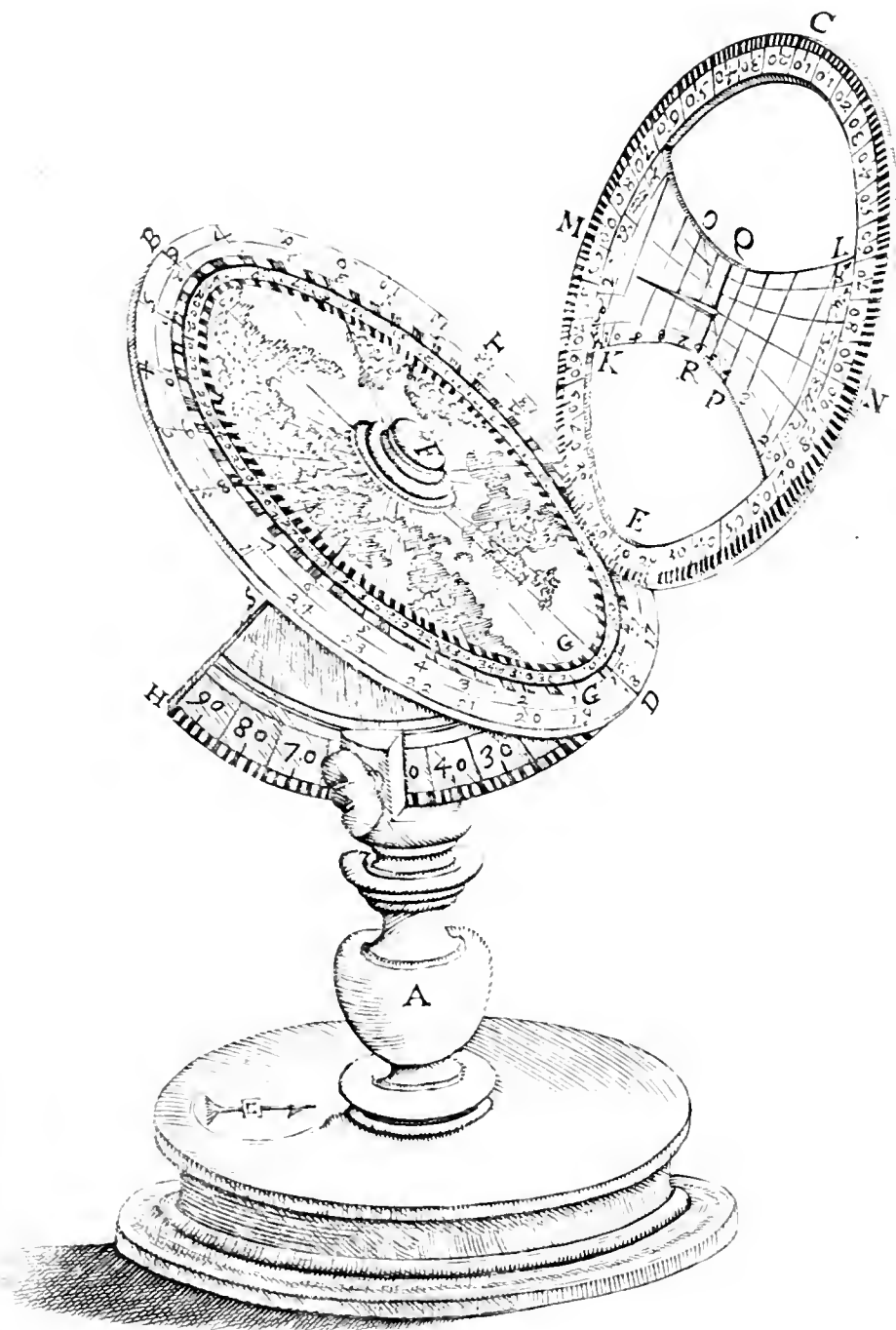
SCHOLION I.

Vñs alij non horarij machinula nostra Microcosmica indicati.

P Ræter antecedentis Microcosmi horarios vsus, & indicatū in Apianis vsum plani KL pro inueniendis arcubus diurnis ad quamlibet Poli eleuationem, vide in Ap. 9 alios etiâ vsus partim astronomicos, velut pro ducenda linea meridiana in planis horizontalibus, & pro poli altitudine inuenienda, pro latitudinibus horizontalibus, &c. Ap. 9, Progym. 2. cap. 4, 5, 6. Progym. 3. cap. 7; partim Geographicos Ap. 9. Prog. 2, cap. 5. In primis plura alia Geographica indicata vide in fine Ap. 12, vbi Aranea Cosmographica, propof. 8.

2 Quod verò pertinet ad inuenienda puncta variæ vtriusque poli eleuationis in singulis meridianis pro recta locorum collocatione in Geo-

Arcus diurni quacūq; eleuatione ex Microcosmo. Meridianam ducens è Microcosmo. Poli eleuationem; inuenire in Microcosmo. Latitudines horales è Microcosmo.



*Ars in-
uenedi
micro-
cosm
sit in
Micro-
cosmo.*

Geographico circulo BSDT, diuidenda est vna è meridianis lineis in 90 gradus paulatim magis, ac magis imminutos versus polum F, vt habes in figuris citatæ Araneæ nostræ Geographicæ, atq; operandum, vt ibi docetur propositione 4.

*Ratio
graduum
in æqua-
lium in
diuisione
retrahi-
linei me-
ridiani
pro ele-
uationi-
bus poli.*

Cur verò in ijs figuris Araneæ Cosmographicæ diuisio illa lineæ vnius meridianæ sit per gradus inæquales, ratio est, quia dum arcus quadrantis circuli meridiani projicitur in rectam lineam, quæ est semichorda eiudem circuli meridiani, & dum singuli gradus illius arcus deducuntur in subiectam chordam per lineas parallelas diametro, quoniam illi gradus semper sunt obliquiores versus polum, idè semper sunt minores in chordam proiecti, &c. Exempli gratia, quia gradus à Cad M semper sunt obliquiores, quò magis versus M accedunt, propterea proiecti in rectam interceptam inter M, & inter pedem styli (scu centrum plani KL) semper minores efficiunt partes diuisionum versus M. Figuræ aptiori applica tu, mi Tyro, hanc opti- cam theoricen, vt hic indicata peruideas apertius.

SCHOLION II.

*Et abulis longitudinum iuxta nouum, & inge-
niosissimum inuentum Clariss. Viri Lan-
greni Regij Cosmographi in Belgio, vsum
sui Microcosmi optat Author Ararij ab
amicà posteritate.*

*Macu-
la, seu
facula
Fertur
in Luna.*

Sic fiet in perpetuum monumentum gratianimi erga Virū Cla-
rissimum, qui vni è maculis, seu faculis per tu ospicilum in
Luna confpicuis (è quarum illuminatione locorum longitudi-
nes venatur) nomen Betulæ (Ararij auctore, nisi post tactum
vulgatum, conficio) indidit; ac, os inor, ea beniuolentiæ significatione
monuit, vt alium extra nortalia præcellum, ac verè nobilem præ-
ferat, ceu olim lunulati calcei nobilitatis insigne fuere. Pergat in bene-
captis exenplo Luna inanes canum. lateratus non audientis, dum illi
nocturno strepitu auras diliberbant, opiner, lucè in Luna nõ ferentes.

*Alciat.
L. n. bl.*

— ET PERAGIT CURSVS SVRDA BIANNA SVOS.

Fr. Iohannes Riccius Matheſecon in Ebonienſi Gymnaſio publi-
cus Lecter, Langreni, & Tertini concinis ſui beniuolentiſſimus.

AR-

ARCVS.

Exodium horarium IV.



PROPOSITIO I.

Ab arcu temporis Astronomico tela Mortis horaria.



Vper in manus meas incidit autographum olim ab ipsomet Authore P. Christofoꝛo Griembergero Societatis nostræ Roma transmissum ad non neminem iam vita perfunctum. Centui & ipsi Authori, & reipublicæ Gnomonicæ iniuriam, & detrimentum fieri, si diutius ingrato silêtio inuolueretur tam ingens olum, & exactum instrumentum vniuersale pro horarijs in muro describendis; in quo apparet præclarus vsus sphæræ armilaris, è qua duorum semicirculorum circumductu horæ Astronomicæ, atque ab horizonte inchoantes describuntur. Arcum appello, quia verè ab utraque semperipheria Meridiani, & Horizontis velut à gemino arcu Temporis si um, quasi sagitta, emissum per varios vtriusque arcus gradus, oppositum muri planum gnomonicè ferit & horas opticè proicit in lineas, quæ & ipsæ quasi quædam Mortis tela sunt; quorum vnum incertum certè nos aliquando tandem confodiet. Ideo parati sinus ad singula. Accipe iam quæ sequuntur ex Autographo: figuram, & verba Griembergeri bona fide posteritatis bono a nobis hic transmissa sunt sequentia.

Cur Arcus nomen huius exodio.

Pro-

PROPOSITIO II.

Partes instrumenti.

a. a. **S**unt duo stipites laterales, qui coniunguntur regula transversâ g, & tabella semicirculari b, quæ refert planum libratum, quando stipites affixi muro respondent perpendicularo.

c. est primus Cursor circa axem h fyna cum suo fulcro d e mobilis, & firmatur cochleolâ i.

n m. est secundus cursor ita teres, vt intra fissuram prioris gyri possit, & adduci, vel reduci ad centrum h. firmaturque cochleâ n.

o u. est appêdix mobilis circa axem p habentem cochleolam p.

V. est foramen, cui immittitur clauus T, qui affixus est quadrantî S cum sua cochleâ, quæ in figura non est expressa, quia intelligitur existere retro quadrantem.

S. est centrum quadrantis cum suo perpendicularo.

V. est crassities quadrantis, cui affigitur circulus Aequinoctialis ABC, quem conuenit esse areum, & debet esse ad angulos rectos cum superficie quadrantis.

AC. est linea horæ 12, seu meridiana, & debet respondere eidem superfici ei quadrantis, vel saltem eidem æquidistare.

FG. HD. sunt duæ regulæ sibi mutuo cohærentes ad angulos rectos, suntque mobiles circa centrum E, vbi etiam possunt firmari cochleolâ ex parte inferiori circuli Aequinoctialis.

FG. est index horarius.

HD. sustentat reliquas partes instrumenti mobilis. Omnia enim mouentur ad motum regularum FG, HD.

LEM. est Semicirculus Meridianus, cuius diameter LM semper æquidistat Aequatori, & semidiameter IE semper coincidit cum axe Mundi.

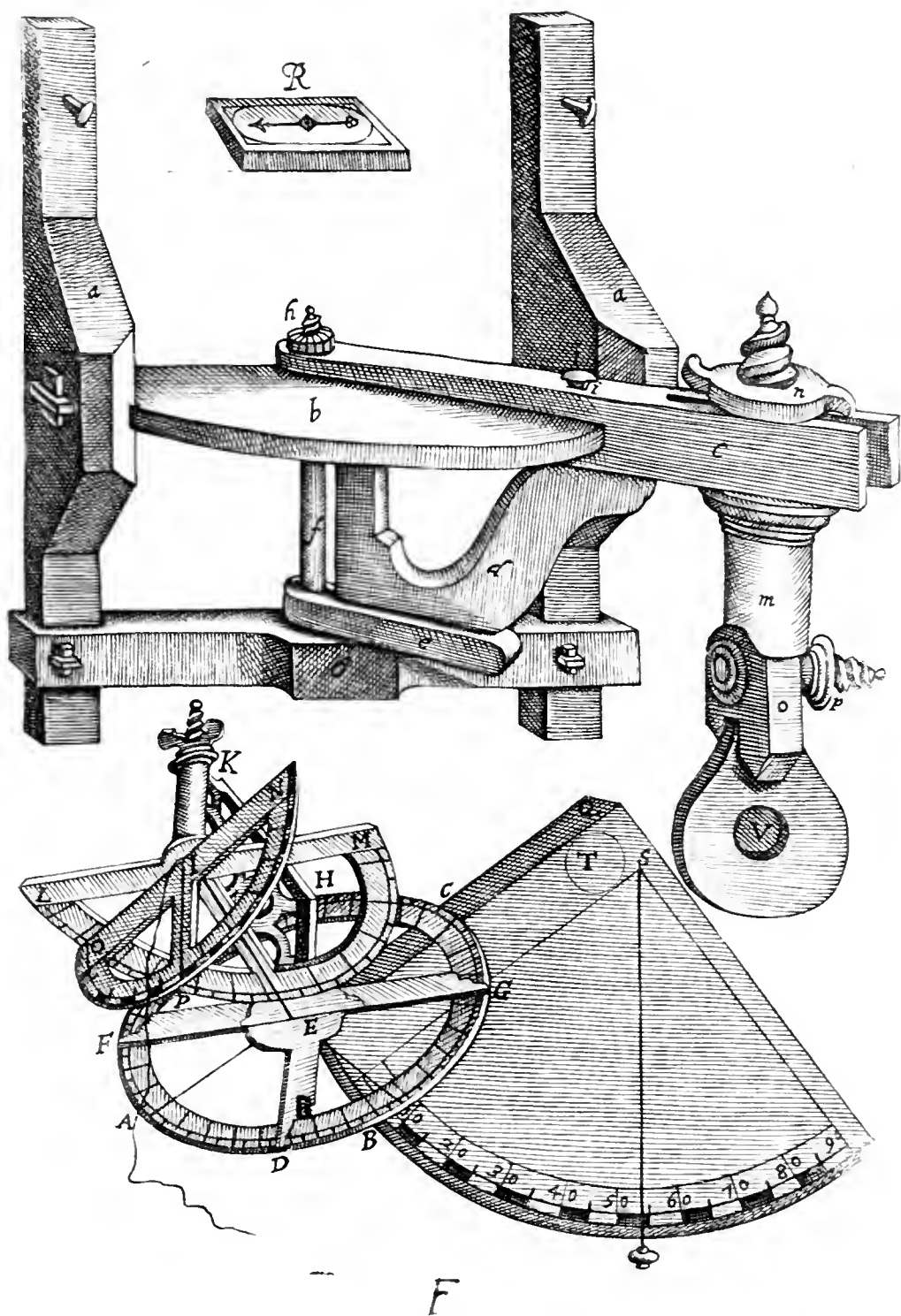
OPN est alius semicirculus, & potest vocari horizon mobilis, estq; affixus axi cylindrico IK, & radio ad semicirculum LEM.

EHK. est sulcrum affixum regulæ DH, sustentans tum semicirculum LEM, tum axem IK.

K. est cochleâ astringens semicirculû OPN semicirculo LEM.

R est pyxis magnetica, qua dirigitur quadrans S secundum positionem circuli Meridiani.

Pro-



PROPOSITIO III.

Constructio Instrumenti, & usus.

Primo opus est vt planum Quadrantis S respondeat meridiano.
Secundo, vt filum perpendiculi cum latere SG faciat angulū
complemēti altitudinis Poli. Quæ omnia assequemur beneficio cur-
forum, perpendiculi, & pyxidis magneticæ. Et hoc facto, Aequino-
ctialis ABC habet suam positionem debitam.

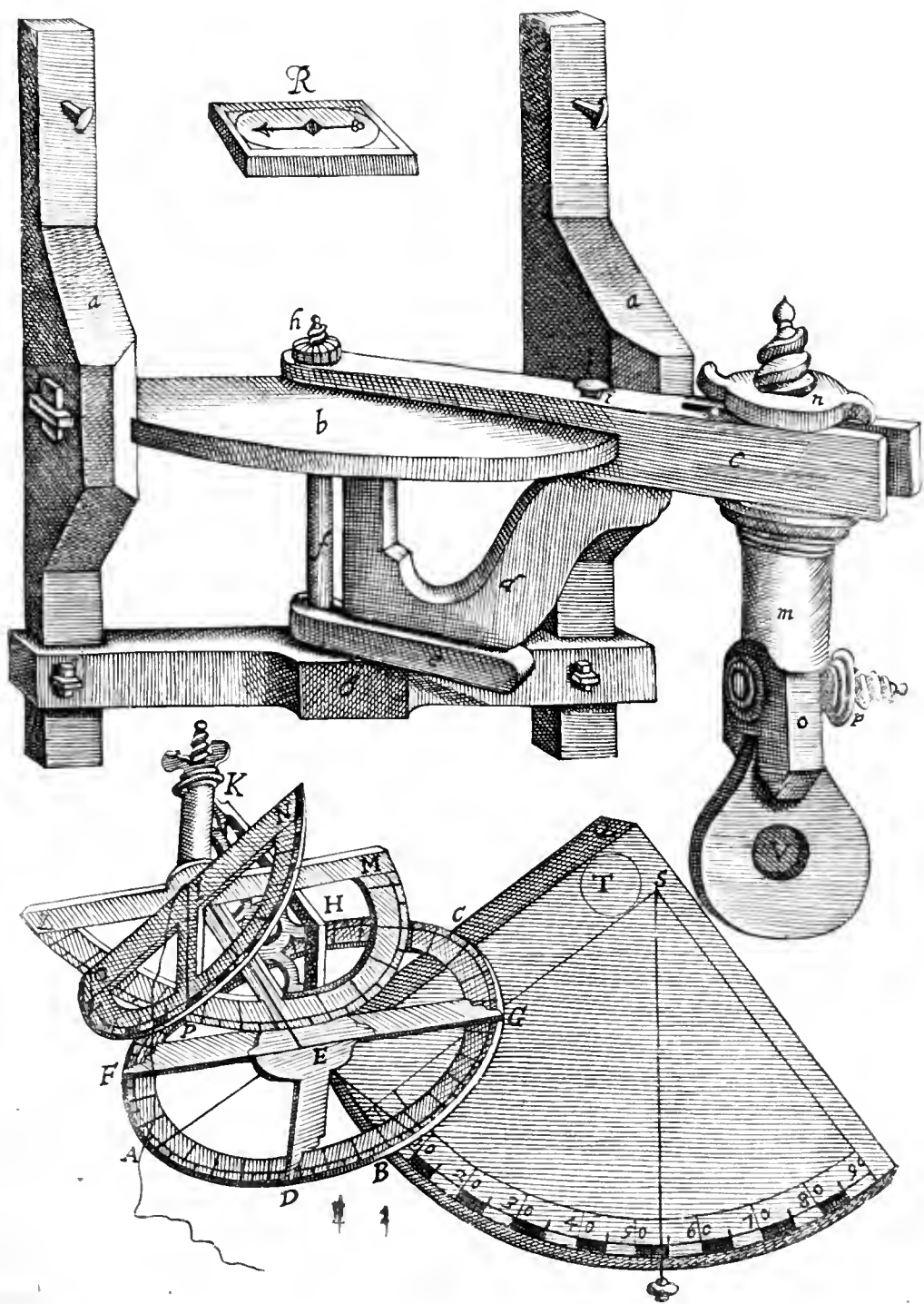
Tertio. Quando regula FG applicatur, v.g. Horæ 3 astronomicæ,
tunc semicirculus LEM habet eum situm, quem circulus horæ 3 in
Sphæra. Et idcirco si tunc secundum eiusdem semicirculi superficiē
extendatur filum vsque ad murum, siue transeat per centrum I, siue
non, designabit idem filum in muro punctum horæ 1, & si plura hoc
modo puncta designentur, omnia sunt in linea rectā indicante horam
3. Eademq; est ratio de omnibus alijs.

Quarto horis ab ortu, vel occasu feruit semicirculus OPN hoc
modo. Pro hora 24 ponitur regula FG suprā horam 12 astrono-
micam, & in quadrante ME, vel LE, prout ratio exigit, numeratur, v.
gra. arcus LO complēti altitudinis, poli, eoque deducitur dia-
meter OIN. Sic enim semicirculus OPN refert semicirculum hori-
zontis vel orientalem, vel occidentalem. Et ideo si filum extensum per
eiusdem semicirculi superficiem designat in muro lineam horizon-
talem, seu lineam horæ 24 ab ortu, vel occasu.

Immo idem semicirculus OPN eo modo, quo dictum est, consti-
tutus potest referre quencunq; alium circulum horæ ab ortu, vel oc-
casu, si successiue regula EF applicetur alijs, atq; alijs horis astrono-
micis. Et horam eandem ab ortu, vel occasu primam referet, quando
radius FG steterit supra horam primam astronomicam; secundam
quando supra secundam &c. vt patet è Sphæra.

Circuli enim horarum ab ortu, & occasu nihil sunt aliud, quàm
Horizon ad motum primi mobilis circumductus.

Quintopuncta Tropicorum, vel quorumcunq; aliorum: puncto-
rum Eclipticæ inueniuntur beneficio vtriusq; semicirculi. Si enim
in semicirculo LIM ab L, & M versus E computetur declinatio pun-
cti propositi, & per puncta declinationis propè centrum I extenda-
tur filum vsq; ad parietem, illic habebitur punctum quæsitum, quam-
cunq; habeat positionem semicirculus LEM in Æquatore ABC. Vn-
de



de patet Tropicos desumi posse inueniendo puncta tam in lineis horarijs, quàm extrà lineas horarias.

Idem assequenr si in semicirculo OPN dicto modo constituto, loco declinationis, numerentur ad vtranq; partem semidiametri IP punctorum Eclypticæ latitudines ortiuæ. Filum enim eductū ex cētro I per huiusmodi puncta latitudinum, dummodo semicirculus habeat positionem alicuius circuli horarij ab ortu, vel occasu, designat necessariò in muro punctum pro arcu illius puncti Eclypticæ.

Doctè, ingeniosè, ac exactè, vt semper, prædicta Griembergerus.

S C H O L I O N.

Adiumenta pro vsu Arcus ad horas ab horizonte, & à meridiano, & pro eleuatione poli. &c.

PRO vsu arcus OPN ad horas ex horizonte signandas in muris opus est tabella latitudinum horizontalium ad quamlibet poli eleuationem, quam tabellam habes, præter alios, apud Clauium inter tabellas alias facientes ad Gnomonicen.

Sin autē careas eà tabella, habes in promptu apud nos organicum compendium in Microcosmi plano KL, iuxta indicata in Scholio post propositionem 3. exodij 3. antecedentis & iuxta expofita in Ap. 9. prog. 2. corollar. in fine capitis 5.

Pro horis vero à meridiani LEM arcu, siue astronomicis, faciet tabella declinationis punctorum eclypticæ apud nos Ap. 9. Prog. 1. in fine cap. 6.

Pro inuēctione altitudinis polaris habes vsum è Microcosmo iuxta citata ex Apiarijs in Shol. post propof. 3. exodij antecedentis, nu. 1.



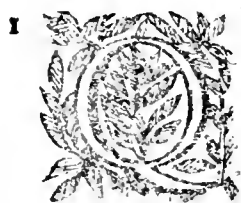
TYMPANVM.

45

Exodium horarium V.

PROPOSITIO I.

Tympani, siue aquarj Authomatis ingeniosissimi, ac simplicissimi horaria operatio.



¶ Vemadmodum in antecedentibus Exodijs horarijs vsus aliquos Gnomonicos prodidimus ex Astronomia, cuius aliqua cognitione inter nostram Geometricam Methodū imbuendos Tyrones censuimus; itā si Astronomicis institutionibus aliquid etiam ē Machinaria Philosophia libeat addere siue ex Aristotelis libro de Mechanicis, siue ex alijs neotericis Authoribus circa pondera, & Machinas geometricē philosophantibus, ut vsum aliquem eius scientiæ iucundum, ac facilem habeant, libuit quantum hoc horarium Exodium apponere, in quo, sublati operosissimis tot rotarum dēticulatarum compactionibus, & implexionibus, sine vllis rotis, præsertim ferreis, aut alter æreis, solā aquā inclusa solidæ, ac tenuis lamiæ tympano (à cuius expressa figura nomen huic Exodio fecimus) & addito æquipondio, horæ ostenduntur, atque etiam pulsantur, mirificā quidem, atque ingeniosissimā, simplicissimā tamen arte, quam in sequentibus prodenus. Propter facilem eius Machinæ constructionem, & constructæ circulationē, ea vsui, atque in promptu esse poterit Militibus in Castris. Ad quos enim Tympanum magis, quàm ad milites pertinet? Aqua (cuius rara est inopia, præsertim in classibus) modò non desit, nec deerit pro æquipōdio bellici alicuius tormenti pila vel ferrea, vel marmorea, nec ab erit copia funis, saltem illius, quo accenso exploduntur bombardæ.

2 Habu' nuper hic Bononiæ in cubiculo formam, quam hic videbis, Authomatis propositi Ingeniosissimi, ac facillimi huius inuenti cognitione (quæ adnuc ad paucos manauit, apud quos sunt, ac videt eg, aliqua exemplaria in hac urbæ ac alibi) priuandam non censui posteritatem, ac præcipuè Chinenfes Philosophos, Europæarum in-

*Vnde
nomen
tympani
huic exo-
dio ē.*

*Autho-
maz hoc
horariū
aptissi-
mū mili-
tibus.
In gra-
tiā præ-
cipue
Chinen-
sū vul-
gatur hoc
Autho-
maz.*

uen;

*Huius
Autho-
mati s
Author
anony-
mus.*

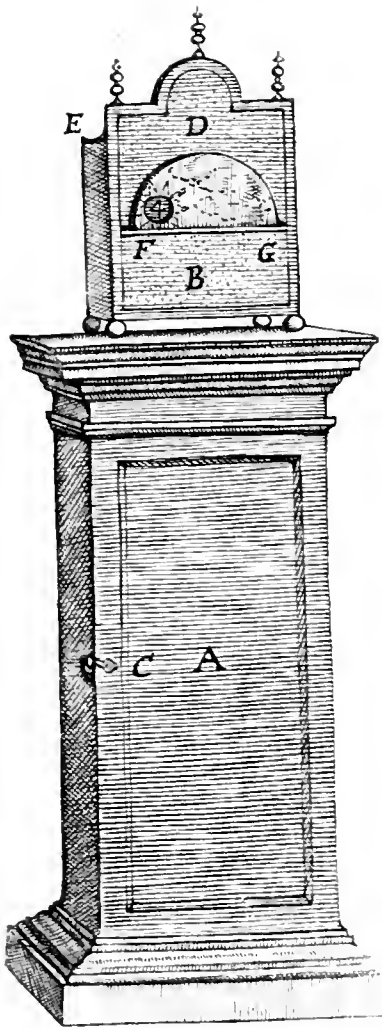
*Nō nu-
pera bu-
ius Au-
thomatus
inuentio.*

uentionum admiratores, atque auidè appetentes, quibus meę Religionis Socij Mathematicarum scientiarū occasione, veræ felicitàti aditum iam pridem felicità euentu, & feraci cum fidei Catholicę prouenta aperiunt. Nullius Authoris iurius hac vulgatione fit iniuria, dum nulli certò compertus habetur (quicumq; olim fuerit, suam illi laudem non inuideo) qui prius horariam hanc machinam sitinolit. Quem certe nostri æui non fuisse (præter cætera) produnt inscriptiones numerariæ ab aliquibus fide dignis visæ, quæ in aliqua huius generis Machina sunt Anni 1535. Atq; ego aliqua vidi alicubi tympana eiusmodi aquaria, & horaria, quæ adeò antiquitatem olebant, vt colores visu quasi penitus oblitterati circa ea vix apparent. Non inficior tamen & hanc, quæ apud me nuper fuit, & alias aliquas ad exemplaria vetera esse nostris etiam temporibus fabrefactas eiusmodi machinas. Quo in genere præ alijs Domini Horatij Seraphini militum Tribuni plurimum se prodidit manuū, & ingenij industria. Veniamus ad machinam.

3 Machina est AB eiusformę, quā in apposita vides figura. Lignę cauę quadrilaterę columnellæ A ad apertili ad Compositū est Authoma BE; cuius ipsa facies, seu planum BD incisū est, habetq; quasi apertā fenestram semicircularem, intrā quam planū semicirculi apparet, in quo est oculus radiosus quasi Sol, vbi numerus (pro exemplo) 4, qui rectilineæ sectionis, quasi horæ zontis, prope a te, iam extremum F collocatus, tacitè circula iter cum plano semicirculi mouetur, & ab F oriendo, & versus D progrediendo, atq; inde ad G occidendo, spatium vnius horæ abimit; dumq; in G occidit, & celeri motu intra, & infrā GBF properat, auditur cam; anulæ tinnitis resonantis numerum horæ, quæ incipit; simulq; apparet in orientali puncto supra F rufus ocellus radiosus inscriptus mutato numero, puta 5, indicant e horam recens pulsatam, & labentem cum radio so foramine, & plano semicirculari intra BD.

Itq; reditq; viam toties, ac totidem horis, quot partibus 24 æqualibus Sol verus in cælo circa terrarum orbem circulator. Itaq; si hora non auditā, videre sit opus quænam labatur, eam pro indice intrā plecti Solis ocellum numerus exhibet, qui toties mutatur, quoties in Authomate post occasum repentè renaſcitur. Atq; hæc quod ad primam hanc propositionem de operatione horaria Tympani à me aquarij appellati, quia, vt inferius videbis, aquæ intus transiuntantis, quasi animæ motu cietur.

Sed mirificæ simul, ac simplici sumæ artis est modus, quo, sine rotis, hora quælibet & pulsatur, & intra foramen radiosum ex ordine numeris



meris mutatur, ceu mox in apertâ, & in partes distinctâ machinâ patefiet.

Præter indicatam, & inferius magis exponendam ingeniosam huius Authomatis simplicitatem, taceo alia commoda, quæ experiri licet, si quis paret domi sibi similem. Caret rotarum multitudine, strepitu, æruginè, &c. nec eget maiori curâ, quàm authomata rotata, & dentata. Facile paratur, & reparatur, &c.

Commoda aliqua machina.

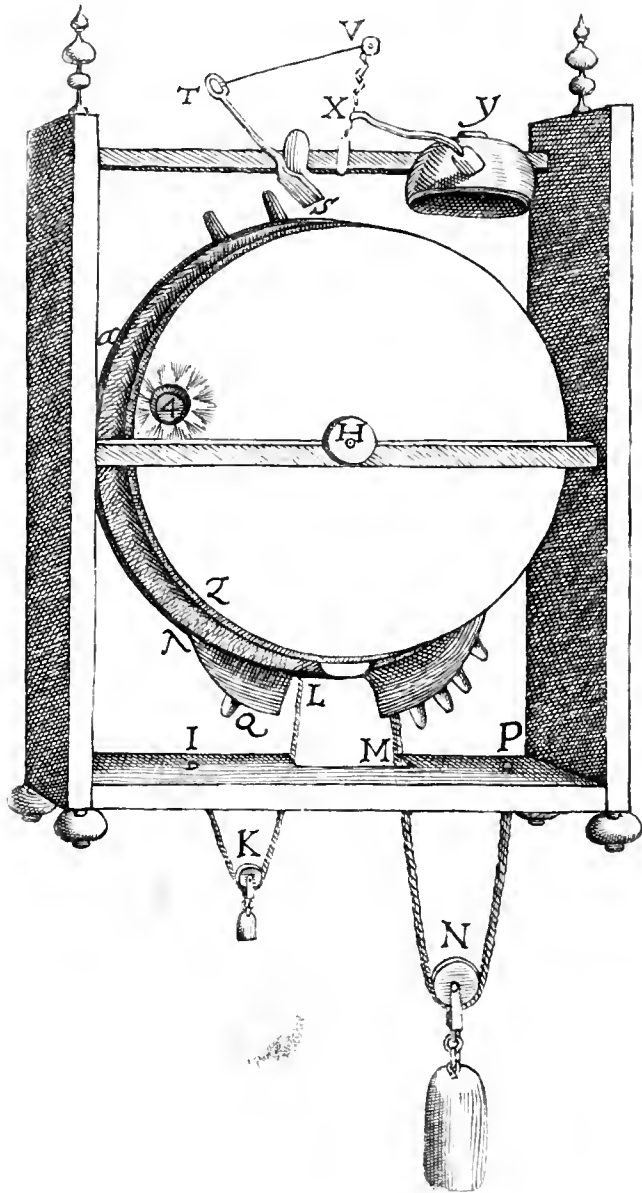


PROPOSITIO II.

Tympani horarij externum artificij prodere.

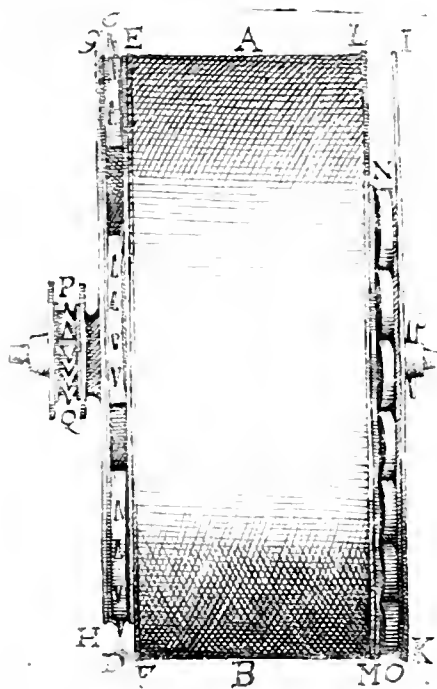
In

IN antecedenti prima propositione Tympani occulti operationem horariam indicauiamus, hinc aperti artem facitem extensam prodemus.



Itaq; subducta præcedentis figuræ columella A, & sublato plano BΘ, quasi aperta facie, apparet expressa forma tympani per centrum traiectionis ab axe, cuius polus apparens H; circa alterum polum non apparetem it funis IKLMNP, cuius duo extrema infixa in I, & P. Trochleola (si lubet ærea) K cum exiguo pondere funem leuiter tēdit, vt ultra L adhæreat circa polum occultum. At pondus maius sub trochlea N da funem detrahere nititur, axem asperatum, & quasi dēticulatum (vt videbis in sequenti figura) vna cum tympano mouet, & numerus 4 ascendit, & post tympanū asseres mobiles, ac ex ligno, ferro ve dentati (quorum formam, & artem inferius prodemus, & quales aliquos vides dependentes Q, R) dum impingunt in mobilem, accedentem laminam S, ea, cōnexis manubrijs I, V, X adductis, malleolum ad horarum pulsus eleuat in latere campanulæ Y.

Ars numeri mutati in foraminæ vbi 4 (quam aperiam in 4 propof.) latet sub plano circulari S & Z; quemadmodum & ars (de qua item in 4 prop.) asserum dentatorum sub plano tympani opposito S α λ.



Antequam singulas tympani partes exponam, hic eas compactas etiam à latere lubet proponere. Vides in tertia hic apposita figura tympani dorsum, atq; alterum latus AB. Sub postica parte latētes dentati asseres sunt C, D interclusi, ac mobiles inter duo plana, quorum alterum est ocludēs imm. diatē tympanum, nempe EF, alterum extimum, atq; adnexum GH. Inter duo pariter similia, similiterque posita circularia plana IK, LM ex anteriore tympani parte interclusi sunt mobiles asserculi NO, in quibus signatæ sunt notæ horarū numerariæ. Quorum asserum artem seorsim videbis inferius in 5, & 6 figuris.

PQ est pars axis asperata mucronibus, quibus imposita chorda dum distinetur, atq; ab annexo pondere detrahitur, mouet axem, ac tym-

*Cöpen-
dium à
funem a-
china.*

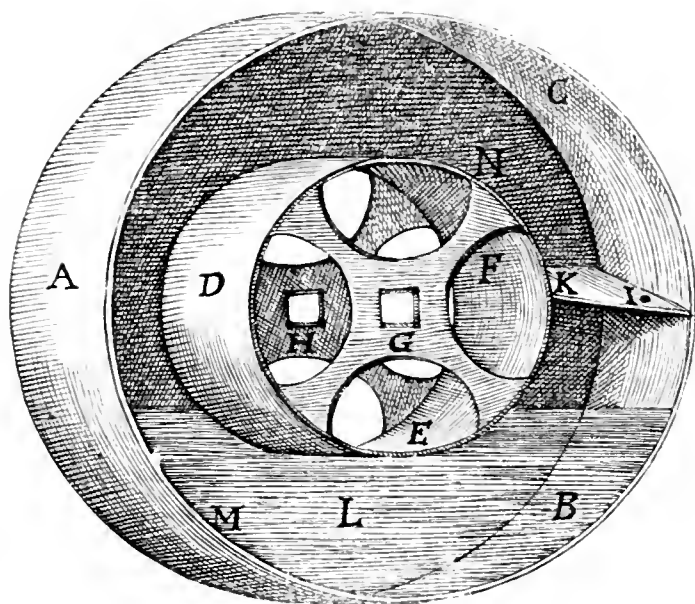
panum. Habes in hac machina id etiam commodi, & compendij, quòd breui fune mouetur, & rarissima eget reductione ponderis ad superiora; tantillum enim funis, quantum congruit exiguo circulo PQ, fatis est pro spatio singularum horarum.

PROPOSITIO III.

Interius ingenium Tympani perscrutari.

DEtracto altero circularium planorum Tympanum immediate claudentium, eòq; ex altera parte aperto, ceu vides in 4 hic apposita figura, ecce tibi apparent intra tympanum duæ concentricæ cylindricæ superficies ABC, DEF. Intrà concauum minoris fulcra sunt G, H, in quorum foramina ingeritur axis tympani. Inter conuexum minoris, & concauum maioris est IK planum, quod iunctum est superficiebus cylindricis, & planis circularibus tympanum claudentibus. Per foramen I exiguum plani IK tenui fluore transineat aqua, quando vi ponderis motà machinà, & descendente C, aqua premitur a plano KI.

Igitur dum funis circa rotulam dentatam post H, vi ponderis degrauantis ad partes hic aspectanti dexteris, quales F, E, voluit axem traiectum per G, H unà cū machinà, planū KI descendit, & impingit in aquam, eamq; premit versus partes aspectanti sinistras, velut M, A. Interim stillat aqua per foramen, & paullatim planum KI intercipitur medium inter aquam, donec interfluente magis, ac magis per foramen I aqua, & plano KI ascēdente ad partes versus A, D, (seu spectanti sinistras) maxima pars aquæ; infra planum quæ defluxit, augeat vim ponderis circa axem H pēdentis, & efficit vt planū KI, quod iam concessit in partes A, D, cum exigua aqua (quam supra se habet nondum penitus defluentem) tandem ex A, D celeriore motu voluatur versus C, (seu ad partes aspectanti dexteris) & inde rursus descendat, & aquam premat, quæ rursus per foramen trāfluat, &c. & sic perpetuis vicibus machina voluatur, semel singulis horis orbem rotationis complens.

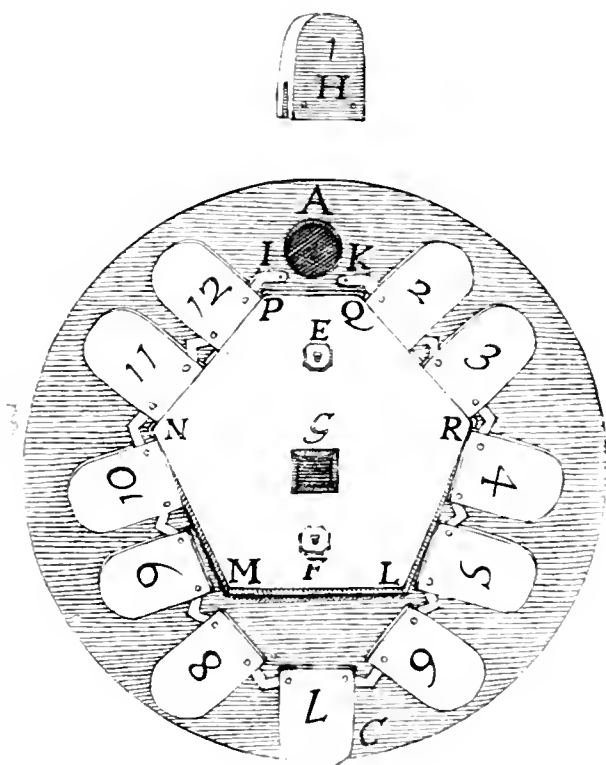


Ars est vt stillicidium aquæ perseveret per integram horam, donec post lentum, atque insensibilem machinæ motum per horam, repentè machina voluatur in exordium stillicidij. In qua reuolutione hora in postica tympani parte pulsatur, in antica vero mutatur nota numeri horam in solari oculo indicantis.

PROPOSITIO IV.

Ingeniosissimam, & facillimam artem exponere, qua & horarum numeri perpetuo mutantur, & hora, sine vulgato aliorum auctorum artificio, pulsantur in Tympano horario.

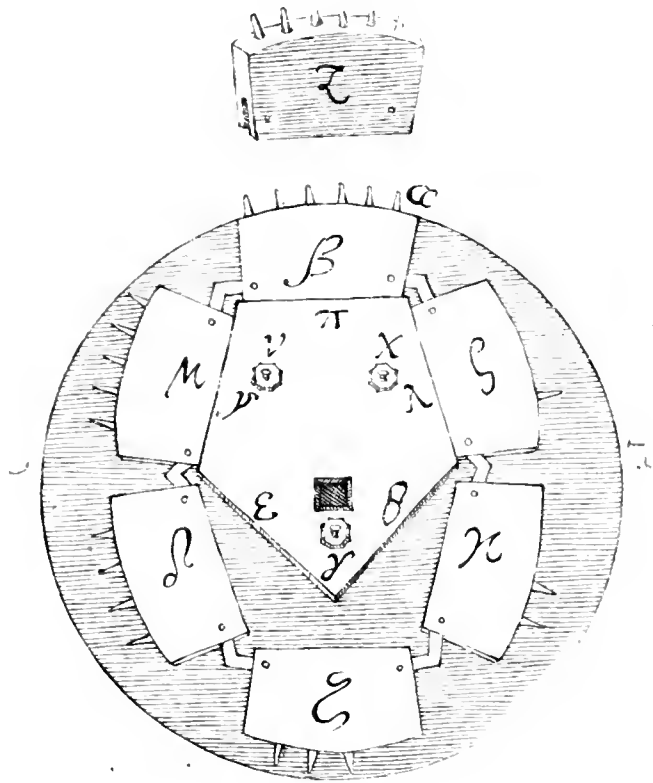
C Vius pulsationis, & mutationis ingenium accipe in utraque hic 5, 6 figura. Ac primo qui 3^{us}, quod attinet ad mutationem numerorum horas indicantium, finge ab anteriore oclusi tympani parte abductum esse planum IK (in figura 2. prop. 2.) cum interclusis aſserculis NO. Id planum ab interiore parte oculis expositum exhibet in apposita hic 5 figura circulum ABCD, cui affixum est in E, F planum hexagonum, in latere vno PQ in minutum dimidia parte cuiusvis reliquorum lateris estq; id hexagonum eccentricum circulo ABCD, habens commune cum circulo foramen G (quod circuli centrum est) in quod axis Tympani traiecitur. Foramen sub A est id, sub quo apparent ex altera parte in aſserculis numeri horarum indices, qui notandi essent in posteriore aſserculorum parte, sed in figura, euidentiæ gratia, notati sunt in facie oculis apparente. Vides eos aſserculos connexos lamellis angularis, quarum extrema circa infixos clauiculos mobilia sunt intra aſserculos. Specimen habes artis in seiunato H, & ubi I, K. Finge igitur aſserculum H esse suo in loco inter I, K, atque insistere lateri PQ, quod est capax vniustantum aſserculi, cætera latera duorum, ut vides (in figura. Dum igitur H inter I, K ostendat numerum (qui concipiendus est ex altera parte) horæ primæ per foramen A, & cum tympano sensim voluitur circulus ABCD, puta versus D, aſserculi 8, 7 apertant se lateri MI, & 6, 5 lateri LR, & 4, 3 lateri RQ, & ob obliquitatem, remoto aſserculo H ex latere PQ, in eius locum succedit 2, seq; sub
fora-



foramine ostentat. H, & 12 deinde aptant se lateri PN, 11, & 10 lateri NM, 9, & 8 dependent infra ML, & 8 cedit in locum medij 7 dependentis. &c. semperq; dependent terni extrà, atq; infra vnum latus, vt vides 6, 7, 8 infra ML. Eaq; ingeniosa, facili, simplici, ac mira arte mutant asserculi vices, ac singuli post singulas horas ostentant inscriptum horæ numerum sub aperto foramine A.

G 3

2 Quod



2 Quod verò attinet ad horarum pulsationes, finge à postica occlusi tympani parte abductum esse planum GH (in figura 2 propositionis 2) cum interclusis asserculis dentatis CD. Id planum ab interiore parte oculis expositum exhibet in apposita hic 6 figura circulum ST, cui affixum est in V, X, γ planum pentagonum eccentricum circulo ST, habens commune foramen quadratum (quod est circuli centrum) in quod axis tympani traiecitur. Seni quadranguli dentati (pro numero pulsandarum horarum) asseres sunt habentes bases subæquales pentagoni lateribus, & innexi sunt angulatis lamellis circa extrema mobilibus, ut vides in figura, & factum est in asserculis horarum indicibus in antecedenti circulo.

Vt formam, & artem melius agnoscas, habes seiunctum Z. Finge lamellam (cuius impulsu adducitur malleus ad horæ pulsum) esse in α , & cum tympano volui circulum ex S versus α T, asser β tenis cuspidibus impingens in α , sex tinnitus ex campanulâ edet pro horis, & statim delabetur ad partes infrâ α , tunc obliquo β ad partes T, asser δ aptat se lateri α , & ζ lateri θ , & κ lateri λ , & sublatò β ex π propter obliquitatē descēdentis β ab α versus S, ρ succedit, & aptat se lateri σ . deinde β it ad latus γ ; μ cedit in locum ipsius δ , δ ipsius ζ , ζ ipsius κ , ac deinceps in orbem. &c.

Ars facillima construendi Authomatis ad ludicra spectacula.

Notandum, atq; efficiendum (quidquid sit hic in figura) vt dentati asseres circuli ST ita conueniant cum asseribus circuli BD antecedentis figuræ 5, vt pulsant horam, quam mox ostentaturus est sub foramine numerus mutati asserculi in circulo BD eiusdem fig. 5.

3 Habes in utroq; circulo vtriusq; figuræ in hac 4 propos. BD, ST artem, qua ludicri aliquid, gratia releuandi animi, moliaris; scilicet exhibendo post circulum à pondere motum simulacra rerum variarum sese ostentantium vel supra, & extra oram supremi circuli (vt dentati asseres per vices post circulū ST in 2 hic figura) vel intrâ, & post foramen, vt asserculi in circulo BD figuræ hic prioris. &c.

PROPOSITIO V.

Constructio Authomatis, & recta partium dispositio.

EX analysi Authomatis aquarij horarij suas in partes hætenus à nobis expositi patet eiusdem constructio, compactis partibus in vnum, vt habes in figura priore secundæ propositionis.

1 Addo in eadem figurâ providēdū vt ocellus hora inscriptus diametraliter oppositus sit plano KI in figura propositionis tertię, per cuius plani foramen aqua stillat; & sit idem oculus horariū oppositus asserculo dentato pulsanti horam (non signatam in ocello) numeri proximè sequentis, ita vt, cum oculus horarius radiosus est infra hori-

zon.

*Si autem
oculina-
disi, &
afferuli
horam
pulsatis.*

*Duo fo-
ramina
infunde-
re, &
residue
de aqua*

*Praxis
in exē-
plari,
quanto
pondere
quantum
aque ri-
te vol-
uatur.*

zontem horarium diametraliter oppositus campanulæ, & in eo ocu-
lo, per artem indicatam in propositione quarta, mutatur horæ nume-
rus, eodem momento asserculus dentatus pulset horam, quæ mutatur,
quæq; nox apparet supra horizontem horarium.

2 Circa foramen I, per quod fluit aqua vtrinque supra, & infra
planum KI (in figura propof. 3.) in dorso machinæ conuexo gemi-
na sunt foramina latiora, per quæ aqua in tympanum infunditur, &
cum opus est, tota statim exhauritur; ac per eadem foramina patet
minuscule foramen I in plano KI, ut illi provideatur, si quid incom-
modet stillandæ aquæ per id foramen minuscule. Maiora vero ea
duo foramina in dorso tympani circa planum KI facili negotio, &
cluduntur, & aperiuntur geminis æreis lamellis cera, vel apto alio
glutine affixis.

3 Authoma, quod ex nuper meo exemplari constructum est, ac ritè
suo fungitur officio, & continèter, sine vlla vel fallacia, vel sollicita,
& extraordinaria curâ diu, noctug; horas indicat, & pulsat (quem-
admodum alia vidi eorum authomatum exemplaria à pluribus iam
annis adhuc ritè in orbem perpetuum ad horarum momenta gyran-
tia) aquæ intus inclusæ quantitatem, ac pondus habet librarum 13.
Pondus vero plumbeum machinam de fune voluens, est librarum 23.
Alterum pondus ærcem minuscule, chordam continens circa tro-
chilolam axis dentatam, est trium librarum. Hæc ad praxim appo-
nenda censui, ut videas, datâ machinâ circa axem æquilibrata, quan-
tum aquæ infusæ quanto pondere in praxi ritè voluatur, horas indi-
cet, ac pulset. Animaduertenda tamen aliqua, quæ inferius videbis
in theorijs machinarijs.

PROPOSITIO VI.

*Animaduersiones circa causas incommo-
dantes, & earum remedia.*

1 **I**N primis curandum, ut compactum tympanum sine aqua infusa
sit ita æquilibratum, ut in tota machinæ reuolutione centrū gra-
uita-

uitatis eiusdem machinæ semper sit in axe, & si aliquo in situ revolutionis fiat aliqua eccentricitas, corrigenda est appositione alicuius lamellæ in partem oppositam dorso. Sic enim æquilibrata machina, aquâ deinde imposita, erit aptissima vt continuato motu voluatur.

Ceterum gravitatis Authomatis sit in axe.

2 Quod si tamen aliquo momento motum intermittat, vel retardet, additione facta ad pondus è chorda devolvens, resumet, vel accelerabit motum, qui si eâ additione fiat celerior, quàm pro horâ, celeritas eâ corrigenda est additione aliqua infusæ aquæ, vel ponderis detractio. Curandum etiam præ cæteris vt aqua infusa sit defæcatissima, naturalis, non igne calefacta. Per mensium intervalla aliqua effundenda, & machina interius tergenda, & nova aqua defæcata refundenda. Hyemis tempore non exponatur machina extra cubicula cælo aperto ita, vt aqua congeletur. In summis caloribus propter aliquam evaporationem, vel occultam, etiâ intra tympani claustra, mutationem aliquam, aquæ aliquid addendum.

Motus intermissio, vel anomalia, qui corrigatur.

Cautiones circa aquâ inclusâ.

3 Axis ipsius poli quamminimùm attingat in ferreis (sic voco) horizontibus, quibus ytrimq; axis extrema tulerunt. Facilius enim sic voluetur cum axe machina, nec aliquo in momento motum intermittet. Nec deesse aliquando possunt causæ intrinsicæ obstructum, vel se intermiscientium intus inclusorum aeris, & aquæ; ac aer quidē inclusus faciles patitur mutationes ab extrinseco aere. Quibus ex causis fieri aliquândo possunt in machinæ motu anomalie. Quæ tamen in praxi multorum annorum nō effecerunt quo minus machina ritè mearit. Quæ deniq; Machina, vt docet praxis, minoribus incommodis patet, & minori eget curâ, si comparetur cum vulgatis rotatis horariis.

Poli quâ minimùm tangant.

Aliqua incommoda extrinseca ab ambiente.

4 Si quando quierit à motu machina, scilicet vel non retracto sine cum pondere, vel negligentia, vel lubentia possidentis, lubeatq; tympanum reponere motui, ac hora Solis discrepet à numero horario in oculo radiofo, vel à dentato asserere horam pulsatur, ecce (quod non in vulg. authom.) quâ in promptu remedium, & restauratio. Digitis ingessis inter plana, quibus intercluduntur asserculi notati numeris horarum, fac numerus horæ proximè pullandæ apponatur foramini, siue oculo radiofo, & è diametro similiter in altera tympani parte oppone dentes pro horæ numero, &c. Mox cum Solis horâ incipe machinæ motum.

Post quietem restauratio machinæ ad motum, & asserculorum ad horas &c.

5 Deniq; caue hallucineris, ac putes machinam hanc pro aqua posse incluso pulvere cieri. Nam pulvis per exiguum foramen plani KL (in figurâ propositionis tertiæ) prementis non facillè profluere,

Pro aquâ iniepus est pulvis quilibet.

præ;

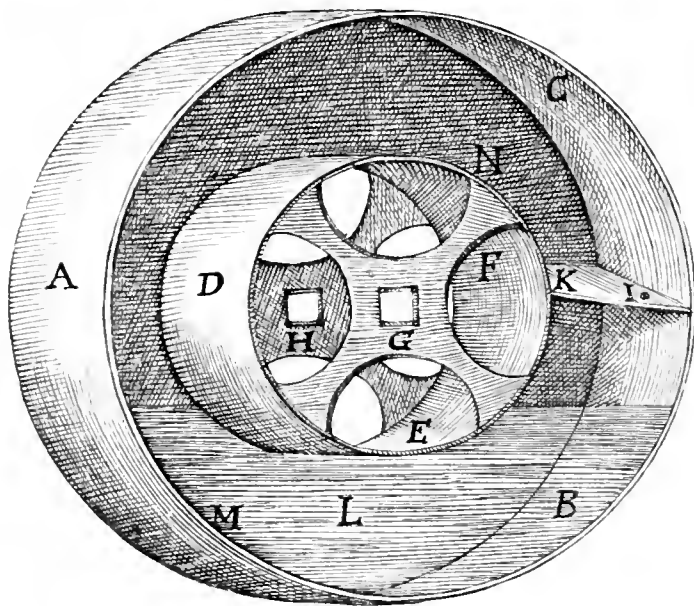
in usum
machi-
næ.

præfertim dum pressura lateralis est ; licet fortasse fluere pulvis plano non lateraliter pressus , sed impositus ; quæ res nihil ad hanc machinam , in cuius potiore motus parte aqua stillat per foramen dum lateraliter vrgetur à plano KI.

PROPOSITIO VII.

Theoria Machinaria, ac Physica.

Hic usus, fructus, ac finis apud verè philosophos , circa arte facta potius causas, quàm praxes venari. Quod qui faciunt etiam in alienis habent potiora de tuo. Igitur, =



— I Quod ad Machinariæ Philosophiæ theorias in hac machinà latentes attinet, agnosce non vñtatum modum vectis primi generis, in cuius altero extremo est potentia mouens, in altero res quæ mouetur, hypomoclium intermedium.

Hic

Hic vectis concisus est in duas partes, immobiles, atq; infixas in eodem axe non eodem in loco, altera breuior est semidiameter dentata rotulæ circa extremum axis immotæ, de cuius extremo funis pendet cum pondere machinam mouente; altera pars vectis longior concipienda est ab axe ad extremum plani aquam mouentis. &c.

Vide fig. priorem propof. 2, vel hanc hîc, in qua iucundum est animo concipi pere vectem primi generis in machinæ reuolutione ita forma intra idem genus mutare, vt dum in primo situ planum KI incipit aquâ premere, & quasi velle eleuare à B versus A, extremum partis maioris sit ex eadem parte, in qua est etiam extremum partis minoris, donec gyrâte sensim machinâ, & plano KI vergente prope partes A, tunc extrema partialium vectium sunt opposita, & apparet ritè exposita forma vectis primi generis; at dum KI reuolutum per B in A, attollitur supra A, & vergit in C, & tedit versus B, tunc magis, ac magis infringitur forma recta vectis primi generis, & pars maior magis, ac magis eleuat sui extremum extra rectam lineam cum vectis parte minore, quæ in rotulâ ad H fixâ, semper habet per varias dentatas mobiles semidiametros sui extremum ad easdem partes Lectori figuram spectanti dexteris. Fit ergo perpetua gyratio partis maioris vectis, & lineæ ex vtraque parte vectis compositæ, ac rectæ perpetua infractio.

Paradoxum forme, & motus vectis in machinâ.

2 Agnosce igitur pondus è chordâ dependens pro potentia mouente in altero vectis extremo, nempe semidiameter dentati in rotulâ circa axem fixâ, & machinam mouente; graue verò seu res, quæ vecte mouetur, est quantitas aquæ in tympanum infusæ. Cuius pondus quantumuis mouetur à tantillo vecte rotulæ dentatæ, propter ponderis è chorda pendentis grauitatem excedentem aquæ grauitatem.

Ac si per modum paradoxo, non ponderatis grauitatibus aquæ, ac ponderis mouentis, aueas scire quam inter se proportionem habeant extrema illa duo grauiâ, & qua arte statim locari possint in æquilibrio, & quæ grauitas vel minima possit machinam ciere; habes in promptu modum philosophicæ, ac machinariæ huiusce venationis à regula Archimedea, à nobis clarissimè, ac geometricè exposita in Ap. 4, prog. 2. ante prop. 1. *Vt distantia ad distantiam ab hypomoelio, sic reciproce pondus ad potentia, vel potentia ad pondus.* Igitur in hac machina fac ita se habeat semidiameter dentatus, quæ est distantia potentia (siue ponderis mouentis) ab axe (pro hypomoelio) ad distantiam ab axe perpendicularem ad extremum vsque plani KI aquam mouentis; vt pondus aquæ ad pondus è chorda dependens, ac erunt in æquilibrio. Metre igitur quantitatem semidiametri dentati,

Ars æquilibranda machinæ, sine ponderatione, grauis, & potentia.

& in eius partibus metire perpendicularē ab axe ad extremum plani KI, & in earū proportionē constitue pro maiore gravitate ponderis ē fune, ac erunt in machina aqua, & pōdus in equilibrio. Quod si quid exiguum ponderis addideris ponderi ē fune pendenti, videris quid sufficiat motui machinæ, quantoque plus addideris, tanto ibit velocior.

*Motus
machinæ
dis-
formiter
uniformis;
&
causæ.*

3 Quod attinet ad philosophationem aliquam physicam circa hanc machinam, eiusq; motum, ac motus causas, accipe sequentia. Motus huius Machinæ est difformiter vniformis, & ab insensibili semper magis, ac magis ad sensibilem, & in extremò apertè velocem. Ratio est, quia initio dum planum KI lateraliter impellit totam aquę inclusæ molem, & aque stillat per exiguum foramen I, semper imminuitur pondus, & resistentia aquæ, cuius pars, per foramen quæ trāsfuit, & augetur, concedit in partes auxiliarias ponderis ē rotulā dentatā machinam mouentis, atq; ea propter augetur motus, donec tandem aquā penè totā per foramen transfusā, deficiente supra planum KI ponderoso, reuoluitur ocyus, ita tamen, vt motus ille extremus velocior (dum ocellus plano KI oppositus, horā notatus, reuoluitur infra horizontem machinæ, atq; ad eundem ascendit) sit cum aliqua quasi gravitate in ipsa velocitate. Ratio est quia tunc aer machinā interclusus non potest in iū oculi totus transire per foramen plani KI, egetque vel exigua temporis morā, vt aer, qui est in concauō superiori (occupante inferius aquā per foramen iam transfusā) ac supra planum KI, transineet continuatis partibus per foramen I, donec planum KI rursus in aquam impingat.

Finis quinti nostri Exodij horarij, quasi quinti Actus. si placuere hæc Exodia, mi Lector, *plaudite*.

Atq; Hactenus Tyrones Mathematici nostris his Exodijis satis, vt arbitror, ac scientificè recreati, lubentius iam prosequantur reliquam geometricam nostram Methodum in sequenti tertia ~~parte huius secundi~~ Tomi correctam, si non correctam.

•

